ANEXO

Título:

ANÁLISIS ESPECTRAL DE PELÍCULAS MAMOGRÁFICAS

Objetivos:

Las películas mamográficas son de un alto interés diagnóstico en el campo de la detección precoz de lesiones en el tejido mamario, posibles indicadores de enfermedades de mayor importancia. Se caracterizan dichas películas por una alta sensibilidad y alto contraste, así como la presencia de un alto nivel de ruido y elevado coste. Por ello se pretende diseñar un sistema que:

1. Evalúe cada película indicando una figura de mérito según sus prestaciones/precio, siendo éste un punto de crucial interés económico. Dicha figura de mérito se basará principalmente en la caracterización del ruido introducido por la película en el sistema de adquisición.

2. Caracterice, no sólo el ruido introducido por la película, sino todo el ruido introducido en el sistema, así como la respuesta del propio sistema al impulso. Se entiende por sistema al conjunto formado por: tubo de rayos X, pantalla, película, sistema de revelado y sistema de digitalización.

3. Una vez caracterizado el ruido y el sistema de adquisición, sea capaz de eliminar sus influencias malignas en la reproducción fiel de los diversos objetos presentes en la mamografía sin perder ninguna de la información que se usa para diagnóstico.

Fases del trabajo:

Fase de Identificación:

1. Implementación de métodos de estimación espectral e identificación de sistemas con señales en una dimensión.
2. Digitalización de las mamografías.
3. Aplicación de dichos métodos a las digitalizaciones, obteniendo resultados claros sobre el ruido de la película y el sistema de adquisición.
4. Implementación de métodos de estimación espectral e identificación de sistemas con señales en dos dimensiones.
5. Aplicación de dichos métodos a las digitalizaciones, obteniendo resultados claros sobre el ruido de la película y el sistema de adquisición.
6. Comparación de los resultados obtenidos en las fases 3 y 5. Elección de unos pocos de métodos (1-D y 2-D) basándonos en la exactitud de los mismos, límite teórico impuesto para ellos y carga computacional que representen.

Fase de automatización:

7. Integrar los métodos elegidos en un sistema automático de evaluación de películas.
8. Construir una herramienta basada en el sistema automático anterior que compense los errores introducidos en el sistema por la película y el sistema de adquisición para cada una de las mamografías reales que se le introduzcan.

Método de trabajo:

Fase de Identificación:

- Se realizarán mamografías de patrones conocidos, ya sean patrones de escalera o los del interior de un fantomas.

- Se recreará en un ordenador la imagen “ideal” que se debía haber obtenido con dicho patrón.

- Se hará un análisis previo de la salida del sistema a modelar con técnicas de estimación espectral, sirviendo este análisis de plataforma de lanzamiento de técnicas de identificación de sistemas, más potentes en este problema al ser conocida la excitación al sistema en estudio.

- Se comparará la capacidad de diversos métodos 1-D y 2-D para reproducir el sistema de adquisición. Para ello se diseñarán parámetros adecuados de comparación

- Todo este estudio será supervisado por un experto en tratamiento digital de señal, que será el que dé por concluida esta fase una vez se alcancen unos resultados aceptables desde el punto de vista técnico.

Fase de Automatización:

- Se construirá el sistema automático propuesto en colaboración con radiólogos expertos que evalúen la eficacia del sistema en los objetivos propuestos, así como su facilidad de uso.

Medios materiales a utilizar:

- Un patrón conocido y homologado por organismos competentes en materia radiográfica.

- Un conjunto de mamografías de dichos patrones para diversas combinaciones pantalla-película.

- Un sistema de adquisición de imágenes que constará de:

1) Una cámara CCD (SONY AVC-D7CE) con un macroobjetivo (CANON ZOOM V6*16 16*100mm MACRO)
2) Un negatoscopio para la iluminación de las películas mamográficas.
3) Un ordenador PC 386/SX con una tarjeta Frame Grabber (MATROX PIP 1024B)

- Los algoritmos de identificación y estimación espectral se realizarán en MATLAB 4.0.

Bibliografía básica consultada:

- Charles W. Therrien. *Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing*. Prentice Hall, 1994

- Steven M. Kay. *Modern Spectral Estimation: Theory and Application*. Prentice Hall, 1992

- Lennart Ljung. *System Identification: Theory for the user*. Prentice Hall, 1987

- Torsten Söderström y Petre Stoica. *System Identification.* Prentice Hall, 1989.

ÍNDICE

Índice I

1. Introducción al problema 1
    1.1. Breve historia de la radiografía 1
    1.2. Papel de la mamografía 2
    1.3. Control de calidad 5
    1.4. Objetivo del presente proyecto 6
    1.5. Organización del PFC 7

2. Películas mamográficas 9
    2.1. Obtención de la imagen radiográfica 9
        2.1.1. El haz de radiación 9
        2.1.2. La radiación difusa 10
        2.1.3. El sistema pantalla/película 11

2.1.4. El proceso fotográfico 12
2.2. Constitución de la película 13
2.3. Sensitometría 14
2.3.1. Densitometría 15
2.3.2. Curva característica 15
2.4. Contraste 17
2.4.1. Contraste subjetivo 18
2.4.2. Contraste de la película 18
2.5. Nitidez, borrosidad y resolución 19
2.5.1. Nitidez y borrosidad 19
2.5.2. Resolución espacial 20
2.5.3. Funciones de expansión 20
2.6. Función de transferencia de modulación 21
2.7. Digitalización: algunas cuentas 22

3. Señales de test 24
3.0. Introducción 24
3.1. Finalidad 24
3.2. Fantomas 24
3.3. Patrón de escalera 25
3.4. Patrón de líneas 26
3.5. Artefactos 29

4. Filtrado de señal 31
4.0. Introducción 31
4.1. Filtrado con retardo 33
4.2. Filtrado sin retardo 34
4.2.1. Aproximación de doble filtrado 35
4.2.1.1. Exposición 35
4.2.1.2. Efectos de bordes 37
4.2.1.3. Efectos de inercia e inestabilidad 40

4.2.2. Aproximación directa para FIR 41
4.2.3. Aproximación directa para IIR 43
4.3. Filtrado Multirate 46
4.3.0. Introducción 46
4.3.1. Fundamento teórico 46
4.3.2. Consideraciones de diseño 54
4.3.3. Filtros IIR + FIR 56
4.4. Mejora de las condiciones iniciales 58
4.5. Comparación con filtrado simple 61

5. Idealizado 68
5.0. Introducción 68
5.1. Realización práctica 69
5.1.1. Una simplificación 69

5.1.2. Idealización del escalón 71
5.1.3. Exposición de criterios y condiciones 72
5.1.4. Diferentes aproximaciones 75
5.2. Idealizado en presencia de artefactos 83
5.3. Protección contra artefactos 88
5.4. Generación del ideal 91
5.5. Espectro del ideal 92

6. Cociente de potencias 96
6.0. Introducción 96
6.1. Medida de la potencia de entrada 97
6.1.1. Evaluación de la potencia ideal 97
6.1.2. Corrección de ganancia de filtrado 100
6.2. Medida de la potencia de salida 103
6.2.1. Evaluación en 2 pasadas 104
6.2.2. Evaluación en 1 pasada 105
6.2.3. Corrección de la potencia de ruido 107
6.3. Un ejemplo 109

7. Cociente de espectros 111
7.0. Introducción 111
7.1. Estimación del espectro de entrada 111
7.2. Estimación del espectro de salida 113
7.2.1. Métodos clásicos 114
7.2.2. Métodos paramétricos 120
7.2.2.1. Predicción lineal AR 120
7.2.2.2. Modelado AR en función de la autocorrelación 122
7.2.2.3. Modelado AR en función de los datos 126
7.2.2.4. Modelado AR con predicción hacia atrás 129
7.2.2.5. Resumen 131
7.2.2.6. Potencia de ruido por filtrado inverso 131
7.2.2.7. Predicción bidireccional 132
7.2.3. El espectro esperado 133
7.2.4. Aplicación directa a la señal 135
7.2.5. Aplicación a la señal filtrada 142
7.3. Un ejemplo 143

8. Identificación de sistemas 145
8.0. Introducción 145
8.1. Identificación frecuencial 146
8.1.1. Exposición teórica 147
8.1.2. Aplicación 149

8.2. Identificación paramétrica 153
8.2.1. Exposición teórica 153
8.2.2. Aplicación 156
8.2.2.1. Estudio del retardo 157
8.2.2.2. Una estructura: ARX 159
8.2.2.3. Problemas de varianza 169
8.2.2.4. Otras estructuras 171
8.3. Un ejemplo 176
8.3.1. Identificación frecuencial 176
8.3.2. Identificación paramétrica 178

9. Un enfoque bidimensional 181
9.0. Introducción 181
9.1. Algunos espectros 2D 181

10. Estudio del ruido y densidades ópticas 185
10.0. Introducción 185
10.1. Estimación de niveles medios y potencia de ruido 186
10.1.0. Algunos conceptos estadísticos 186
10.1.1. Estimadores de media y varianza 187
10.1.2. Sobre fondo negro 189
10.1.3. Sobre fondo blanco 192
10.1.4. Conclusiones 194
10.2. Intervalos de confianza 195
10.2.0. Algunos conceptos estadísticos 196
10.2.1. Para el nivel de densidad óptica 198
10.2.2. Para la potencia de ruido 198
10.3. Estimación en presencia de artefactos 199
10.4. Distribución del ruido en frecuencia 200
10.5. Estimación de ruido en los grupos de pares 203
10.5.1. Corrección del nivel de gris 203
10.5.2. Corrección de ruido coloreado 206

11. Resultados 209
11.1. Recopilación de estudios: un informe 209
11.2. Aplicación a diferentes marcas 213

12. Conclusiones y líneas futuras 221
12.1. Conclusiones 221
12.2. Líneas futuras 222

Apéndice A. Implementación: Manual del usuario 223
A.1. Operación básica 223
A.2. Operación avanzada 224
A.2.1. Arranque del sistema 224

A.2.2. Espectro ideal 224
A.2.3. Filtros FIR e IIR 227
A.2.4. Filtros Multirate 230
A.2.5. Estimación espectral 231
A.2.6. Facilidades de depuración 234

Apéndice B. Implementación: Manual del programador 236
B.1. Criterios de diseño 236
B.2. Estructura de bloques 242
B.3. Descripción de los bloques 246
B.3.1. General 246
B.3.2. Filtros 248
B.3.3. Ideal 262
B.3.4. Espectro ideal 270
B.3.5. ToolBox de identificación 275
B.3.6. Ayuda 276
B.3.7. Estimación espectral 277
B.3.8. Identificación de sistemas 290
B.3.9. Modelado 293
B.3.10. Apoyo 296
B.4. Otros detalles de implementación 299
B.4.1. Problema de los inicios de subsistemas 299
B.4.2. “Memoria compartida” vs “Memoria distribuida” 302
B.4.3. Goertzel vs FFT 303
B.4.4. Tiempos de ejecución 303
B.4.5. Requisitos de memoria 303

Apéndice C: Informes de las películas de aplicación 304

Bibliografía 320

1. INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA

1.1. BREVE HISTORIA DE LA RADIOGRAFÍA

Los rayos X fueron descubiertos a finales del siglo XIX por el físico alemán Röentgen. Este hecho, tuvo una relevancia indudable, no sólo por el avance físico que suponía, sino por su propiedad de atravesar cuerpos opacos a la luz e impresionar emulsiones fotográficas. Pocos meses después se extendió una aplicación directa de los rayos X: la exploración de estructuras internas del cuerpo humano.

La técnica radiográfica ha experimentado notables modificaciones con el paso del tiempo. Unas, inciden en la calidad de las radiaciones y la estructura de los aparatos, como el perfeccionamiento de los interruptores, generadores de alta tensión, o rectificadores de corriente. Otras, repercuten

en la calidad de la imagen primaria, como la rejilla antidifusora, introducida en la segunda década de este siglo, que elimina una considerable porción de la radiación dispersa originada por el paciente.

Gracias al progreso de la fotografía a finales del siglo pasado, se comprobó que las radiaciones X tenían la propiedad de alterar las sales de plata contenidas en las placas fotográficas. Esta modificación permitía obtener, por procesos de revelado y fijación normales, una imagen fija de las estructuras exploradas frente a la móvil que se había venido estudiando hasta entonces. Se diseñaron placas especiales para su uso en radiografía combinando diversos materiales de soporte y emulsiones químicas para la impresión. Tuvo mucho éxito una combinación de soporte rígido emulsionada por ambas caras (con lo que se conseguía un aumento del contraste) que perduró hasta la I Guerra Mundial, entonces se sustituyó el soporte por acetato de celulosa.

En 1910 una exploración radiográfica requería 20 segundos de exposición, un tiempo excesivo si lo comparamos con las normas de seguridad actuales. A partir de observaciones realizadas por el propio Röentgen se comenzaron a aplicar pantallas de refuerzo de platinocianuro de bario fluorescentes que aumentaban la impresión de la emulsión y disminuían la exposición necesaria. Básicamente en nuestros días seguimos aplicando este mismo sistema pero con variaciones en las composiciones químicas de las películas y pantallas.

Los efectos indeseables de la radiación X fueron señalados casi desde el principio de su utilización. El uso indiscriminado de las exploraciones radiológicas hasta la primera mitad de este siglo, a veces sin las más mínimas condiciones de seguridad, ha aportado no pocos ejemplos de lesiones graves en radiólogos tales como la radiodermitis crónica o cáncer de piel, y el aumento de la incidencia de cáncer en poblaciones sometidas a numerosas exploraciones. El riesgo de ocasionar alteraciones se produce desde el primer fotón que interactúa con material biológico. Ello ha conducido a que los principales objetivos en protección radiológica se centren en obtener la mejor imagen radiológica con la menor dosis de radiación posible. Para conseguir tales objetivos es necesario que todos los equipos que participan en la formación de la imagen radiológica sean constantemente evaluados para verificar que se mantienen dentro de unos márgenes óptimos de utilización.

1.2. PAPEL DE LA MAMOGRAFÍA

En esta sección introductoria presentaré a vuelo de pájaro el cáncer de mama con la finalidad de ubicar y dar la correcta importancia a la mamografía como elemento de diagnóstico. Lamento mi desconocimiento médico con lo que esta introducción puede resultar un tanto simple y, en

algunos puntos, sin yo saberlo una barbarie. Sin embargo, trataré de exponer las ideas lo más coherentemente posible.

Resulta vano destacar la importancia y el interés del cáncer de mama. Esta enfermedad es mítica por sus terribles consecuencias vitales y por su repercusión a la integridad física e imagen corporal de la mujer. La trascendencia de su detección es manifiesta, pues el 22% de los cánceres en la población femenina son de este tipo, doblando en probabilidad a su inmediato sucesor, el cáncer de piel.

La enfermedad no tiene un claro origen y se le atribuyen dependencias con factores tan diversos como endocrinos, genéticos, virales, inmunológicos, psicológicos, ambientales, ionizantes, medicamentosos, patológicos benignos de la glándula, senilidad, geográficos, de raza, dietéticos, sociales, ... Con tal amplitud de posibles fuentes lo más que se puede es definir grupos de alto riesgo tales como mujeres solteras y casadas sin hijos, con menarquía precoz, con menopausia tardía, con 1 o 2 hijos que nunca han lactado, con su primer hijo después de los 35 años, obesas (sobre todo, después de la menopausia), con secreciones por el pezón, con otro proceso benigno en la mama, con carcinoma mamario en los antecedentes familiares, con un primer cáncer de mama, sometidas a tratamientos hormonales, con alto nivel social, o mujeres dedicadas a tareas profesionales.

Lo que sí está clara es su dependencia con la edad distribuyéndose según

Edad	<40	entre 40 y 49	entre 50 y 59	entre 60 y 69	>70
Probabilidad	9.20%	18.86%	25.62%	30.60%	18.15%

El tratamiento actual de la enfermedad tiene diversas opciones:

QUIRÚRGICA, hasta ahora es la única técnica que se ha demostrado realmente efectiva. Supone la curación completa en un 80% o 90% de los casos cuando el carcinoma no supera los 2 cms. de longitud (diagnóstico precoz). Supone un duro golpe psicológico para la mujer operada y sólo debe aplicarse si existen evidencias suficientes de curación.

RADIOTERAPIA, se trata de aplicar radiaciones para contener el crecimiento de la enfermedad. Se aplica cuando ésta se encuentra en estado muy avanzado o cuando se desaconseja una operación por cualquier otro motivo.

DE CARÁCTER HORMONAL, está demostrado que el cáncer de mama está fuertemente ligado al sistema endocrino, se puede suprimir la generación de alguna hormona para atajarlo. Esta supresión puede ser quirúrgica o por medicamentos.

QUIMIOTERAPIA, su intento es el de conseguir un medicamento que ataque únicamente a las células cancerosas y no a los tejidos sanos, será la solución definitiva a este problema. Sin embargo, por el momento tan sólo se han conseguido remisiones temporales que tarde o temprano suponen una irremisible recaída del paciente. Actualmente se emplean varios medicamentos que atacan a las células neoplásicas en sus diversas fases de desarrollo consiguiéndose éxitos de remisión en un 70% de los casos.

Los métodos de diagnóstico se pueden dividir en clínicos y paraclínicos. Los clínicos son aquellos métodos que determinan el cáncer por exploración del médico sobre la mama. Así, sólo se podrán detectar aquellas ocasiones en que se presentan síntomas que evidencien la presencia de un carcinoma. Si exhibe síntomas es porque la enfermedad se encuentra en una fase más avanzada. Los métodos paraclínicos se apoyan en exploraciones con aparatos que ayudan y sirven de soporte al dictamen final del facultativo.

La detección precoz es el arma más eficaz para evitar las muertes por cáncer de mama. Pero para ello hay que localizar el cáncer antes de que manifieste síntomas, es clínicamente oculto, por lo que forzosamente se deben recurrir a diagnósticos paraclínicos. Expondré brevemente la amplia gama disponible de técnicas:

DIAGNÓSTICO DIAFANOSCÓPICO, propuesto en 1929 consiste en la transiluminación del seno con un foco de luz fría. Según las propiedades de translucidez u opacidad, y dependiendo de las zonas en que se den el médico podrá determinar la existencia o no de tumores. Esta técnica tiene un porcentaje de error del 20%.

DIAGNÓSTICO TERMOGRÁFICO (1956), se basa en el aumento de temperatura que provocan los tumores malignos debido a una intensa actividad metabólica y aumento de vascularización de la zona. Sin embargo, no son capaces de detectar un 10% de los cánceres, llamados fríos. También los cambios de temperatura de la mama se pueden deber a otros factores que no sean cancerosos.

DIAGNÓSTICO ECOGRÁFICO (1952), se trata de una exploración por ultrasonidos, absolutamente inocuos para el ser humano. Ha adolecido durante mucho tiempo de un problema de deformación de las imágenes, pero actualmente lo ha solucionado y supone un medio complementario a la exploración radiológica por el cual se puede clasificar la benignidad o malignidad del tumor.

DIAGNÓSTICO RADIOGRÁFICO (1926), consiste en hacer una radiografía al seno femenino. Ha evolucionado enormemente desde su

concepción mejorando la calidad de imagen obtenida. La seguridad diagnóstica oscila alrededor del 90% y es útil para la visualización de opacidades en sus diversas formas, microcalcificaciones, engrosamiento cutáneo, retracción del pezón, refuerzo de vascularización, ... Vemos como es una útil herramienta, pero tiene el inconveniente de que está sometiendo a la mama a una dosis de radiación que aunque está por debajo de los márgenes de seguridad, si se repite con excesiva frecuencia puede entrañar un riesgo de provocar ella misma las alteraciones cancerígenas.

DIAGNÓSTICO CITOLÓGICO, desde 1838. Esta técnica analiza las secreciones de la mama, se pueden recoger desde fuera o del interior punzando con una aguja. Esta técnica es barata, sencilla y rápida. Pero con ella no se descubren más del 10% de los cánceres debido a que la mayor parte de las células malignas no alcanzan los conductos de secreción.

DIAGNÓSTICO HISTOLÓGICO, supone el “tribunal supremo” de los métodos de diagnosis. Se basa en realizar una biopsia (análisis al microscopio) de tejido mamario. Será él el que decida finalmente si el tumor es maligno o no, y defina el tipo histológico del cáncer. El inconveniente de esta técnica es que el tejido mamario hay que extraerlo necesariamente por medios quirúrgicos.

OTRAS EXPLORACIONES: la Tomografía Axial Computerizada (TAC) se ha demostrado como una herramienta de alta fiabilidad, sus inconvenientes son su alto coste y las altas dosis de radiación. Un estudio de isótopos, aparte de su elevado coste, no da resultados tan fiables como para compensar su especificidad. La linfografía no llega a estudiar todos los grupos ganglionares de la mama y supone la introducción de sustancias radioactivas en el cuerpo. La arteriografía y flebografía tampoco han supuesto importantes avances. Por último, la resonancia magnética nuclear sí permite una visualización minuciosa de la mama pero tiene serios problemas para detectar calcificaciones y es económicamente costosa. En general, todas estas técnicas suponen un gasto desorbitado sólo justificado en casos muy puntuales en los que no se pueda resolver el problema por otros medios.

Existen en nuestros días fuertes recomendaciones a las autoridades sanitarias de que se pongan en marcha programas de screening, o exámenes sistemáticos con el objeto de disminuir la incidencia de esta enfermedad tan común (mejorando el nivel de vida de la población femenina), y los costes de su tratamiento a nivel de estado. Estas exploraciones sistemáticas deben proporcionar el máximo de fiabilidad al mínimo coste. Este precepto hace que, aunque todo el mundo esté de acuerdo en realizar estos programas, no todos coincidan en las pruebas a realizar. Sin lugar a dudas es la mamografía el elemento de diagnóstico más caro entre los habituales.

La combinación ideal para el screening de masas parece ser que sería, según la American Cancer Society, la formada por exploración clínica, termografía y radiografía, con las que se dispone de una seguridad de diagnóstico superior al 97%. Sin embargo, otras fuentes proponen otros protocolos de exploración que van aplicando técnicas más baratas (exploración clínica, termografía y diafanoscopia) y en función de los resultados eligen la siguiente prueba a realizar entre las que figurarían, por ejemplo, la ecografía o punción citológica en sustitución de la mamografía.

1.3. CONTROL DE CALIDAD

Un programa de garantía de calidad en radiodiagnóstico es según la Organización Mundial de la Salud: “un esfuerzo organizado por parte del personal de una instalación para conseguir con seguridad que las imágenes diagnósticas producidas por dicha instalación tengan una calidad suficientemente elevada para que den en todos casos una información diagnóstica adecuada al menor costo posible y con la mínima exposición del paciente a las radiaciones”.

El control de calidad es la parte de la garantía de calidad responsable de las medidas de calidad de la imagen y de la integridad del equipo. Los controles de calidad forman una parte esencial en la práctica radiológica que utiliza dosis correctas. Comenzaron a implementarse en los Estados Unidos en la década de los 70, en 1980 fueron totalmente establecidos. Estos programas deberían ser obligatorios en todas las instalaciones médicas de rayos X, por la reducción de dosis y el ahorro económico que suponen. Abarcan el conjunto de parámetros físicos y técnicos más importantes relativos a los tipos de examen con rayos X que se esté realizando, como:

- Evaluación de las condiciones de funcionamiento de los generadores de rayos X (homogeneidad del haz, linealidad del tiempo y miliamperaje, reproducibilidad de las exposiciones, ...)
- Evaluación de los sistemas de registro empleados (intensificadores de imagen, monitores y combinaciones pantalla/película). Los aspectos que más interesan en la evaluación de las películas radiográficas están relacionados con la selección de éstas y las diferentes pantallas disponibles. Para ello se miden parámetros sensitométricos (velocidad y gradiente) y de calidad de imagen (FTM y ruido).
- Control de utilización adecuada de la instalación y el material, incluyendo los cuartos oscuros, negatoscopios, condiciones de iluminación de la sala de lectura, funcionamiento de las procesadoras, ... Se controlan aspectos tales como fecha de caducidad de las películas, periodo de almacenaje de las mismas, que los cuartos oscuros no reciban luz del exterior, que los filtros de seguridad sean los adecuados, temperatura de los líquidos de procesado, acidez de los líquidos revelador y fijador, tiempo de procesado, ...

Es frecuente que para mejorar la calidad de imagen en un aspecto que se había degradado, se adopten medidas correctoras o se cambie la técnica radiográfica y a la vez se consiga una reducción importante de dosis al paciente. En un programa de control de calidad es imprescindible estimar la dosis que reciben los pacientes si se quieren garantizar los resultados, ya que este parámetro va a ser determinante de las acciones correctoras y la disminución de la dosis uno de los objetivos finales del programa.

1.4. OBJETIVO DEL PRESENTE PROYECTO

La película radiográfica es una parte esencial de la cadena de formación de la imagen en radiodiagnóstico. Concretamente, la combinación de la pantalla de refuerzo y la película es uno de los factores que más afecta a la dosis de radiación que recibe el paciente. Por otro lado, las imágenes radiológicas deben ser capaces de reproducir detalles mínimos de interés diagnóstico y esta habilidad está directamente relacionada con la calidad de la película por medio de factores como la resolución o la función de transferencia de modulación.

La Comunidad Europea recomienda medir las sensibilidades absolutas de las combinaciones pantalla/película en condiciones similares a las que se utilizan en la práctica para ver cuánto se separan de los valores declarados por los fabricantes. Esta recomendación es fruto de la ausencia de una norma universalmente aceptada como es el caso del sistema ASA/DIN para la fotografía. A falta de esta normativa los datos proporcionados por los fabricantes no son comparables entre sí.

Esta falta de comparabilidad junto con la enorme cantidad de material disponible y combinaciones posibles justifican la necesidad de estudios comparativos que informen al radiólogo de las opciones a su servicio según sus necesidades diagnósticas.

El presente Proyecto Fin de Carrera se enmarca dentro de la colaboración existente entre los departamentos de “Radiología y Medicina Física” e “Ingeniería de comunicaciones” de la Universidad de Málaga desde hace ya algunos años. El departamento de Radiología y Medicina Física sostiene una línea de investigación denominada “DOSIS SUMINISTRADAS A LOS PACIENTES Y CRITERIOS DE CALIDAD EN RADIODIAGNÓSTICO” en la cual se pretende comparar las características de las películas radiográficas de uso más habitual en nuestro país.

El objetivo principal del proyecto será el de cubrir el estudio de la calidad de la imagen en un proceso de control de calidad dentro de un programa de garantía de calidad en instalaciones de radiodiagnóstico. Este estudio deberá abordar la evaluación de la función de transferencia de modulación (ver capítulo 2) y ruido introducido por el sistema. Para ello se recurrirán a técnicas de procesado de imagen, reducidas a un procesado de señal.

Un segundo objetivo del proyecto, ya cumplido por herencia de la sucesión de proyectos que han conformado la colaboración entre sendos departamentos, será el de dar una implementación lo menos costosa posible de la solución del problema. Un inconveniente que tienen los estudios de esta clase es el uso de microdensitómetros, aparatos caros y de

utilización compleja. Nosotros basaremos el examen en una digitalización llevada a cabo por una cámara de vídeo CCD, equipo muy accesible, y una tarjeta Frame Grabber en un PC.

Aunque este proyecto sólo se haya aplicado a películas mamográficas no está restringido su estudio a esta clase sino que es fácilmente extensible a películas convencionales y ortocromáticas, basta con radiografiar el patrón de líneas utilizando el tipo de combinación pantalla/película deseado.

1.5. ORGANIZACIÓN DEL PFC

Comenzaremos con una breve introducción a las imágenes radiográficas viendo cómo se construyen, conformación de la película, algunas definiciones relacionadas con la calidad de imagen tales como nitidez, borrosidad, densitometría, sensitometría, función de transferencia de modulación, ... Acabaremos dicho capítulo con un aspecto muy práctico sobre medidas en la radiografía digitalizada y relación entre frecuencia digital y frecuencia espacial asociada. El capítulo 3 nos dará un repaso de las señales de test más utilizadas en control de calidad deteniéndose algo más en el patrón de líneas, señal adoptada en este proyecto.

Los capítulos 4 y 5 forman un bloque en el que a partir de la imagen de salida del mamógrafo se pretende averiguar dónde están cada uno de los grupos de pares de línea en cada fila de la imagen, es decir, se idealiza la salida en pos de imaginarse cómo era la entrada al sistema. Esta idealización se efectuará apoyándose en dos pilares: uno, un filtrado correcto y aceptable de la imagen a la frecuencia espacial que deseemos; y otro, una determinación, basándonos en criterios estables, del lugar de los grupos de pares.

Los siguientes capítulos, 6, 7 y 8, operan con la imagen como si se tratase de una sucesión de filas en la que cada una es una señal unidimensional. Sobre esta señal determinan la función de transferencia de modulación del sistema (que al fin y al cabo no es sino potencia de salida dividida por potencia de entrada para cada frecuencia) a través de diversas aproximaciones: el capítulo 6 lo hace desde un enfoque puramente temporal, el 7 lo hace desde un punto de vista frecuencial, y el 8 desde un prisma más complejo: la identificación de sistemas.

El capítulo 9 confirma en su buen hacer a los tres anteriores al demostrar la imposibilidad de abordar el problema como un tratamiento de señal bidimensional.

El último estudio realizado, y digo último en esta disposición textual puesto que en una evaluación de película es previo al de función de transferencia, versa sobre el ruido presente en el sistema. En el capítulo 10 se demuestra que tal ruido no es blanco, como ya nos apetecería, y se determinan sus principales parámetros estadísticos.

El control de calidad llevado a cabo en este proyecto debe quedar plasmado, finalmente, en un documento que de alguna forma evalúe las características de una determinada combinación pantalla/película. La constitución de tal documento se discute en la primera parte del capítulo 11 mientras que en la segunda se exponen los resultados obtenidos para combinaciones concretas de pantallas y películas.

Por último, se exponen las conclusiones extraibles del proyecto y se proponen nuevas actuaciones para mejorar el estudio de calidad.

La presente memoria de proyecto finaliza con dos apéndices que definen tanto a nivel de usuario como de programación el conjunto de programas que implementan el estudio.

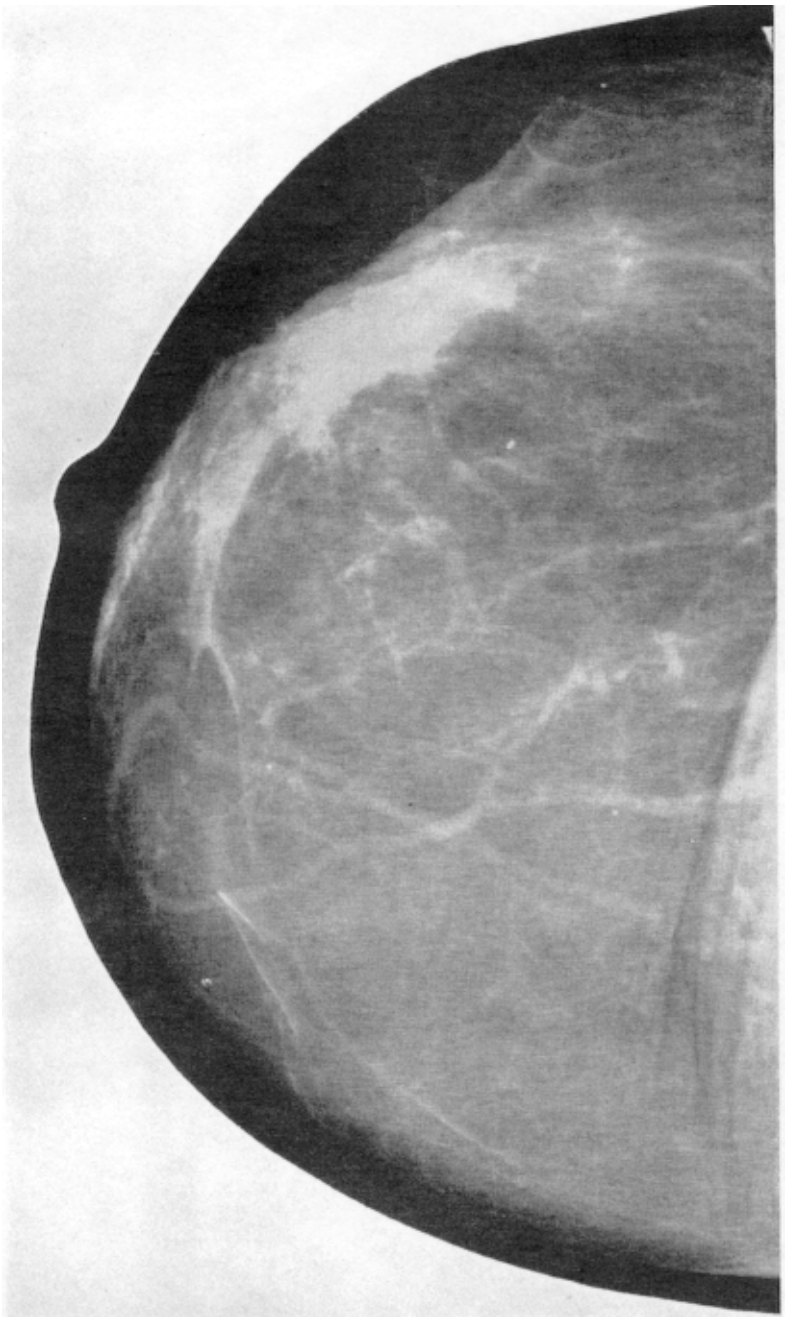


Fig. 1.1: Aspecto de una mamografía real

2. PELÍCULAS MAMOGRÁFICAS

2.1. OBTENCIÓN DE LA IMAGEN RADIOGRÁFICA

Para obtener una radiografía se necesitan esencialmente 3 elementos: un haz de rayos X, la zona a explorar del organismo y una película radiográfica con el sistema apropiado de revelado. La secuencia de participación de estos elementos se llama “cadena radiográfica”. La atenuación de rayos X produce una variación en la radiación transmitida por las estructuras de los diferentes tejidos al atravesar a un paciente, llamada imagen radiológica primaria. Se obtiene una imagen constituida por una gama de grises contorneados por bordes o perfiles (que no es más que una variación en la afluencia de fotones), donde el contraste afecta a la reproducción de los grises y la nitidez a la reproducción de los bordes.

2.1.1. EL HAZ DE RADIACIÓN

Los rayos X son ondas electromagnéticas producidas al frenar un flujo de electrones, con una energía determinada, en el seno de un material de peso atómico adecuado. La longitud de onda varía entre 10 y 0,005 nm. Otro parámetro que caracteriza los rayos X es su energía(E) y su relación con la longitud de onda es:

$$E\ (keV) \cdot \lambda\ (nm) = 1{,}2398$$

La influencia del haz de radiación sobre la imagen radiográfica viene determinada por dos parámetros: el producto de la intensidad y el tiempo de exposición (mAs), y la calidad o la energía de la radiación, expresada por la longitud de onda efectiva (longitud de onda media del haz), que depende de la tensión de pico (kVp). El producto de ambos parámetros, denominado “heat unit”, está directamente relacionado con el ennegrecimiento de la película, ya que el aumento de mAs supone un aumento del ennegrecimiento de la película mientras que el incremento de kVp supone una mayor penetración del haz de radiación.

Al incidir sobre el paciente, parte del haz de radiación será absorbido, parte dispersado y parte lo atravesará dependiendo de la naturaleza de los elementos cruzados, la densidad del medio, el espesor y la longitud de onda.

Del paciente sale un haz de rayos X invisibles que puede plasmarse en una imagen si se interpone un sistema de registro de imagen en su trayectoria.

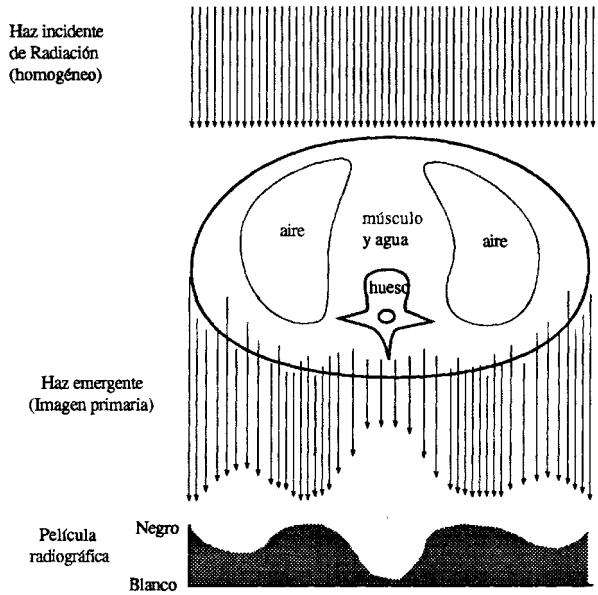


Fig. 2.1: Formación de la imagen primaria y su posterior registro en una película

2.1.2. LA RADIACIÓN DIFUSA

Se denomina radiación directa o primaria al conjunto de fotones que atraviesan directamente el organismo sin modificar su trayectoria y sin ser absorbidos por el paciente. Se denomina radiación secundaria o difusa al conjunto de fotones que se dispersa en todas direcciones debido a los átomos del sujeto y que no es totalmente absorbida por el paciente. La radiación directa reproduce fielmente las estructuras anatómicas mientras que la radiación difusa, cuando alcanza el sistema pantalla/película empobrece la calidad de la imagen disminuyendo la nitidez y el contraste.

La radiación difusa es menos energética que la primaria y su dirección no siempre coincide con ésta. Es directamente proporcional al espesor de la zona y al kilovoltaje de la radiación usada. En el rango de energías usadas en el radiodiagnóstico, el componente disperso es mayor que el primario de tal manera que habrá que usar una serie de medidas para reducir la radiación difusa.

La colimación del haz de radiación reduce la difusión ajustando la radiación a la zona a explorar. Otro método es el de la compresión, disminuyendo el espesor de la zona a explorar. La técnica “air gap” consiste en aumentar la distancia entre el paciente y la película

disminuyendo de esta manera la radiación dispersa que alcanza el sistema de registro. Las rejillas antidifusoras son un conjunto de láminas muy finas y absorbentes separadas entre sí por un material de baja absorción orientadas de forma que permitan pasar la radiación paralela a ellas y eliminan la que incida oblicuamente. Para evitar la radiación difusa proveniente de la mesa o del suelo se emplea un chasis que contiene el conjunto pantalla/película en cuya parte posterior lleva una lámina de material absorbente.

2.1.3. EL SISTEMA PANTALLA/PELÍCULA

Las películas radiográficas son relativamente insensibles a los rayos X ya que sólo una pequeña fracción de la radiación, generalmente del 1 al 3% es capturado por la película; el resto la atraviesa. Para solucionar este problema de tan bajo rendimiento se utilizan sistemas denominados pantallas de refuerzo. El funcionamiento de éstas consiste en transformar la radiación X en otra de mayor longitud de onda que sea absorbida en mayor proporción por los haluros de plata de la película, ya que ésta posee una sensibilidad inherente a las radiaciones de longitud de onda menores a 460 nm y sensibilidad máxima en la región UV y azul del espectro, entre unos 350 y 520 nm.

Debido al efecto fotoeléctrico, un fotón de la radiación incidente interacciona con un átomo del material absorbente (pantalla de refuerzo) cediéndole toda su energía y extrayendo el electrón de su órbita. El hueco que deja ese electrón en esa capa es cubierto por otro electrón de capas superiores emitiendo de esta forma radiación electromagnética. Se llama factor intensificador o factor de refuerzo a la relación entre los mAs necesarios para obtener un determinado ennegrecimiento con y sin pantallas de refuerzo que oscila entre 10 y 20. De esta manera, se consigue reducir la dosis de radiación que recibe el paciente.

En cuanto a los materiales luminiscentes empleados para las pantallas, éstos deben satisfacer una serie de condiciones como son alta eficiencia en la absorción de la radiación X, alta eficiencia en la conversión a luz, espectro de emisión conocido (que condiciona la sensibilidad espectral de la película usada), y una adecuada distribución espacial de la emisión.

Sin embargo, las pantallas de refuerzo tienen el inconveniente de que la emisión de partículas luminiscentes nunca puede ser puntual como los fotones de la imagen radiológica primaria, lo que conlleva una pérdida en la capacidad de resolución. En la resolución de la imagen intervienen la distribución espacial de la emisión de la luz, el espesor de la capa luminiscente, el tamaño de

las partículas luminiscentes, el espesor de la capa de revestimiento de la pantalla (es decir, distancia entre partículas y cristales de haluro de plata) y la adición de tintes para reducir la difusión de la luz originada en las pantallas.

Las películas radiográficas se pueden clasificar, según la zona del espectro en la que presentan mayor absorción, en: sensibles a la luz azul o convencionales; sensibles a la luz verde u ortocromáticas; y películas para mamografía que aunque suelen ser ortocromáticas presentan unas características peculiares debido a la especificidad de la exploración. Existen, además, otros tipos de películas con sensibilidad a mayores longitudes de onda, como son las pancromáticas, las películas para duplicados o las películas para el registro de vídeo.

Las películas radiográficas convencionales son sensibles a la radiación γ, X y a la radiación del ultravioleta próximo y azul del espectro visible hasta unos 500 nm de longitud de onda. Las películas ortocromáticas tienen su sensibilidad espectral ampliada hasta unos 600 nm, correspondiente a la luz verde, mediante la adición de ciertos colorantes durante la fabricación de la emulsión. Los sistemas pantalla película sensibles a luz verde u ortocromáticos tienen la posibilidad de disminuir la dosis de radiación debido al aumento de la velocidad que proporcionan.

2.1.4. EL PROCESO FOTOGRÁFICO

Se llama así al conjunto de etapas necesarias para transformar la película impresionada por el haz de radiación en la imagen radiográfica definitiva. Se denomina procesado o proceso fotográfico porque son prácticamente idénticas a las de fotografía convencional.

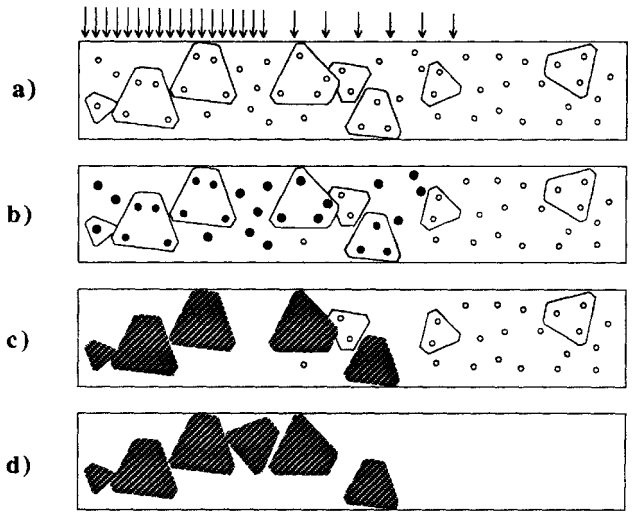


Fig. 2.2: Etapas del proceso fotográfico. a) Un flujo de fotones incide sobre la emulsión, que contiene cristales de haluros de plata de diferente tamaño. b) Formación de la imagen latente. c) Revelado. d) Fijado

El revelado es la primera de las etapas y consiste en transformar los cristales de halogenuro de plata alterados en depósitos de plata metálica mediante reducción. El ion plata adquiere el electrón necesario para alcanzar su estado fundamental gracias a la oxidación del revelador y, en consecuencia, se produce el depósito de plata metálica en las zonas correspondientes apareciendo una coloración negra. Las reacciones químicas se producen en medio acuoso y su temperatura controlará la velocidad de la reacción. Así mismo debe controlarse el tiempo de contacto del revelador con la película ya que pueden alterarse cristales que no hayan recibido radiación.

El fijado es la disolución de los cristales no alterados por la radiación en el líquido fijador. Los cristales no alterados deben eliminarse para prevenir que se transformen por efecto de la radiación luminosa. De igual manera, se neutralizan los restos de revelador que la película arrastra en su recorrido durante el procesado automático, ya que alterarían las imágenes con la aparición de manchas sobre la película. Tras la solubilización del bromuro de plata en el líquido fijador las zonas de película no expuestas quedan cada vez más transparentes.

El lavado es la extracción por dilución de los restos de las sustancias de procesado anteriores. Debe ser suficiente para eliminar todos los restos, principalmente del fijador que con el tiempo adquieren un tono amarillento o marrón rojizo según el tipo

de película. La temperatura del lavado no debe ser inferior a los 20ºC.

El secado es la eliminación del exceso de humedad de la película. Se realiza con un flujo laminar de aire seco a 50-55ºC sobre la superficie de la película. Si se realiza de forma defectuosa provoca marcas de forma indefinida, líneas o rayas en las películas.

2.2. CONSTITUCIÓN DE LA PELÍCULA

Estructuralmente se diferencian varias partes en la película radiográfica: soporte, revestimiento o sustrato, emulsión sensible y capa protectora.

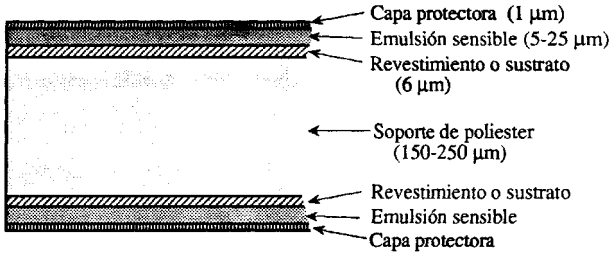


Fig. 2.3: Esquema de las partes que integran la película radiográfica

SOPORTE

El material elegido para el soporte debe ser moderadamente rígido, sin defectos, de espesor delgado uniforme y con baja absorción a la radiación. Históricamente los materiales empleados han sido el vidrio, la nitrocelulosa, el triacetato de celulosa o “safety film”, hasta llegar al poliéster, material que cumple las condiciones requeridas de resistencia a la ruptura, tenacidad, planeidad, flexibilidad, así como una adecuada estabilidad dimensional.

REVESTIMIENTO

El revestimiento o sustrato es una capa adhesiva que tiene un espesor de 6 μm que asegura una unión permanente entre el soporte y la emulsión sensible. Debe controlarse perfectamente la uniformidad de toda la superficie de la película.

EMULSIÓN SENSIBLE

Con el nombre de emulsión sensible se denomina a la suspensión de microcristales de halogenuros de plata (compuestos en un 95% por bromuro de plata) en gelatina, que se extiende sobre el soporte con un

espesor de 5 a 25 μm. Aunque estos cristales son sensibles a la radiación X y visible, inherentemente son más sensibles a radiaciones electromagnéticas de longitud de onda menor de 460 nm. Entre los haluros de plata usados el AgBr produce una imagen negro pardusca; el AgCl ofrece un revelado y fijado rápido, pero con baja sensibilidad e imágenes parduscas; el AgI incrementa la sensibilidad pero necesita mayor tiempo para su dilución por el fijador.

Por su parte, la gelatina es un compuesto sólido, incoloro, no dializable, capaz de absorber agua, donde se encuentran suspendidos los microcristales. Se diseñan con propiedades tales como: ser buen dispersante de los cristales de halogenuros de plata, aportar a los microcristales ciertas impurezas que producen un aumento de la sensibilidad de la película, permitir la difusión a su través de las soluciones acuosas reveladoras y fijadoras cuando se modifica su tensión superficial.

Después de la fase de obtención de la emulsión sensible viene la fase de maduración que consiste en aumentar la temperatura de la emulsión para que aumente el tamaño de los cristales (consiguiendo así aumentar la velocidad de la película) seguido de un enfriamiento rápido para que pase a estado de gel. Posteriormente, se tritura, se lava y llegamos a la fase de asimilación, en la que se vuelve a aumentar la temperatura, se funde el gel y conseguimos un aumento de la velocidad debido a la acción de agentes sensibilizadores que se añaden a lo largo del proceso.

Por último, decir que la distribución de los tamaños de cristales es responsable del contraste. Una película con gran variedad de tamaños de grano es capaz de reproducir una gama de grises relativamente amplia como respuesta a un rango de exposición igualmente amplio, es decir, la película tiene elevada latitud de exposición, o un contraste bajo. Por contra, una película con poca variedad de tamaños de grano produce una escala pequeña de tonos de gris, o contraste alto. Generalmente, en las películas radiográficas, la emulsión tiene granos grandes que producen una película de alta velocidad y contraste relativamente alto.

CAPA PROTECTORA

La capa protectora, también llamada “supercoating” es una fina capa de gelatina, de 1 μm de espesor, depositada sobre la suspensión con el fin de protegerla frente a abrasiones y roces, presiones y contaminaciones.

2.3. SENSITOMETRÍA

La sensitometría es la forma práctica de relacionar la exposición con la densidad óptica de la película, y es fundamental para la evaluación de

películas radiográficas y su combinación con pantallas intensificadoras, así como para el control del procesado. Consiste en obtener la curva característica de la película, que es una gráfica logarítmica en la que se relaciona el ennegrecimiento obtenido en una película con una serie de exposiciones en las que sólo variamos la cantidad de fotones.

2.3.1. DENSITOMETRÍA

La densitometría mide las características ópticas de las películas y se denomina así porque los resultados se expresan en términos de densidad óptica. Básicamente se necesita un dispositivo que mida el ennegrecimiento de la película.

Se denomina transmisión (T) a la relación entre la cantidad de luz que sale a través de un área de la película y la intensidad de luz incidente ($T=I_e/I_i$), expresada normalmente en tanto por ciento. Opacidad (O) o inversa de la transmisión (O= 1/T) es la cantidad de luz que incide en un área entre la cantidad de luz que pasa a través de un área, expresado convencionalmente en tanto por uno. La densidad óptica (DO) es el logaritmo decimal de la opacidad

$$DO = \log \frac{I_i}{I_t}$$

y se corresponde con el concepto de ennegrecimiento. Se expresa en forma logarítmica debido a que se consigue un mayor rango de valores. En cada zona, la DO depende de la cantidad de plata que se deposita, que a su vez depende de la exposición y al recibir cada área diferente exposición se aprecian diferencias de densidad entre ellas. Los densitómetros usados actualmente para la cuantificación de DO están constituidos por una fuente de luz homogénea y un sensor, colocando entre ellos la película.

2.3.2. CURVA CARACTERÍSTICA

La curva característica es la relación entre una serie de exposiciones a las que se somete una película y las DO obtenidas, expresado gráficamente. Se consigue realizando una serie de exposiciones crecientes en una zona de la película, manteniendo un factor constante entre ellas. Después del revelado se leen las DO de cada zona y se representa.

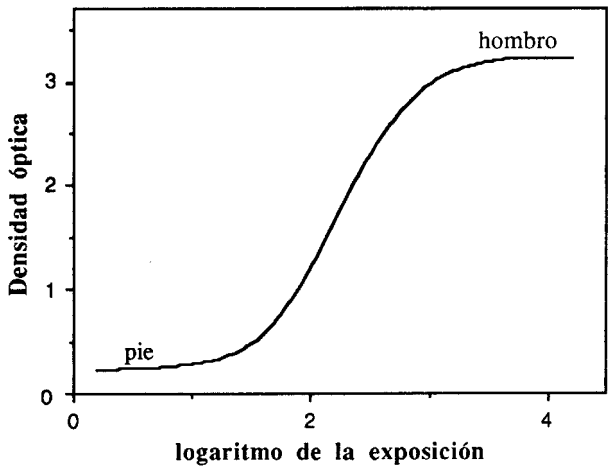


Fig. 2.4: Curva característica de la película mamográfica

Esta curva describe las propiedades de la película en un rango de exposiciones determinado. Se distinguen tres partes: la base o pie de la curva, corresponde a la DO que se obtiene cuando la película no ha recibido ninguna exposición; la parte intermedia recta indica el rango de exposiciones más adecuado para su uso radiográfico, ya que pequeños cambios en la exposición suponen grandes cambios en la DO, lo que implica mayor o menor contraste en función de la pendiente de esa recta; el hombro de la curva, en el que se observa que diferencias logarítmicas en la exposición no producen diferencias proporcionales de densidad.

Con esta gráfica se pueden obtener una serie de parámetros que caracterizan la respuesta de una película a la exposición. Éstos son el velo base, la velocidad, el gradiente y otros como la latitud de exposición y la densidad máxima.

VELO BASE

El velo base (VB) es la DO que se obtiene cuando la película se ha procesado sin recibir ninguna exposición. Su valor depende de la tonalidad del soporte de la película y de las capas de emulsión. Cuando alcanza un cierto valor limita la capacidad de información de la película y disminuye la latitud de exposición. Es uno de los factores determinantes de su caducidad ya que se incrementa con la edad de la película.

VELOCIDAD

La velocidad es un parámetro relacionado con la sensibilidad de la película o la combinación pantalla/película. Una película es más

sensible cuanto menos tiempo de exposición necesita, por lo que también se llama película rápida. Se puede razonar fácilmente que la curva característica de una película lenta, o poco sensible, estará situada más lejos del eje de ordenadas que la de una película rápida. La velocidad se puede definir como la medida cuantitativa de la respuesta a la energía radiante bajo unas condiciones de exposición, revelado y medida especificados (ISO 5799, 1991). Habitualmente se expresa en términos del inverso de la exposición necesaria para obtener una DO igual a 1+VB en unas condiciones determinadas. Este punto recibe el nombre de punto de sensibilidad o punto de velocidad.

GRADIENTE

El gradiente está relacionado con el contraste de la película, que como vimos dependía de la diversidad de tamaños de grano que contenga la emulsión. En la curva característica se puede observar midiendo la pendiente de la porción ascendente de la curva. Una película con elevado contraste presenta una gran pendiente, aunque por contra tengan una baja latitud de exposición. Una película de bajo contraste presenta una pendiente pequeña pero tiene una elevada latitud de exposición. Es por ello que el gradiente se denomine también factor de contraste y, numéricamente, se calcula dividiendo la ordenada del tramo recto de la curva entre su abcisa. Otros valores de interés que se pueden calcular relativos al gradiente son el valor máximo del gradiente y el valor medio.

LATITUD DE EXPOSICIÓN

La latitud, tal y como acabamos de ver, es un valor recíproco del gradiente. Se define como el rango de exposiciones en el cual la película presenta una adecuada respuesta a la variación en la exposición.

DENSIDAD MÁXIMA

La densidad máxima o densidad de saturación es el valor máximo de ennegrecimiento de la película, y corresponde a la situación en la que todos los cristales de haluros de plata de la película son sensibilizados.

2.4. CONTRASTE

Es la diferencia entre los valores de luminancia de dos objetos contiguos. La luminancia es la energía emitida por una unidad de área en una unidad de ángulo sólido y se corresponde con la sensación de claridad o brillo. Hay que tener en cuenta que el brillo también depende de la respuesta del ojo a una determinada longitud de onda, la cual no es lineal sino que se puede representar de forma semilogarítmica como una sigmoide.

Podemos definir el contraste de un objeto como la diferencia entre las DO del objeto y de su entorno. Se distinguen diversas componentes del contraste, como son:

- Contraste objetivo, que es la diferencia de DO de zonas contiguas.
- Contraste subjetivo, que es la percepción visual que nosotros tenemos de esas diferencias de DO, y que depende de la forma y tamaño de la imagen, la intensidad del negatoscopio, las condiciones de visibilidad, el enmascarado y el observador.
- Contraste del motivo, que es la relación de intensidades de rayos X transmitidas por dos partes del motivo y depende de la naturaleza, composición y calidad de la radiación.
- Contraste de la película, que es el valor de la pendiente en la curva característica y que depende de la composición de la película y el procesado.

Antes de exponer la película a la radiación, podemos influir en el contraste mediante tres factores: el kilovoltaje, la filtración del haz y los sistemas para disminuir la radiación difusa.

El kilovoltaje influye debido a la diferente absorción de los tejidos a la radiación X. Por ejemplo, el tejido óseo tiene una absorción mucho mayor que los tejidos blandos a bajos kilovoltajes y el contraste es elevado.

La filtración del haz es necesaria debido a que los aparatos de rayos X producen un espectro continuo de energía, siendo necesario filtrar los fotones menos energéticos que depositan su energía en la piel del paciente. Esta filtración proporciona mayor o menor componente energética influyendo directamente en el contraste.
La radiación difusa provoca un aumento general de la DO de la radiografía y disminuye el contraste. Para minimizarla se usan elementos como rejilla antidifusora fija o móvil, compresión de la zona a exponer, conos o focalizadores del haz, o la técnica de “air gap” descritas anteriormente.

2.4.1. CONTRASTE SUBJETIVO

Conviene recordar que una radiografía va a ser analizada por un observador humano y además iluminada en un negatoscopio. Por un lado, los conos y bastones, que actúan en longitudes de onda

entre 400 y 750 nm, son los responsables de la visión fotópica y escotópica. Para distinguir detalles finos necesitamos proporcionar un rango de densidades que pueda ser detectado por la visión fotópica. En cuanto a la iluminación de la película, debe ser uniforme en toda ella con lo cual, los tubos fluorescentes del negatoscopio deben ser todos idénticos.

Para mejorar el contraste subjetivo se incorpora un colorante azul en el soporte de la película y , a la vez, se filtra la luz amarilla de algunos negatoscopios. También se usan una serie de precauciones como evitar deslumbramiento del observador, apagar los cuerpos del negatoscopio que no estén en uso, o incluso la posición de éstos para evitar reflexiones. En el caso de las mamografías, se usan negatoscopios diferentes de los convencionales, que optimizan las condiciones de iluminación, ya que se intentan observar detalles de bajo contraste.

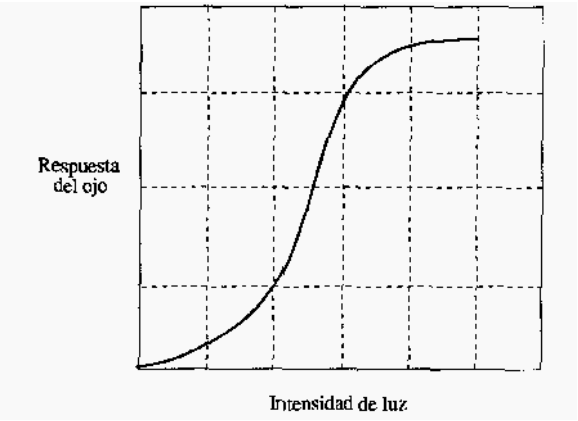


Fig. 2.5: Curva de respuesta del ojo ante variaciones de la intensidad de luz

2.4.2. CONTRASTE DE LA PELÍCULA

Como vimos anteriormente el contraste se relaciona recíprocamente con la latitud de exposición que tiene la película. La elección de la película dependerá del estudio radiológico, de la técnica a usar y de las preferencias del radiólogo.

2.5. NITIDEZ, BORROSIDAD Y RESOLUCIÓN

Es importante estudiar los contornos, bordes o perfiles de una imagen radiográfica ya que contienen parte importante de la información diagnóstica.

2.5.1. NITIDEZ Y BORROSIDAD

Se define la nitidez como la habilidad que tiene un sistema para captar y reproducir los mínimos detalles. Como sinónimo se suele usar el término definición, mientras que el opuesto a nitidez es borrosidad. Los principales factores que repercuten sobre la nitidez de la imagen son: la geometría del haz, el tamaño del punto focal y las distancias relativas entre el tubo de rayos X, el sujeto y la película (borrosidad geométrica), el factor de movimiento del paciente (borrosidad cinética) y el propio sistema de registro de imagen (borrosidad interna).

BORROSIDAD GEOMÉTRICA

La borrosidad geométrica se debe al proyectar un haz de un foco que no es puntual sobre el paciente, generando una serie de penumbras sobre la combinación pantalla/película. Geométricamente podemos definir el tamaño del foco (F), la distancia foco-objeto (D) y la distancia objeto-película (d). Se puede comprobar que la borrosidad geométrica (B_g) vale:

$$B_g = F \cdot d/D$$

La borrosidad geométrica aumenta con el tamaño del foco y con la distancia objeto-película y disminuye con la distancia foco-objeto.

BORROSIDAD CINÉTICA

La borrosidad cinética es la producida por los movimientos del paciente, tanto involuntarios como voluntarios. Para reducirla es preferible usar el foco grueso que permite tiempos de exposición más cortos con mayores intensidades. También se puede decrementar con el uso de combinaciones pantalla/película de alta velocidad.

BORROSIDAD INTERNA

La borrosidad interna es propia del sistema de formación de la imagen. Se debe principalmente al carácter difuso de la emisión fluorescente de las pantallas y, en menor medida, de la difusión interna en la emulsión de la película.

2.5.2. RESOLUCIÓN ESPACIAL

Nitidez, contraste y dimensión espacial son tres conceptos que están relacionados entre sí. Las imágenes de alto contraste aparecen al ojo humano como más nítidas, y al contrario. Por otro lado, la nitidez de los objetos también depende del tamaño de los mismos ya que los límites de los objetos se visualizan mejor cuanto mayor es el tamaño de los objetos. Se denomina resolución espacial a la capacidad de un sistema de resolver las diferencias de contraste a diversos intervalos de espacio. Dicha capacidad tiene un límite denominado “poder de resolución” del sistema.

Para evaluar el poder de resolución de una combinación pantalla/película se realiza el test de pares de líneas o test de patrones de barras (ver capítulo 3). Son láminas muy finas de plomo agrupadas por series de frecuencia creciente, intercalados con espacios idénticos a su anchura y el poder de resolución se expresa como el mayor número de pares de línea que se consiguen distinguir por milímetro.

El ojo humano, sin ayuda de ningún dispositivo externo, tiene una resolución de unos 10 pares de líneas/mm. En cuanto a la resolución de la combinación pantalla/película, las pantallas de refuerzo tienen un papel fundamental: cuanto más pequeñas sean las partículas luminiscentes de la pantalla de refuerzo mayor será la nitidez de la imagen y la resolución espacial de la combinación pantalla/película.

2.5.3. FUNCIONES DE EXPANSIÓN

Se llama función de expansión del punto o PSF (point spread function) a la representación de la imagen producida al hacer pasar un haz de radiación por un agujero muy pequeño. La DO que se obtiene se diferencia de la hipotética en que se expande, más cuanta menor resolución tenga el sistema. La función de expansión de línea o LSF (linne spread function) es exactamente igual salvo que se usa una rendija larga y estrecha, y en la función de expansión de borde o ERF (edge response function) se usa el borde de una lámina de espesor suficiente para ser opaca.

Aunque estas funciones describen completamente las características de resolución de un sistema de imagen bajo las condiciones en que se ha obtenido, no sirven para evaluar el significado de los factores que contribuyen a la borrosidad ya que éstos no son matemáticamente aditivos ni multiplicativos.

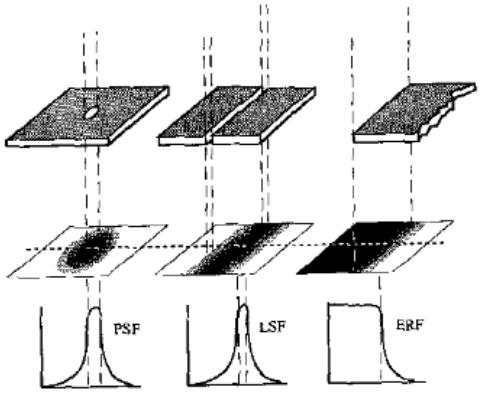


Fig. 2.6: Obtención de las funciones de expansión

2.6. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE MODULACIÓN

La función de transferencia de modulación se trata de una función que cuantifica la degradación de la imagen que va introduciendo cada uno de los elementos que conforman la adquisición final de la radiografía. La ventaja de esta función es que puede calcularse una función de transferencia de modulación global simplemente por multiplicación de las funciones de los elementos particulares que componen la cadena. Esto no es sino, en términos de ingeniería, la función de transferencia del sistema, que se supone como una combinación lineal de las funciones de transferencia particulares de todos los elementos encadenados.

Suponiendo que la señal de entrada y salida son un flujo de fotones que varían sinusoidalmente en el espacio podríamos decir que la señal a la entrada es

$$I_e(x) = \bar{I}_e + I_{0e} \cos 2\pi f x$$

y que suponiendo que el sistema sea lineal la salida debe tener un valor tal que

$$I_s(x) = \bar{I}_s + I_{0s} \cos 2\pi f x$$

Se define la modulación a la entrada y la salida respectivamente como

$$M_e(f) = \frac{I_{0e}}{\bar{I}_e} \quad y \quad M_s(f) = \frac{I_{0s}}{\bar{I}_s}$$

y la función de transferencia de modulación como

$$FTM(f) = \frac{M_s(f)}{M_e(f)}$$

Construir un dispositivo físico tal que al radiografiarlo resulte en una variación sinusoidal del patrón impreso es prácticamente imposible. Es por ello que hay que recurrir a aproximaciones que luego se corregirán por medio de la transformada de Fourier y recurrir a señales físicamente construibles tales como patrones de barras (que consiste en un grupo de láminas de plomo cuya anchura es igual a la del espacio que hay entre ellas) o líneas muy estrechas, de decenas de μm, fabricadas como una rendija en una cámara de plomo (slit-cameras).

La función de transferencia está influenciada por el tamaño de foco. Si se coloca el patrón cerca de la pantalla se minimiza dicha dependencia. Por este motivo, la FTM de las pantallas de refuerzo se calcula poniendo el test directamente en contacto sobre el chasis que contiene la combinación pantalla/película.

La función de transferencia proporciona una medida matemática de la exactitud con la que una combinación pantalla/película es capaz de registrar todos los detalles de un objeto, de manera que cuanto más alta es la fidelidad del registro, mayor será la FTM.

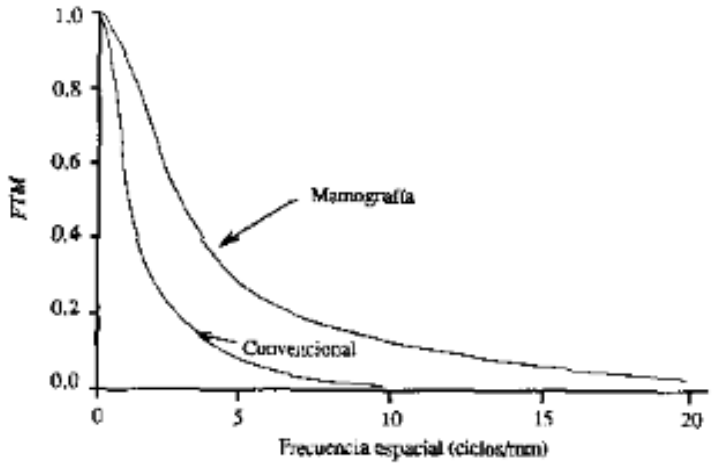


Fig. 2.7: Función de transferencia de modulación de dos combinaciones pantalla/película diferentes, para mamografía y radiología convencional.

2.7. DIGITALIZACIÓN: ALGUNAS CUENTAS

No introduciré aquí las ideas de digitalización de una imagen continua ya que no es el objetivo del presente proyecto. Me limitaré a hacer unas pequeñas cuentas sobre el tamaño de lo que estamos tratando y expondré unas fórmulas sencillas que nos permitan pasar de un concepto espacial a otro digital y viceversa de manera rápida.

Las imágenes con que trataremos tienen unas dimensiones de 2.364x0.812 cms, que una vez muestreadas se traducen en 2513x863 pixeles, es decir, se ha empleado una frecuencia de muestreo de 9.41 μm/pixel.

Si tenemos una frecuencia espacial $F_{sñ}$ (pares de línea/mm) y una frecuencia de muestreo T_s (μm/pixel), podemos definir las siguientes variables de interés:

Longitud del periodo longitud del par barra de plomo/hueco, esta longitud nos puede interesar tanto en muestras como en una unidad estándar de medida como es el μm.
Longitud del patrón longitud del grupo completo de pares de línea, será simplemente 9/2 veces la longitud anterior
Frecuencia digital frecuencia digital asociada a la frecuencia espacial considerada, es función únicamente de la frecuencia espacial y la frecuencia de muestreo
Muestra de la DFT muestra de la DFT con N puntos que ocupa la frecuencia digital anterior

DESCRIPCIÓN	SÍM	CÁLCULO	EJEMPLO
Periodo de muestreo	T_s		9.41 μm/pixel
Frecuencia Espacial	$F_{sñ}$		3 pares línea/mm
Longitud Periodo	$T_{sñ}$ $T_{sñdig}$	$1000/F_{sñ}$ $T_{sñ}/T_s$	333 μm 35 muestras
Longitud Patrón (9 semiperiodos)	L_p L_{pdig}	$9/2*T_{sñ}$ $9/2*T_{sñdig}$	1500 μm 159 muestras
Frecuencia Digital	$\omega_{sñ}$	$2\pi T_s/T_{sñ}$	0.178 rad/seg
Muestra de la DFT	$N_{sñ}$	$N\ T_s/T_{sñ}=(N/1000)*T_s*F_{sñ}$	116

donde N es el número de muestras de la DFT entre -π y π, a lo largo del proyecto muchas veces se le ha dado el valor 4096.

Podemos generalizar la tabla anterior y dar una fórmula de conversión entre longitudes en muestras y longitudes en micras

$$long_muestras = \frac{long_micras}{T_s}$$

Dijimos que el hombre era capaz de ver a simple vista hasta líneas de una frecuencia espacial de 10 pares de línea/mm, lo cual equivalen a un espesor de las barras de 100 micras.

Por ejemplo, los artefactos más pequeños que vemos en la imagen tienen un espesor de 5 muestras, es decir, unas 47 micras (por debajo de la resolución del ojo humano); mientras que los más grandes son del orden

de 60 muestras, 0.5 mm (5 veces la resolución alcanzable por el hombre). Nos podemos hacer una idea de la importancia que tiene un control de calidad de revelado correcto (la mayoría de los artefactos aparecen en tiempo de revelado). Estamos introduciendo unos errores aparentemente muy pequeños pero que son de tamaño comparable con las microcalcificaciones.

CAPÍTULO 3. SEÑALES DE TEST

3.0. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presenta la necesidad de disponer de unos patrones conocidos que radiografiar sobre los que se puedan establecer criterios objetivos de calidad de una determinada película mamográfica, se exponen tres de ellos: fantomas, patrón de escalera y patrón de líneas; y por último se expone el problema de los artefactos.

3.1. FINALIDAD

El fin del proyecto es el de evaluar cualquier película utilizada en mamografía, se trata, pues, de un control de calidad. Para ello será necesario, como en todo control de calidad, el empleo de alguna prueba que verifique el funcionamiento del sistema. La idea es la de hacer radiografías a patrones conocidos de manera que podamos determinar de forma objetiva la bondad de la película que nos traemos entre manos.

Este control de calidad no es novedoso en este proyecto y ya ha sido ampliamente tratado en el campo radiológico en el que se han diseñado diversas “señales de test”. Se tratan de dispositivos físicos de características físicas conocidas a los que se hacen radiografías, luego estas radiografías son examinadas por expertos y se evalúa de forma manual, a criterio del radiólogo, la bondad de cada una de las películas a discutir. Dichas señales de test son recogidas por distintas normas que se indicarán más adelante conforme se vayan exponiendo.

Aquí describiré tres de esas señales estándar de test: el fantomas, el patrón de escalera y el patrón de líneas, siendo éste último sobre el que se basa el presente PFC.

3.2. FANTOMAS

El fantomas consiste en un dispositivo físico que simula la mama de una mujer en cuanto a densidad radiológica, en su interior se colocan diversos patrones de interés diagnóstico como son:

- una serie de conjuntos de puntos simulando microcalcificaciones en una disposición perfectamente conocida y en los que las microcalcificaciones cada vez son de menor tamaño.
- una serie de nódulos de diferentes densidades ópticas.
- una serie de líneas de localización conocida cada vez más estrechas.

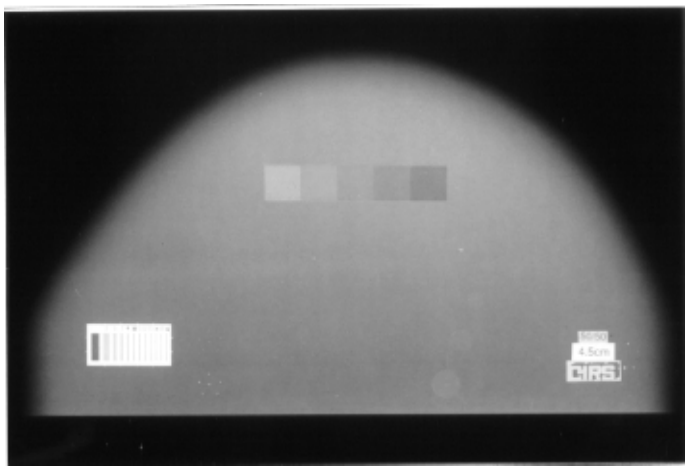


Figura 3.1. Imagen producida por un fantomas de mama

Como se puede comprobar por la descripción del fantomas su uso es útil a la hora de verificar si una determinada película podrá representar con eficacia las distintas anomalías que pueden darse en la mama real de una mujer ya que hemos introducido una simulación de la misma con una amplia variedad de circunstancias. Sin embargo, este fantomas no permite una automatización sencilla en un proceso de control de calidad ya que deberíamos primero delimitar las zonas en que se encuentran cada una de las diferentes señales y luego estudiar la calidad de la película en cada uno de dichos trozos. No obstante, esta señal patrón sí que será de extrema utilidad en la inspección manual de un radiólogo al que no le afecta este problema de segmentación y que está acostumbrado a ver los elementos allí simulados en radiografías reales.

3.3. PATRÓN DE ESCALERA

El patrón de escalera consiste en una pieza de plomo (opaco a los rayos X) que va aumentando poco a poco su grosor, de tal forma que cuando el espesor del metal es pequeño la densidad óptica correspondiente en la mamografía es muy baja y va aumentando conforme el volumen de metal aumenta. Este tipo de patrón es válido para el estudio de la linealidad de la película frente a la densidad óptica, estudio del ruido a diferentes densidades ópticas y es muy sencillo de automatizar ya que está muy claro cuáles son los comienzos y finales de las zonas, es, pues, una estructura muy simple de examinar. Las especificaciones de este tipo de patrones se puede encontrar en la norma “U.S. Federal Specification GG-X-635C”.

Sin embargo, el control de calidad que se prefiere en este proyecto no se refiere a la linealidad con la densidad óptica o curva característica, sino que más bien hace referencia a la calidad de imagen y la habilidad de la película para reproducir objetos muy pequeños. Como se verá esta cualidad se puede comprobar fácilmente con la señal de test expuesta en el siguiente epígrafe.

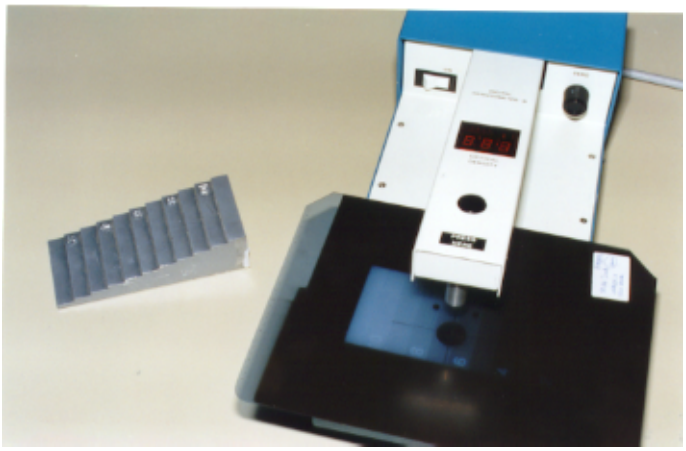


Figura 3.2. Foto de un patrón de escalera e imagen producida por él

3.4. PATRÓN DE LÍNEAS

El patrón de líneas se trata de una pequeña pieza de plomo (opaco a los rayos X) en el que se intercalan pequeños conjuntos de 5 pares de líneas con huecos. Los pares de línea (par hueco/barra de plomo) son cada vez de menor ancho con lo que vamos aumentando la frecuencia espacial a ser representada en la película. Durante una inspección visual el experto determina hasta qué frecuencia espacial (normalmente indicada en pares de línea por milímetro) es capaz de distinguir en la mamografía, esta opinión es contrastada por otros expertos y de esta forma se elige cuál es la mejor película: la que mayor frecuencia espacial es capaz de representar. Sin embargo, este procedimiento es altamente subjetivo y depende de factores tan variables como el cansancio del observador, condiciones de iluminación, ...

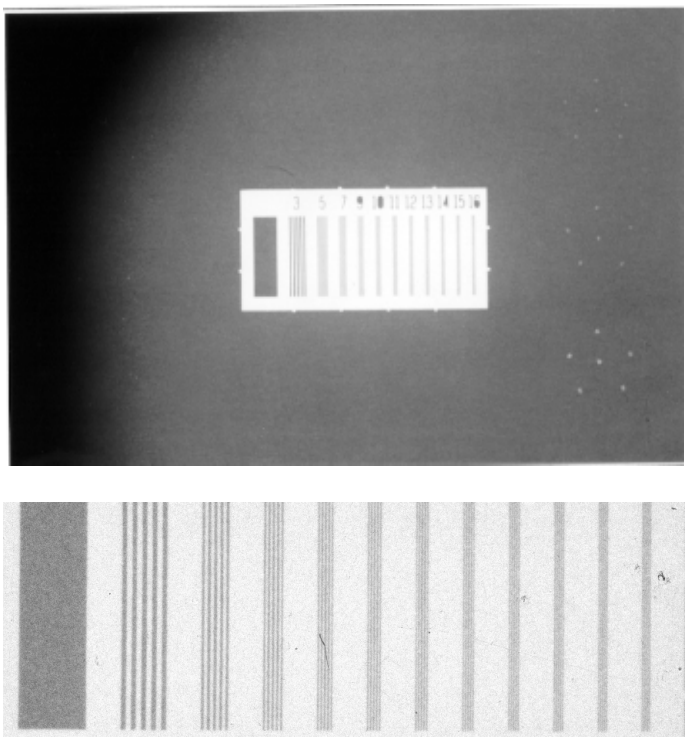


Figura 3.3. Foto de un patrón de líneas e imagen producida por él
Como ya se ha comentado esta señal será la base del proyecto aquí realizado, de manera que nos detendremos un poco más en la discusión de la misma.

La señal representada por el test puede ser modelada como un tren de impulsos cuadrados entre 0 (correspondientes a los huecos de la pieza) y 1 (para los trozos de plomo). De nuevo, esta señal de test es altamente automatizable y proporciona una idea bastante adecuada de cuál es la función de transferencia a cada una de las frecuencias espaciales de la película.

Se puede pensar que la imagen introducida al sistema de adquisición sería una imagen en la que las zonas más oscuras son completamente negras y las zonas más claras completamente blancas. A esta nueva imagen se le llamará idealización del patrón.

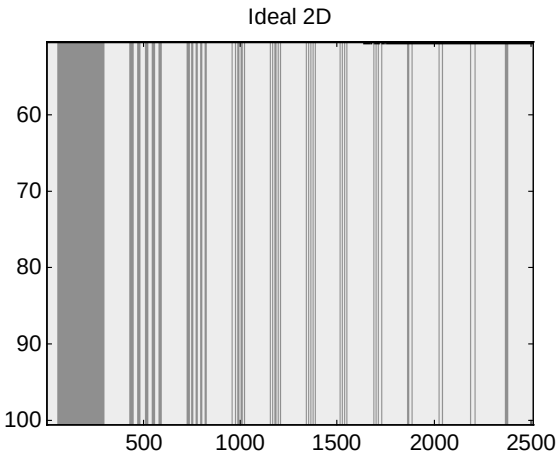


Figura 3.4. Idealización de la imagen producida por el patrón de líneas

También es posible determinar en las zonas anchas cuál es la potencia del ruido introducido por el proceso (y no sólo por la película) pero tan sólo a dos niveles de densidades ópticas y no a una gama como era factible en el patrón de escalera.

Si observamos con atención la imagen “fuente” al sistema advertiremos que tan sólo tiene variaciones en uno de los ejes, el horizontal, mientras que en el vertical no hay variación de la información, no hay pues información en dicha dirección. Esto nos invita a tratar la imagen como si fuese una sucesión vertical de una señal horizontal que excita muchas veces al sistema. Es decir, que podemos tratar la imagen como si fuesen simplemente líneas horizontales, con lo que se simplifica el problema notablemente ya que lo hemos reducido en una dimensión. Esta reflexión es de suma importancia ya que al disminuir en un grado la complejidad del problema lo hemos traducido directamente a un problema de análisis de señal en una dimensión, así pues, se trata de una disciplina mucho más conocida, trabajada, simple, desarrollada y de menor complejidad computacional. Además, este enfoque nos hace disponer automáticamente de muchísimas respuestas para una misma excitación y una misma película (más de 800), con lo que podremos reducir en gran medida por promediado la varianza del modelo encontrado.

La asumpción de que en una de las direcciones no hay información es verdadera hasta cierto punto, si atendemos a la dirección vertical comprobamos que se está excitando al sistema con un valor “de continua”, ya sea un blanco o un negro, que no varía en toda la columna. Esta suposición es razonablemente cierta siempre que la imagen esté razonablemente alineada con los ejes vertical y horizontal en el sentido de una matriz. No obstante, aunque la imagen estuviese rotada siempre podríamos encontrar un par de direcciones ortogonales para las que es cierta la hipótesis de excitación continua en una de ellas.

Veamos qué señales concretas podemos encontrar en una dimensión, para hacernos una idea de con qué estamos trabajando.

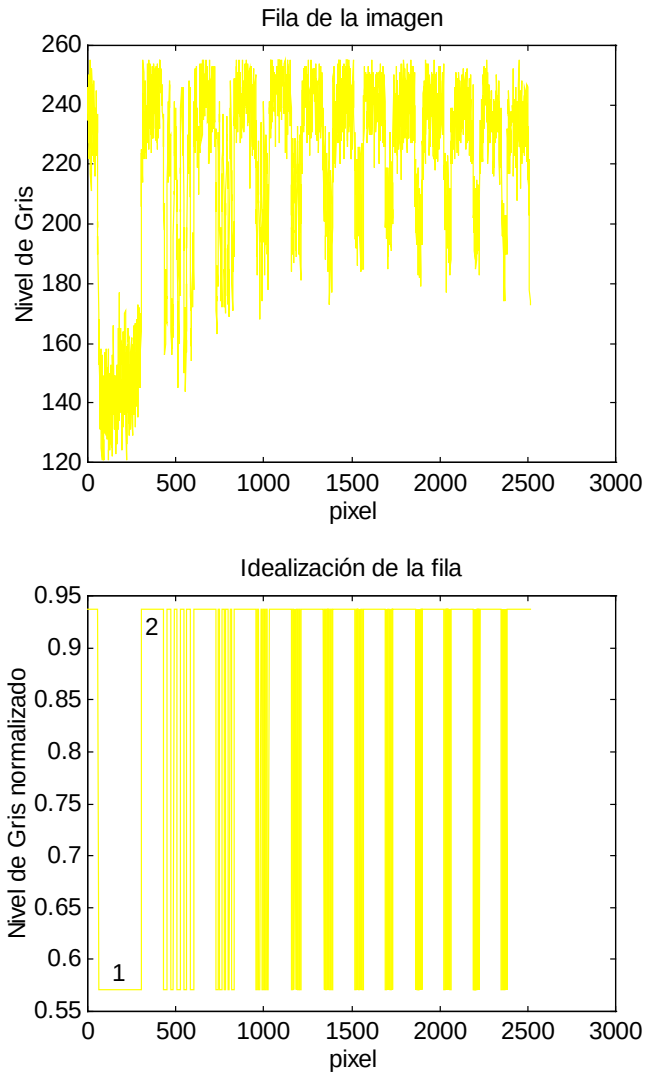


Figura 3.5. Una fila de la imagen y su idealización

En la idealización de la imagen es apreciable que dicha señal ideal no varia entre 0 y 1 como se dijo en un principio sino entre unos valores altos y bajos en apariencia aleatorios. Estos valores provienen de normalizar el nivel de gris de la señal original, es decir, dividir toda la señal por 255, y luego calcular los valores medios a nivel bajo y alto respectivamente en las zonas marcadas como 1 y 2 en la figura anterior 3.5 que son áreas suficientemente amplias como para poder promediar y establecer un valor de “0” y “1”. Realmente el interés no se centra en que en la señal ideal los valores sean 0’s o 1’s exactamente, ya que la aritmética de MATLAB trata por igual cualquier constante, sino que haya un nivel alto claramente diferenciado del nivel bajo y esto sí que se consigue.

Para más información sobre el proceso de idealizado me refiero al capítulo 5 en el que se discute dicha tarea de manera más extensa.

3.5. ARTEFACTOS

Uno de los problemas que nos encontramos en las digitializaciones de las mamografías es la aparición de artefactos en las mismas, dichos artefactos están ya presentes en la propia mamografía y no son producto de una digitalización defectuosa. Los artefactos se originan por motivos muy diversos, pero la principal fuente de ellos es un proceso de revelado incorrecto.

Su aspecto real en la mamografía es el de una pequeña mancha más oscura o una pequeña línea que puede aparecer en cualquier parte de la misma. En la imagen que hemos empleado como ejemplo a lo largo del capítulo se encuentran algunos de estos artefactos, algunos de ellos han sido marcados sobre la imagen en la figura 3.6.

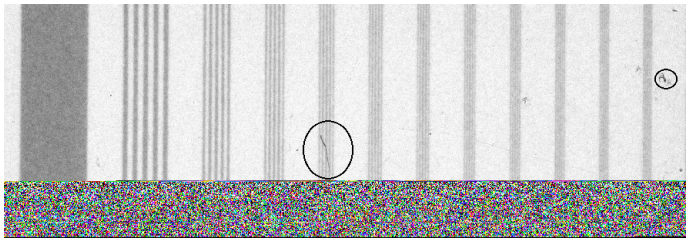


Figura 3.6. Artefactos en una mamografía

De igual modo, puede haber zonas de la mamografía que estén más oscurecidas o aclaradas por efecto de un revelado con fallos. Este tipo de imperfecciones de la propia mamografía debe ser tolerado por el sistema de control de calidad que habremos de diseñar, es decir, el sistema debe ser robusto frente a los artefactos y zonas de distinta densidad óptica que sabemos a ciencia cierta que van a existir. Donde más afectarán estos problemas será a la hora de idealizar la señal y, sobre todo, cuando tratemos de determinar la función de transferencia ya que en esa zona la potencia de señal que tengamos no será tan sólo de señal sino que tendrá además la del artefacto. Esta cuestión no será demasiado grave si el artefacto cae en una zona de medida de ruido ya que debido a su pequeña área en proporción al área total donde se hace la estimación del ruido contribuirá muy poco y seguramente no distorsionará mucho la evaluación de la potencia ruidosa.

En cambio, si el artefacto cae en una zona de pares de línea, y dependiendo de su orientación frente a los pares puede afectar en mayor o menor medida la estimación de la función de transferencia a una determinada frecuencia espacial. Tengamos en cuenta que para determinar

la función de transferencia a una frecuencia tan sólo disponemos de una pequeña franja vertical, si deterioramos los datos contenidos en ella estaremos reduciendo el número de líneas a poder promediar, o si promediamos con ellas estaremos aumentando la varianza de la función en ese punto. Si el artefacto se trata de una raya oscura como menos afecta es en dirección perpendicular a los pares de línea de la señal de test, ya que es el modo en el que menos filas de la imagen son interferidas. Si, por el contrario, se tratase de una mancha conviene que sea lo menor posible.

El tamaño de los artefactos oscila entre las 50 y las 500 micras. Los artefactos más grandes son perfectamente visibles si usamos una lupa, y muchas veces son comparables en magnitud a las microcalcificaciones las cuales sí que son de interés diagnóstico.

El proyecto dispone de un sistema de protección de los cálculos contra estos artefactos. De todos modos, puede darse el caso de que la presencia de ellos sea demasiado elevada. Es tarea del usuario del sistema de control de calidad evaluar si una radiografía tiene un número de artefactos suficientemente pequeño como para poder conseguir resultados fiables sobre una película utilizando el sistema automático propuesto en este proyecto.

4. FILTRADO DE SEÑAL

4.0. INTRODUCCIÓN

Un aspecto importantísimo en cualquier operación que se realice de procesado de señal es el de preparar la señal para ser tratada. Un preprocesado consiste en “depurar” la señal entrante al sistema eliminando al máximo todo el ruido, señales de otras frecuencias, valores de continua, interferencias, ... La operación más habitual es la de filtrado en la que se elimina toda la información y no información (ruido) fuera de la banda de interés.

Nuestra señal proviene de una secuencia de líneas de distintas frecuencias iniciadas por un escalón. Esta característica la hace especialmente apta para filtrar a una única frecuencia de manera que para cada trocito nos quedaríamos con el armónico fundamental. En principio, parecería que se pierde la información del resto de los armónicos con lo que no podríamos reconstruir la onda cuadrada de la que proviene originalmente, pero en realidad no se pierde tal información ya que ésta no está presente a la salida del sistema de adquisición de la imagen, es decir, el propio mamógrafo ha perdido esa información con lo que no tiene sentido preocuparse por mantener algo que prácticamente no existe como se puede ver en las siguientes gráficas.

Como se aprecia en la página siguiente tan sólo hay información de “onda cuadrada” en las frecuencias iniciales, pero rápidamente se pierde esa información debido al poco margen dinámico de nivel de gris que, además, se ve agraviado por un nivel de ruido de orden parecido al de señal. Esto se aprecia, sobre todo, a frecuencias medias (10) y altas (16), llegando, incluso, a resultar irreconocible la señal.

Es por ello que se hace necesario un preprocesado de señal antes de atacar el problema de modelado del sistema o de estimación del espectro de un trozo de señal que básicamente es ruido.

Como ya se ha comentado una buena opción es la de filtrar a la frecuencia deseada dejando la señal saliente del mamógrafo lo más estrecha posible en frecuencia, para ello se emplearán filtros paso banda centrados a cada una de las frecuencias del patrón de test (3, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 y 16 pares de línea/mm). En este capítulo se discutirán varias técnicas de filtrado tanto a nivel conceptual como a nivel práctico poniendo de manifiesto las ventajas e inconvenientes de cada una de ellas.

A lo largo del desarrollo de este capítulo se emplea un concepto que es el exceso de ancho de banda. Al construir el espectro del ideal podemos decidir que un determinado grupo de pares de línea con su frecuencia espacial asociada sólo nos sirva entre un par de frecuencias donde su espectro tiene suficiente potencia como para tener una relación señal a ruido válida para trabajar con ella. Los filtros que se implementasen deberían dejar pasar solamente este margen de frecuencias, en realidad es un margen tan estrecho que supone una restricción muy fuerte al diseño del filtro con lo que se relaja esta condición con un parámetro que es el exceso de ancho de banda en tanto por ciento. Este parámetro hace que la banda de paso de los filtros se expanda

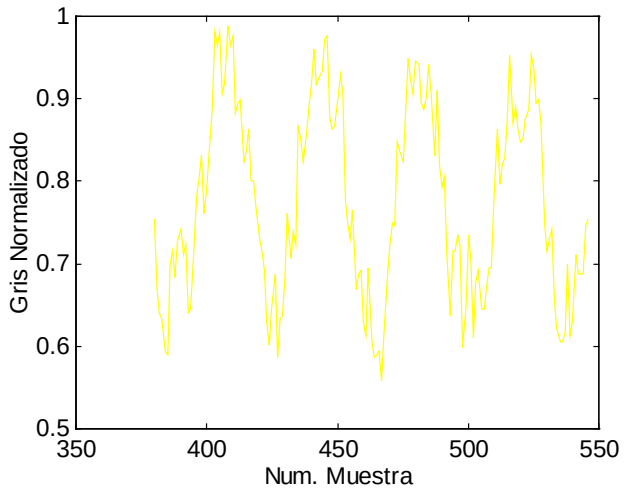


Fig 4.1: Trozo correspondiente a los pares de línea de frecuencia 3 en la señal obtenida en la mamografía

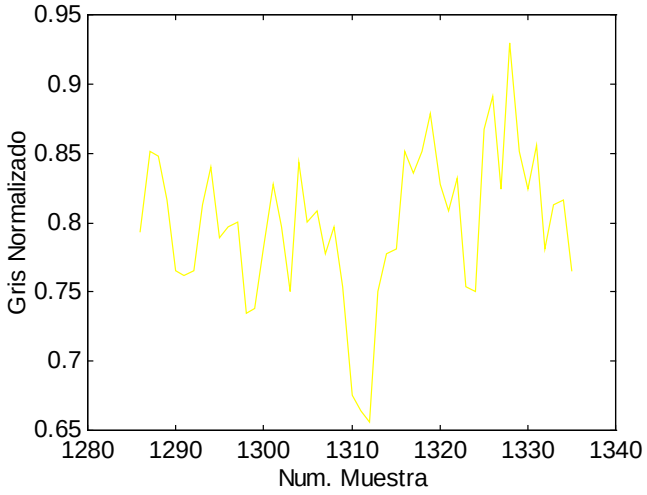


Fig 4.2: Trozo de frecuencia 10 de la señal obtenida en la mamografía

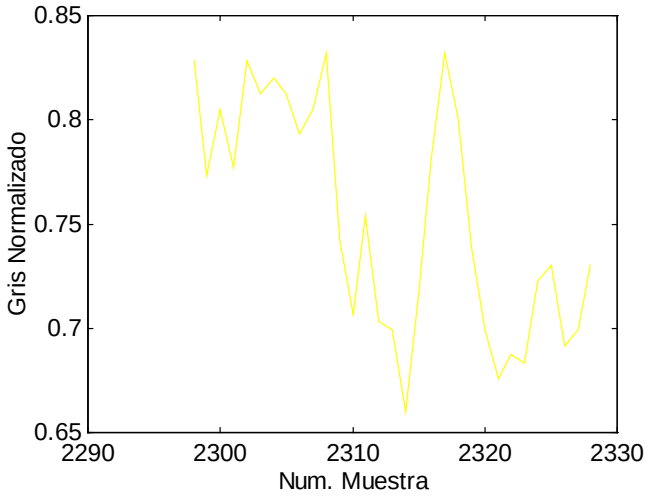


Fig 4.3: Trozo de frecuencia 16 de la señal obtenida en la mamografía

hasta ocupar un tanto por ciento más que el ancho de banda original. Esta nueva banda de paso está centrada respecto a la banda original.

Pongamos un ejemplo numérico, si decidimos que el trozo de frecuencia 3 sólo nos sirve entre las frecuencias 0.16107 y 0.17641 rad/s, es decir un ancho de banda de 0.01534, un exceso de ancho de banda de 350% amplia este valor a 0.06903 centrado a la misma frecuencia que la banda original, es decir, un ancho de banda total del filtro 4.5 (=100%+350%) veces el original. Aunque este exceso de ancho de banda parezca excesivo es el valor utilizado en los filtros de las figuras del siguiente apartado y como se puede apreciar en ellas no supone un valor desorbitado.

4.1. FILTRADO CON RETARDO

En tratamiento de una señal de voz, por ejemplo, o cualquier otra señal dependiente del tiempo, únicamente se puede aplicar un filtrado unidireccional, a saber de izquierda a derecha, para calcular la siguiente muestra de la señal filtrada tan sólo nos podemos apoyar en el conocimiento de las muestras anteriores, de muestras situadas a su izquierda en el eje temporal. Hay que implementar un filtro causal. Esta disponibilidad de las muestras hace que los filtros tengan un retardo. Este retardo es tanto mayor cuanto más restrictivo sea el filtro, es decir, cuanto menor sea el ancho de banda a filtrar y mayor el rechazo a las frecuencias adyacentes (que se traduce en un mayor orden del filtro). De este modo podemos comparar los retardos de diferentes filtros. El retardo de un filtro también depende fuertemente del orden del mismo.

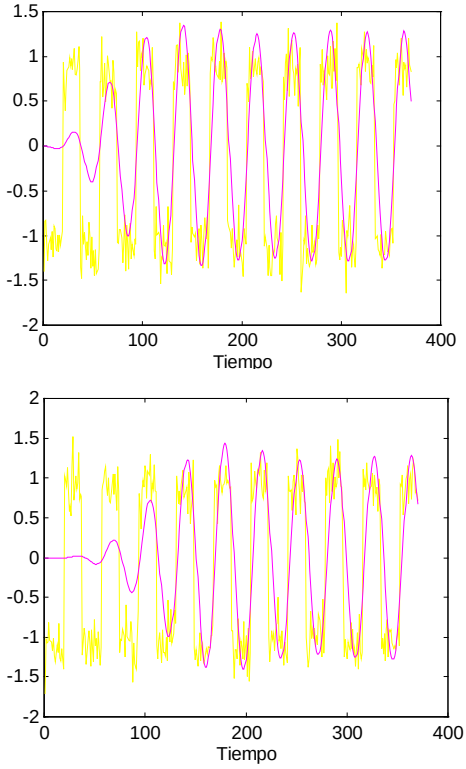


Fig. 4.4: Respuesta temporal de 2 filtros de Butterworth: el de la izquierda de orden 3 y el de la derecha de orden 5.

A efectos de comparación se han cogido 2 filtros de orden 3 y 5 respectivamente con un exceso de ancho de banda del 350% centrado para una frecuencia espacial de 3 pares de línea/mm. Se han mostrado las respectivas respuestas temporales en la figura 4.4. La diferencia en frecuencia no es muy grande tan sólo una pendiente de caída en la zona de transición más abrupta, pero no mucho más, sin embargo, la diferencia en

retardo es obvia, el retardo es mucho mayor en el filtro de orden 5 que en el de orden 3.

Luego de aquí obtenemos la idea de que si queremos poco retardo deberemos usar un filtrado de orden muy bajo. Esto es muy importante tenerlo en cuenta ya que el trozo de frecuencia 16 apenas sí ocupa 36 muestras con lo que un filtrado no puede tener un retardo muy importante.

Haciendo lo mismo con un filtro FIR, se ve que para conseguir una respuesta en frecuencia aproximadamente equivalente a la alcanzada al menos con el filtro de Butterworth de orden 3, hace falta un FIR de orden 100 con un exceso de ancho de banda de 150%, los resultados de retardo son algo mejores en el caso FIR que en el IIR pero con una considerable carga computacional extra, ya que para cada muestra hay que hacer 100 sumas y multiplicaciones mientras que con un filtro de origen “analógico” basta con 12.

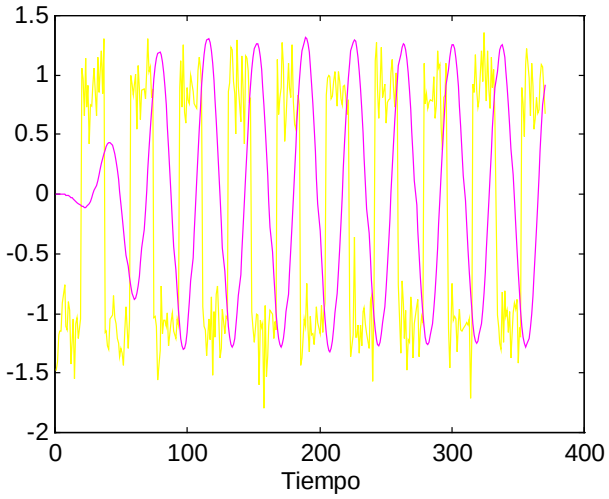


Fig. 4.5: Filtro FIR para la misma frecuencia que los de Butterworth anteriores

Esta disparidad en la carga computacional animaría al uso de filtros IIR en el preprocesado de la señal. No obstante hemos pasado por alto un aspecto fundamental en la concepción del preprocesado necesario, estamos filtrando una imagen, con muy pocas muestras en algunos de sus tramos por lo que no podemos permitirnos altos retardos. Además, disponemos de las muestras a la derecha de la muestra actual por lo que no tenemos por qué restringirnos al único conocimiento de muestras situadas a la izquierda. Podemos y debemos intentar realizar un filtrado sin retardo, este problema será abordado en la sección siguiente.

4.2. FILTRADO SIN RETARDO

Expuesto el problema del retardo y abordemos ahora el filtrado sin retardo sabiendo que la señal que nos ocupa se trata de una señal proveniente de una imagen, que tenemos toda la señal en memoria en tiempo de ejecución con lo que podemos no sólo usar las muestras que se encuentran a la izquierda de la muestra que queremos calcular, sino también las que están a su derecha.

4.2.1. APROXIMACIÓN DE DOBLE FILTRADO

4.2.1.1. EXPOSICIÓN

Expongamos la idea del doble filtrado por medio de un ejemplo. Supongamos que tenemos un filtro de respuesta al impulso triangular, tal como se muestra en la figura 4.6.

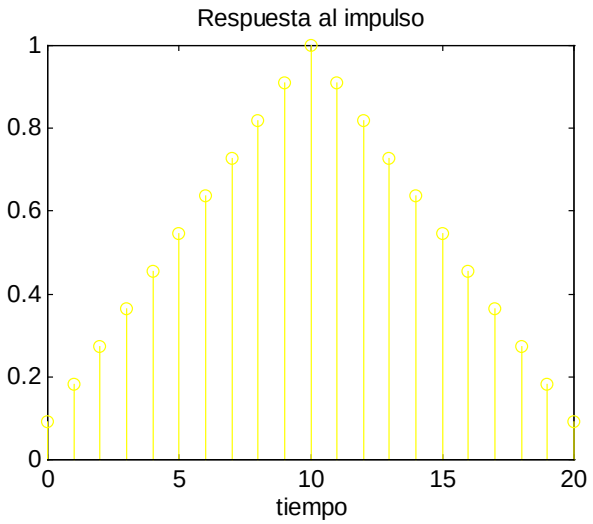


Fig. 4.6: Respuesta al impulso de un supuesto filtro

Si filtráramos una delta situada en el origen con este filtro, la respuesta sería exactamente la misma que la representada. Cabe identificar que la muestra situada en n=10 se corresponde con la respuesta del filtro a la delta y que las caídas adyacentes en forma de triángulo equivalen a un deterioro por el filtro de la imagen inicial que hace que el filtro tenga las propiedades en frecuencia que nos interesen. En otras palabras, la respuesta de un filtro triangular a un punto de una “imagen” es ese punto desplazado a la derecha más una influencia de ese punto en los pixeles adyacentes.

Podríamos corregir el retardo si ahora filtramos de derecha a izquierda exactamente con el mismo filtro. La muestra que ahora está en la posición 10 pasaría a la posición 0 otra vez, pero con una nueva convolución. La caída desde el centro de la "imagen" (nuestro único pixel) ya no sería triangular sino parabólica. Esto queda plasmado en la figura 4.7 a continuación.

Básicamente hemos filtrado 2 veces con un mismo filtro, es decir, las bandas de paso y rechazo son las mismas, sólo se han modificado con el doble filtro las pendientes de las transiciones, el nivel de rechazo y la ganancia de las bandas de paso. Todas las ganancias pasan a estar al cuadrado.

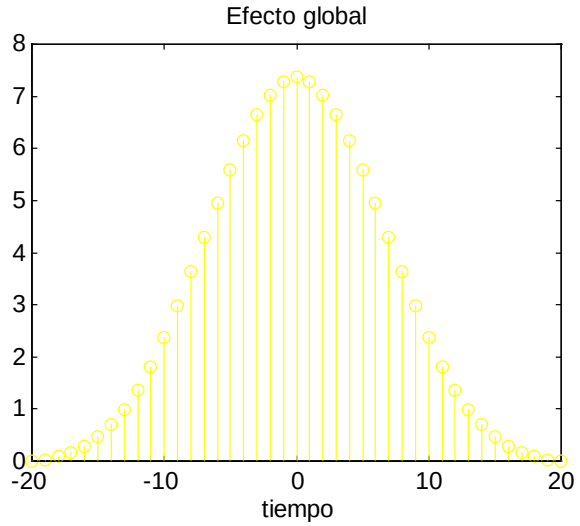


Fig. 4.7: Efecto global del doble filtrado con filtro triangular

Esta aproximación está implementada en la rutina MATLAB filtfilt.m de la Toolbox de señales y sistemas.

Este filtrado bidireccional, aunque parezca que no, también es afectado por retardos aunque de manera distinta. Los retardos ahora hacen que tanto el comienzo como el final de la señal filtrada no tenga las mismas características que cuando ya no está influenciada por los bordes. El beneficio de esta técnica es la consecución de un retardo prácticamente nulo, aunque sea a costa de unos "efectos de bordes" no muy buenos, pero que se reducen conforme el retardo del filtro normal que se aplica disminuye. Veámoslo en gráficas.

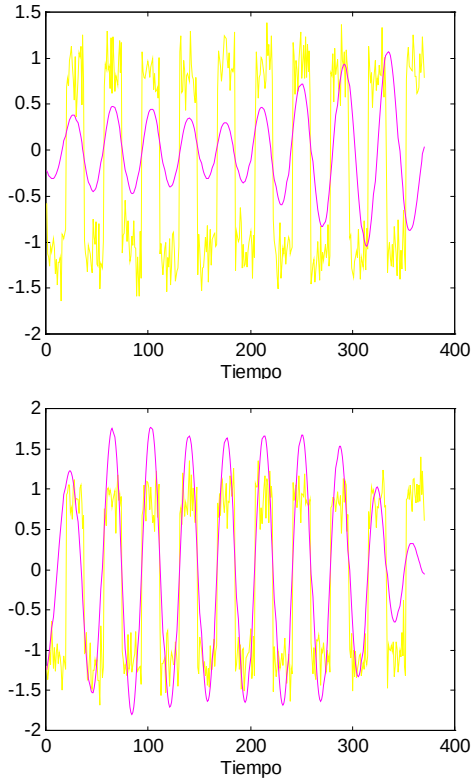


Fig. 4.8: Doble filtrado de orden 3 (a la izquierda) y orden 2 (a la derecha)

Los filtros implementados son de Butterworth de orden 3 y 2 respectivamente, con un exceso de ancho de banda del 350%, y están centrados alrededor de la frecuencia espacial 3. Como se ve el retardo del filtro de orden 3 por sí solo hace que en general el doble filtrado no sea muy bueno, sin embargo, el orden 2 de mucho menor retardo tan sólo tiene ese efecto indeseado “de bordes” al final de la señal.

El efecto de bordes se pone de manifiesto mucho más acusadamente en un filtrado multirate (explicado más adelante, de momento basta con saber que se trata de una técnica que para filtrar una señal realiza tres filtrados consecutivos). La figura 4.9 demuestra la afirmación anterior. Al comienzo de la respuesta se produce un pico de gran amplitud proveniente precisamente de esos efectos de bordes que comentábamos. Estos efectos de bordes pueden llegar a ser muy problemáticos ya que trozos como los de la figura 4.9 se tendrán que filtrar para determinar la potencia a cada frecuencia espacial una vez idealizada la señal (capítulo 5), y los picos iniciales o finales significan una fuerte distorsión de dicha medida.

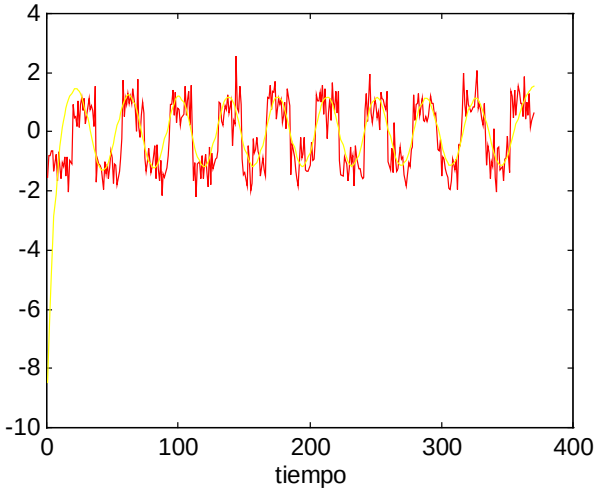


Fig. 4.9: Efectos de borde con filtrado multirate

Como resumen a esta sección podemos decir que existe una técnica de filtrado sin retardo que se puede aplicar a cualquier tipo de filtros, tanto IIR como FIR, que consume tan sólo el doble del número de operaciones para un sólo filtrado. Sin embargo, adolece de unos efectos de bordes graves que nos perjudican en la medida de la potencia en los grupos de pares de líneas, así como de un fundamento conceptual no muy aceptable respecto a cómo corregir el retardo.

4.2.1.2. EFECTOS DE BORDES

Los efectos de bordes se producen debido al doble filtrado en ambas direcciones que se realiza para eliminar el retardo de un sólo filtrado. Al principio y final de cada señal filtrada se nota la ausencia de un filtrado completo al faltar la información de la muestras situadas a la izquierda del trozo de señal y a la derecha. Veámoslo en la siguiente gráfica 4.10.

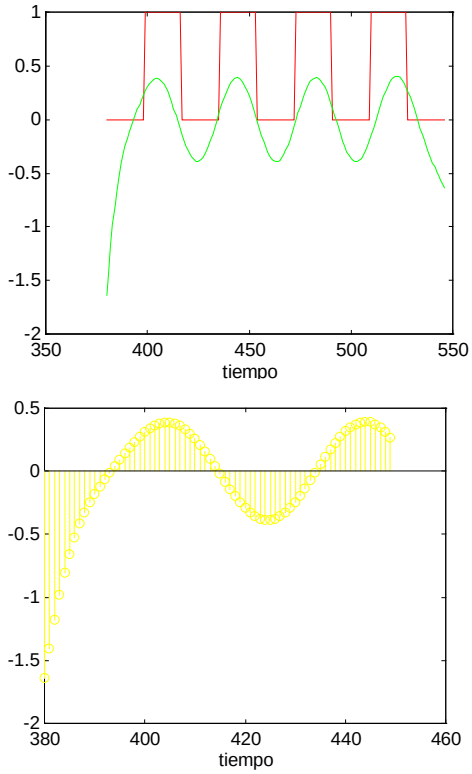


Fig. 4.10: Efectos de borde del filtrado en dos direcciones. A la izquierda una muestra del ideal a frecuencia 3 y su filtrado, a la derecha representadas muestra a muestra la señal filtrada.

Podemos comprobar que son tan sólo unas pocas muestras al comienzo y al final de la señal. El verdadero problema viene cuando estudiamos la energía local de la señal filtrada. Mejor lo vemos gráficamente para dos ventanas de energía de longitud 1 y 50 respectivamente. La energía en una ventana de longitud w se define como

$$E(n) = \frac{1}{w} \sum_{i=n-w+1}^{n} y^2(i)$$

Como se puede ver en la figura 4.11 el pico inicial tiene una influencia negativa grande con lo que se debería eliminar. Se proponen 2 métodos para su eliminación: o bien evitar que el filtrado bidireccional produzca esos picos controlando las condiciones iniciales de filtrado y las características del filtro, o bien detectar cuáles son los máximos y mínimos de la señal filtrada (sin contar los bordes) y no dejar que nada sobrepase ese valor. Es aplicar una saturación con valores extremos adaptativos. La

función de transferencia no lineal se puede ver en la figura 4.12.

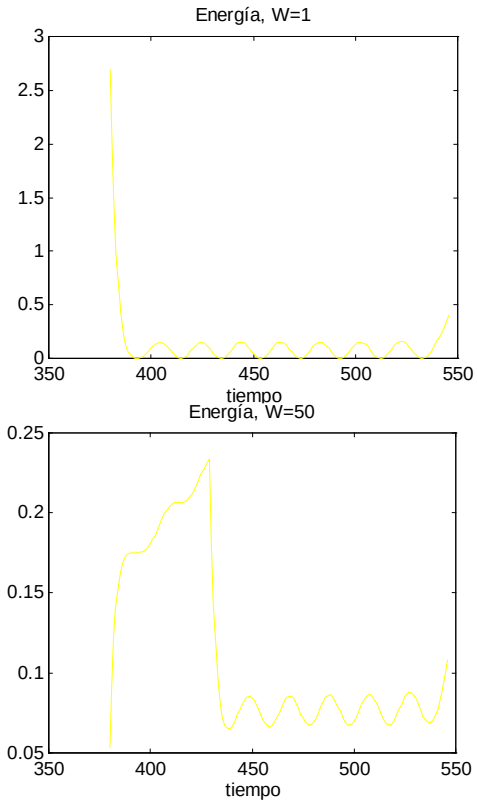


Fig. 4.11: Energía de la señal filtrada a frecuencia 3 con dos ventanas diferentes

Fig. 4.12: Curva de transferencia entrada/salida de la saturación

Los resultados de este recorte, mucho más satisfactorios, se pueden ver en las siguientes gráficas.

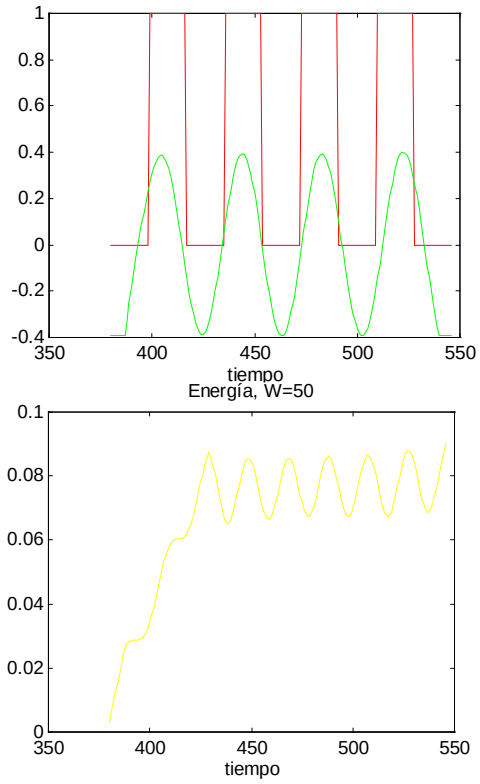


Fig. 4.13: Resultados del filtrado bidireccional utilizando saturación

El algoritmo para buscar los valores de saturación de manera adaptativa se basa en encontrar los máximos y mínimos que no están en los bordes (que seguro que son máximos y mínimos de la señal senoidal después de filtrar), quedarse con el máximo de los máximos y con el mínimo de los mínimos y utilizar estos valores como límites para la saturación.

El incremento de operaciones es de un 7.5%, coste también asumible si tenemos en cuenta los beneficios que se derivan en cuanto a mejora de la señal filtrada y sobre todo de su energía.

Sin embargo, el criterio adoptado en este proyecto es el de evitar que el doble filtrado produzca estos indeseables efectos por medio de la mejora de las condiciones iniciales y diseñando filtros que acusan menos este efecto. Ver el apartado 4.3.2 (consideraciones de diseño de los filtros multirate) y el 4.4 (mejora de las condiciones iniciales) para ver cómo esto se lleva específicamente a cabo.

4.2.1.3. EFECTOS DE INERCIA E INESTABILIDAD

El efecto de inercia es algo inherente también a los retardos de los filtros. Supongamos que nos encontramos en un entorno de filtrado normal, supongamos que durante mucho tiempo hemos estado filtrando con un filtro estrecho una señal sinusoidal más ruido, con lo que la salida era prácticamente la señal sinusoidal. En un instante dado la información desaparece y ya no vuelve a aparecer. La salida del filtro no se hace nula (o el valor correspondiente a la potencia del ruido en la banda de paso) de inmediato, sino que tiene una cierta inercia debida al retardo del propio filtro y se mantiene sinusoidal durante un periodo proporcional a dicho retardo. Durante este periodo la amplitud de la salida irá decreciendo progresivamente hasta alcanzar su valor final.

Como el filtrado bidireccional es un doble filtrado también se verá afectado por esta inercia. En un filtro FIR basta con dejar pasar una cantidad de señal igual que la longitud del filtro para asegurarnos de haber perdido la influencia de cualquier efecto de inercia.

En filtrados IIR, por el contrario, durante el filtrado inverso, de derecha a izquierda, el filtro es excitado con un tono bastante puro que, dependiendo del diseño del filtro (cuanto más estrecha sea su banda de paso más manifiesta el fenómeno), puede entrar en resonancia con los polos del denominador, y dar una salida inestable. Habrá, de nuevo, que diseñar el filtro convenientemente (con una banda de paso suficientemente ancha) para evitar este fenómeno de inestabilidad que podemos ver representado en la figura 4.14 que muestra la salida de un filtro de Butterworth de orden 2 y exceso de ancho de banda 600, a una excitación de grupo de pares de líneas de frecuencia espacial 3.

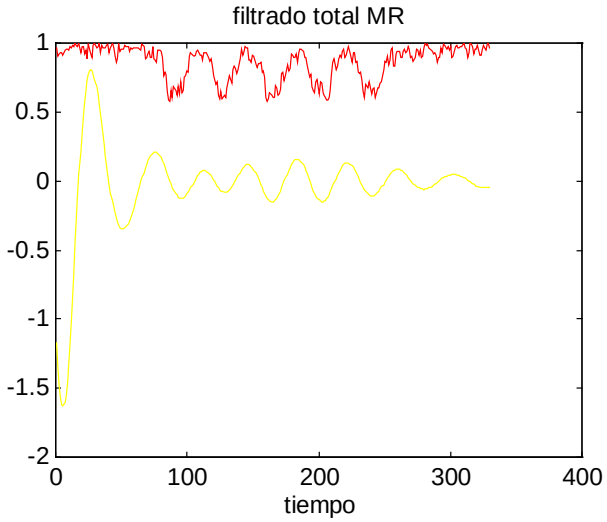


Fig. 4.14: Inestabilidad debido al doble filtrado

4.2.2. APROXIMACIÓN DIRECTA PARA FIR

Otra técnica de filtrado sin retardo consistiría en filtrar directamente con un sistema que tuviese en cuenta las muestras a derecha y a izquierda. Para filtros FIR esto es muy sencillo ya que la respuesta al impulso de dichos filtros es siempre simétrica respecto a un eje, si el eje de simetría además coincide con una muestra real sería muy fácil realizar la identificación que hacíamos en la sección anterior con el filtro triangular, la respuesta a un pixel corresponde a la muestra situada en el centro de la respuesta al impulso.

En la figura 4.10 se ha dibujado la respuesta al impulso de un filtro FIR de orden 40 y banda de paso entre 0.4 y 0.6 (frecuencias

normalizadas, π=1.0). La muestra central, la que ocupa la posición 21, sirve de eje simetría y se puede entender como la correspondiente a la del único pixel de nuestra "imagen". El resto de los coeficientes indicarían por qué valores hay que multiplicar las muestras a derecha y a izquierda para conseguir la muestra central. Se podrá realizar esta identificación en general siempre que el orden del filtro FIR sea par ya que posee, entonces, un número impar de coeficientes.

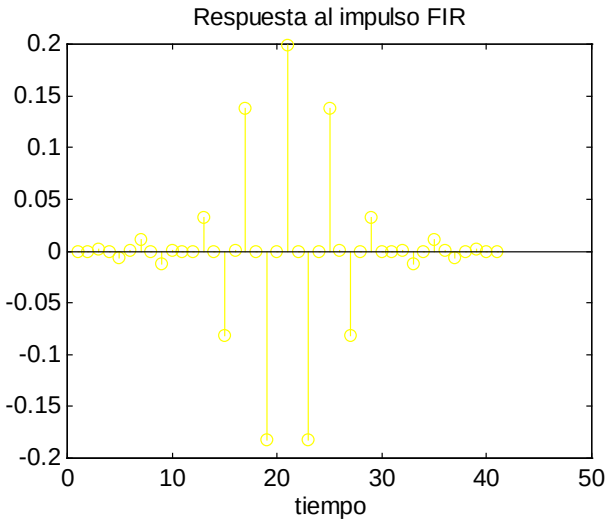


Fig. 4.15: Respuesta al impulso de un filtro paso banda FIR de orden 40

Esta aproximación directa conlleva un número de operaciones igual que el de un filtrado FIR normal y ha sido implementada en la rutina filter0 (ver apéndice B) de este proyecto.

El fundamento teórico de este método es muy simple y se basa tan sólo en multiplicar la función de transferencia del filtro por un factor correspondiente a un adelanto de señal.

Supongamos que tenemos un filtro B tipo FIR de orden N cuya función de transferencia viene dada por

$$B(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_{\frac{N}{2}-1} z^{-\frac{N}{2}+1} + b_{\frac{N}{2}} z^{-\frac{N}{2}} + b_{\frac{N}{2}} z^{-\frac{N}{2}-1} + \ldots + b_N z^{-N}$$

Esta función de transferencia tendrá unas determinadas características espectrales caracterizadas por la función $B(e^{j\varpi})$ de la que nos interesa sobre todo su módulo.

Si introducimos ahora un factor de adelanto de N/2 muestras, la nueva función de transferencia vendrá determinada por

$$B_{sin}(z) = z^{\frac{N}{2}} B(z) = b_0 z^{\frac{N}{2}} + \ldots + b_{\frac{N}{2}-1} z^{1} + b_{\frac{N}{2}} + b_{\frac{N}{2}+1} z^{-1} + \ldots + b_N z^{-\frac{N}{2}}$$

donde el subíndice ‘sin’ de la nueva función denota su carácter de sin retardo. El módulo del nuevo filtro para cada frecuencia será

$$\left|B_{sin}(e^{j\varpi})\right| = \left|(j\varpi)^{\frac{N}{2}} B(e^{j\varpi})\right| = \left|(j\varpi)^{\frac{N}{2}}\right| \left|B(e^{j\varpi})\right| = \left|B(e^{j\varpi})\right|$$

con lo que no hemos modificado las propiedades espectrales del filtro inicial. Además al multiplicar por un factor de fase lineal conservaremos la propiedad de linealidad de fase del primer filtro.

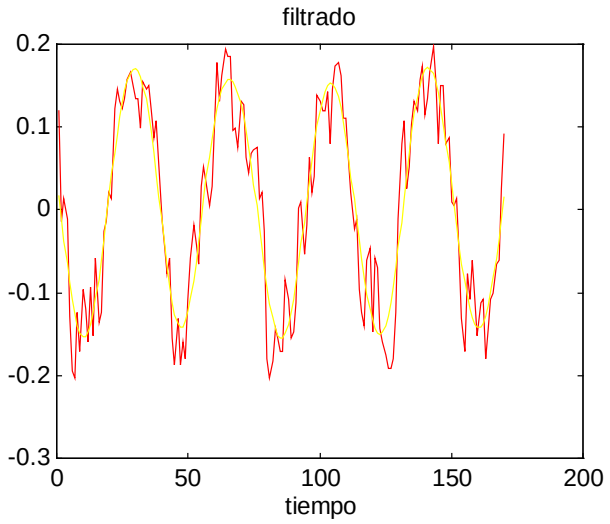


Fig. 4.16. Filtrado sin retardo, aproximación directa para FIR

De todos modos, más adelante cuando simplifiquemos el filtrado multirate diseñaremos los filtros FIR adecuados, por ahora nos quedaremos tan sólo con esta imagen.

Se ha eliminado el retardo de estos filtros, pero el hecho de que el filtro en sí tenga una determinada longitud hará que en los bordes se comporte de manera distinta. Hablaremos de este nuevo efecto de bordes y de otro efecto más que es el de “inercia” del filtrado al hablar en profundidad del diseño de filtros multirate y mejora de las condiciones iniciales de filtrado.

Como resumen podemos decir que se ha readaptado el filtrado normal con filtros FIR de manera que no tengan retardo. En la gráfica se puede comprobar la importancia que tiene que la salida del filtro esté en fase, que esté centrada con la entrada. Es básico en la construcción de este proyecto que esto sea así y no como las salidas que aparecían en las primeras figuras como la 4.5.

4.2.3. APROXIMACIÓN DIRECTA PARA IIR

En oposición al caso de filtros FIR no he conseguido encontrar una aproximación fácil al problema de filtrado IIR sin retardo. Expondré brevemente los dos enfoques abordados y demostraré por qué cada uno de ellos no son válidos. Es una lástima que no haya sido posible encontrar esta versión de filtrado ya que, como ya se ha mencionado con anterioridad, los filtros IIR consumen muchas menos operaciones que los FIR.

PRIMERA IDEA: SIMETRIZACIÓN DE LA RESPUESTA AL IMPULSO

Supongamos que un filtro IIR tiene una respuesta al impulso como la mostrada en la figura 4.17 a la izquierda (en realidad dicha respuesta al impulso corresponde a un filtro de orden 2 paso banda entre las frecuencias 0.3 y 0.7). La idea sería hacer algo parecido a lo que en los filtros FIR, buscar una muestra que sirva de eje de simetría. Para ello podemos simetrizar respecto al origen dicha respuesta al impulso (figura 4.17 derecha). Por ahora no nos preocuparemos de si la muestra en el origen debe tomar un valor doble o no.

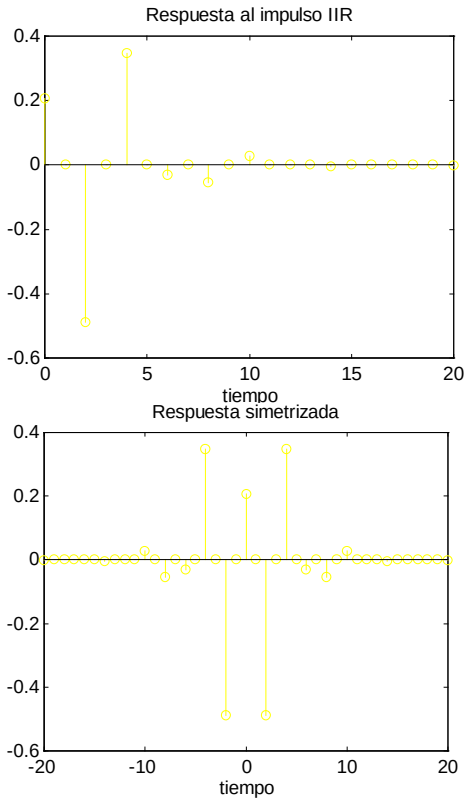


Fig. 4.17: Izq.: respuesta al impulso de un determinado filtro IIR Der.: respuesta de dicho filtro simetrizada respecto al origen

La forma de implementar este filtro simetrizado podría consistir en dividir la respuesta en 2 partes: la causal y la anticausal, calcular las salidas correspondientes a cada mitad por separado y luego combinarlas convenientemente. La mitad causal sería tan sólo filtrar normal con el filtro IIR, mientras que para la mitad anticausal habría que dar la vuelta a la señal (lo que está al final ponerlo al principio y viceversa), filtrar normalmente con el filtro IIR y, por último, volver a dar la vuelta a la salida. Luego bastaría con sumar muestra a muestra las dos salidas “mitad” y tendríamos la salida deseada a la entrada.

Este enfoque es radicalmente erróneo, según veíamos en la gráfica 4.4, por ejemplo, el filtrado causal tendría una salida a una determinada excitación que se desplazaría N muestras a la derecha, mientras que el filtrado anticausal desplazaría la salida N muestras a la izquierda, con lo que para una sola excitación tenemos 2 salidas desplazadas: una a la derecha y otra a la izquierda, y no una sola sin desplazar como pretendíamos.

SEGUNDA IDEA: DISPONER DE UNA EXPRESIÓN “CENTRADA”

Se nos puede antojar que el éxito de la aproximación directa para los filtros FIR es que hemos conseguido una función de transferencia centrada sobre una muestra. Si intentamos esto mismo con los filtros IIR los resultados son los siguientes. Supongamos que tenemos un determinado filtro H con una función de transferencia H(z)

$$H(z)=\frac{B(z)}{A(z)}=\frac{b_0+b_1z^{-1}+...+b_Nz^{-N}}{a_0+a_1z^{-1}+...+a_Nz^{-N}}$$

donde se ha supuesto que el orden del numerador y el denominador son iguales, como es la circunstancia de los filtros paso banda que nos ocupan. De modo parecido al que hicimos en los filtros FIR, y siempre que N sea par (cosa que ocurre siempre en los filtros paso banda) podríamos multiplicar arriba y abajo por $z^{\frac{N}{2}}$ construyendo así una función de transferencia "centrada". Daré fórmulas con N=2, para mayor claridad del contraejemplo sin que ello suponga pérdida alguna de la generalidad.

$$H_{sin}(z)=\frac{z}{z}H(z)=\frac{b_0z^1+b_1+b_2z^{-1}}{a_0z^1+a_1+a_2z^{-1}}$$

Esta nueva función tiene claramente las mismas propiedades en frecuencia que H(z) y parece que sí que usa la información no sólo a la izquierda del pixel tratado sino también de los que se encuentran a su derecha. La ecuación en diferencias representada por la función es

$$a_0y[n+1]+a_1y[n]+a_2y[n-1]=b_0x[n-1]+b_1x[n]+b_2x[n-1]$$

en la que vemos que para calcular la salida en un punto no sólo hay que conocer la entrada en puntos adyacentes a izquierda y derecha (lo cual es posible), sino también la salida a izquierda y derecha. Podríamos suponer como punto de partida que la salida fuera del trozo que estemos filtrando es nula, lo cual es una restricción muy fuerte. En entornos de filtrado causal sí que es cierto que la salida antes de llegar la señal, es decir, a la izquierda del trozo que nos ocupe es estrictamente igual a 0. Pero esa idea no podemos extrapolarla a un filtrado como el propuesto, con todo supongamos que la extrapolamos. Para calcular la salida en n=1 nos haría falta la salida en n=0 (que hemos supuesto 0) y en n=2 (que no conocemos). Calculemos, pues, la salida en n=2, pero esta vez nos hace falta la salida en n=3 y así sucesivamente. Si hubiésemos empezado desde el final la secuencia de "necesidades" hubiese

sido análoga. Lo cual parece indicar que habrá que resolver toda la salida al mismo tiempo, equivaldría a resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{bmatrix} a_2 & a_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_3 & a_2 & a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & a_2 & a_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a_3 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y[1] \\ y[2] \\ y[3] \\ y[4] \\ \dots \\ y[M-1] \\ y[M] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_2x[1]+b_1x[2] \\ b_3x[1]+b_2x[2]+b_2x[3] \\ b_3x[2]+b_2x[3]+b_2x[4] \\ b_3x[3]+b_2x[4]+b_2x[5] \\ \dots \\ b_3x[M-2]+b_2x[M-1]+b_2x[M \\ b_3x[M-1]+b_2x[M] \end{bmatrix}$$

Para filtros paso banda, el sistema anterior está mal condicionado, la matriz de coeficientes tiene un determinante muy cercano a 0, con lo que no es factible abordar el problema con este enfoque. Pero sí que podemos hacerlo por medio de esta nueva idea: descomponer la función de transferencia en pequeños bloques implementables cada uno.

$$H_{sin}(z)=\frac{z}{z}H(z)=\frac{zB(z)}{zA(z)}=zB(z)\cdot\frac{1}{z}\cdot\frac{1}{A(z)}$$

El primero de los bloques es el filtrado sin retardo para un filtro FIR, problema que ya tenemos resuelto en la sección anterior, el segundo de los bloques es simplemente un retraso de la salida del bloque anterior, y el tercero de ellos es un filtrado IIR normal en el que el numerador sea la unidad.

Si realizamos este conjunto de operaciones descubrimos que ¡estamos haciendo lo mismo que con H(z)!, la salida es idéntica a la proporcionada por H(z) utilizada como un filtro normal. Es lógico, $H_{sin}(z)$ no modifica la función de transferencia, multiplica y divide por un mismo factor con lo que no hay cambios, tan sólo hemos variado la forma de calcular la salida de un mismo filtro.

Así pues pongo de manifiesto mi propia incapacidad para establecer un método de filtrado IIR, con las ventajas computacionales que esto traería consigo, que utilice información de ambos lados de un pixel. Tampoco he encontrado nada en la literatura existente en la biblioteca o hemeroteca que aborde este problema, por lo que deberé dejarlo por zanjado en este punto.

4.3. FILTRADO MULTIRATE

4.3.0. INTRODUCCIÓN

Una vez que ha quedado clara la necesidad de un filtrado y se han expuesto las diversas técnicas de que disponemos, nos planteamos la siguiente cuestión: ¿qué tipo de filtrado será el mejor?. Por un lado, parece que los filtros FIR son más fiables, en el sentido de que tenemos un método que evita el doble filtrado, pero por otro lado, al tener una señal que en las frecuencias más altas tiene muy pocas muestras tan sólo 32, los filtros FIR que implementemos no podrán filtrar mucho ya que es un orden demasiado bajo para obtener unas buenas prestaciones. Los filtros IIR ya veíamos que padecían el problema de estar sometidos a la técnica de doble filtrado, además su orden está restringido a 2 pues más de 2 tiene demasiado retardo y por tanto demasiado efecto de bordes y el exceso de ancho de banda debe ser amplio para no tener problemas de inestabilidad.

Como se ve con ninguna de las dos técnicas se consiguen filtros muy abruptos, con una banda de transición estrecha. Sin embargo, existe una metodología que consigue mejores prestaciones de los filtros anteriores a costa de filtrar 3 veces, dicho método recibe la denominación de filtrado multirate.

4.3.1. FUNDAMENTO TEÓRICO

El nombre de filtro multirate le llega de que son filtros en los que intervienen diferentes frecuencias de muestreo. El principio de los filtros multirate es muy sencillo: si el problema de filtros muy estrechos en frecuencia es que suponen órdenes de filtros muy altos con un consiguiente retardo elevado, se puede diezmar la señal como si se hubiese muestreado a una frecuencia menor, con lo que el espectro de la señal se expande, filtrar en ese nuevo eje de frecuencias con un filtro mucho menos restrictivo y luego volver a interpolar la señal devolviéndola a su frecuencia de muestreo original. El efecto global es que un filtro de relativamente bajo orden se convierte en uno de mucho mayor (menor banda de paso y pendientes más abruptas en las zonas de transición). Este efecto multirate es tanto mayor cuanto mayor sea el factor de expansión/compresión del eje de frecuencias.

Los procesos de diezmado e interpolado se realizan en este proyecto desde un enfoque totalmente clásico. Para diezmar por un factor D se aplica a la señal un filtro antialiasing de frecuencia de corte π/D y ganancia 1, esto es para evitar el aliasing con las copias del espectro que se encuentran actualmente con periodicidad 2π; después se toma 1 de cada D muestras de la señal. El diagrama de

bloques de la operación y los espectros correspondientes se encuentran en las figuras siguientes.

$$F_x = \frac{1}{T_x} \qquad F_y = \frac{F_x}{D}$$

Fig. 4.18: Diagrama de bloques de diezmado por D

Fig. 4.19: Espectros de los diferentes estadios del diezmado

Durante el interpolado se introducen U-1 (con U=D en este caso particular) ceros entre muestra y muestra de la señal diezmada, esto hace que se comprima el eje de frecuencias hasta tener una

periodicidad $2\pi/U$, con lo que habrá que filtrar las copias que no nos interesan del espectro, hay un filtro final de ganancia U y frecuencia de corte π/U.

Fig. 4.21: Espectros de los diferentes estadios del interpolado

En nuestro caso como D=U, los filtros antialiasing y de interpolación son el mismo salvo en un factor de escala, con lo que ahorramos memoria y tiempo en el cálculo de filtros.

Veamos ahora un ejemplo de estos filtros de diezmado/interpolado (llamados a partir de ahora, filtros antialiasing) junto con el que realmente filtra la señal (llamado filtro de señal): espectro del ideal en rojo, espectro del ideal expandido en frecuencia en verde, filtro antialiasing en amarillo, filtro de señal en azul. La disminución de amplitud entre los espectros del ideal sin expandir y expandido el eje, se debe a la fuerte diferencia entre el número de muestras de cada uno de ellos, cuanto menor sea el número de muestras más pequeño será su espectro.

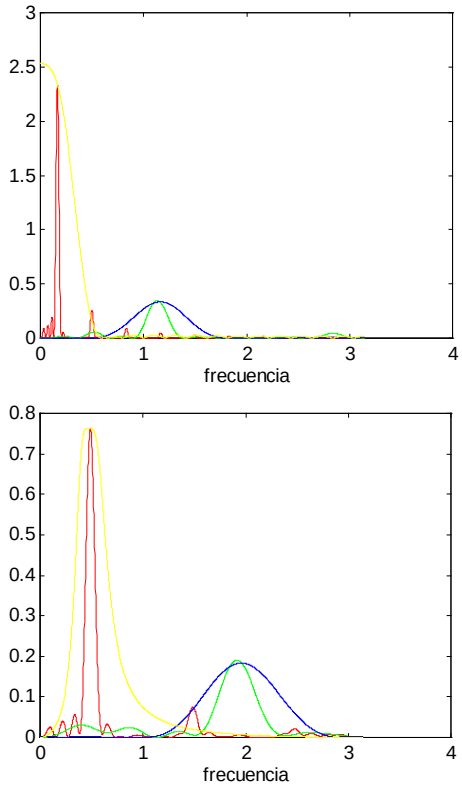


Fig. 4.22: Espectros del ideal con su filtro antialiasing, y del ideal diezmado con su filtro de señal para las frecuencias 3 (izq.) y 9 (der.)

Los parámetros de los filtros se relacionan a continuación:

	Filtro de señal			Filtro Antialiasing			
	Tipo	N	bw	Tipo	N	bw	DU
Frec 3	Fir	24	0	Fir	20	0	7
Frec 9	Fir	14	0	Butter	2	600	4

Como se ve, aunque el filtro antialiasing de la frecuencia 9 parece tener un ancho de banda exagerado, tampoco es que se deje pasar una banda muy grande. La pobre banda de transición de los filtrados veremos que no afecta en gran medida a los resultados que serán lo suficientemente satisfactorios

Estudiemos más en profundidad estos filtros y veamos gráficas para cada uno de los pasos que intervienen en el proceso. Lo primero que se hace es un filtrado antialiasing para luego poder

diezmar la señal. El resultado en el tiempo de dicho filtrado es el siguiente

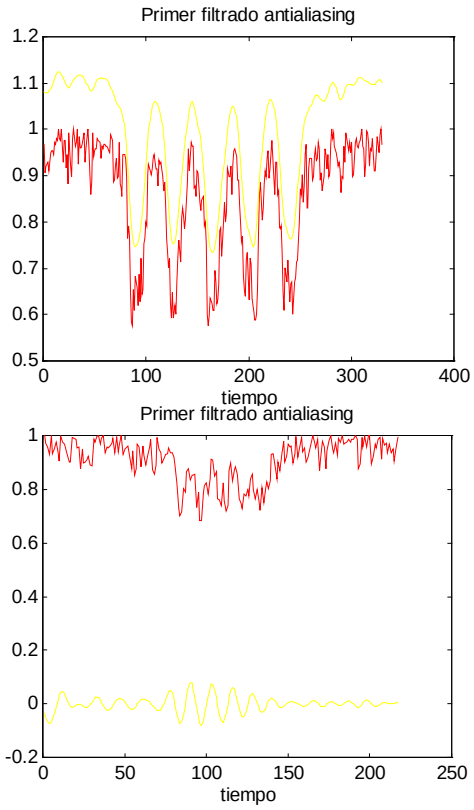


Fig. 4.23: Señal después del primer filtrado antialiasing para las frecuencias 3 (izq.)
y 9 (der.)

Al principio de la señal filtrada para la frecuencia 9 se observa como empieza a notarse un cierto incremento de la salida, ello se debe a los fenómenos de inestabilidad que se comentaban en el apartado 4.2.1.3.

Los espectros correspondientes están representados en la figura 4.24. Si comparamos el eje vertical de ambos espectros se pone de manifiesto lo que ya comentábamos con anterioridad, trozos de señal con menos muestras tienen espectros de menor potencia.

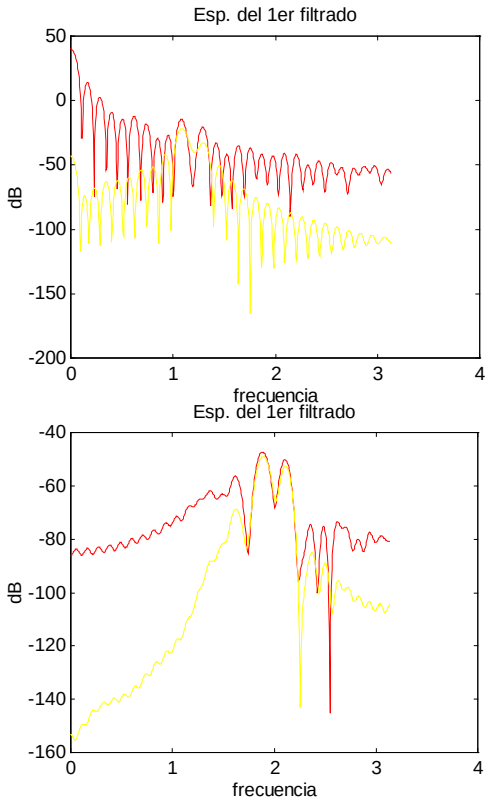


Fig. 4.24: Espectros de las señales después del primer filtrado antialiasing para las frecuencias 3 (izq.) y 9 (der.)

Ahora se realiza la operación de diezmado de las salidas en la gráfica 4.23 y se vuelven a filtrar con el nuevo eje de frecuencias expandido. El resultado se encuentra en la figura 4.25. En el filtrado a frecuencia 3 se puede comprobar el efecto de inercia del filtrado que sustituye los pequeños trozos de “continua” a los lados de los pares de línea por una sinusoide de la frecuencia fundamental que se va extinguiendo. A frecuencia 9 se ve como el filtrado prácticamente deja la señal igual que como estaba. Y, en general, el resultado final del filtrado multirate es bastante parecido al del primer filtrado antialiasing. Este aspecto sobre la utilidad real del filtrado multirate se tratará en el apartado 4.5.

Un hecho a resaltar es el pequeño número de muestras que ocupa el grupo de pares de línea en el eje comprimido, llegando en alguna frecuencia a ser tan sólo de 13. He aquí la explicación de la dificultad de diseñar unos filtros abruptos con tan pocas muestras. Más detalles sobre este aspecto se darán en el siguiente apartado “Consideraciones de diseño”.

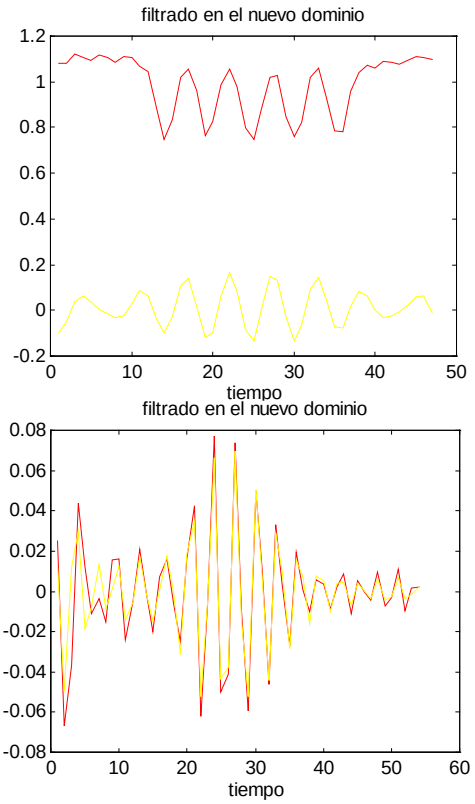


Fig. 4.25: Señal después del filtrado de señal para las frecuencias 3 (izq.) y 9 (der.)

A continuación la operación a realizar es la de interpolado. Para ello, primero habrá que introducir un número de ceros igual al factor de expansión del eje de frecuencias menos 1 entre cada 2 muestras. El resultado teórico es que aparecen nuevas copias del espectro que habrá que eliminar con un segundo filtrado antialiasing. La figura 4.26 muestra las copias que aparecen así como el filtro que las eliminará.

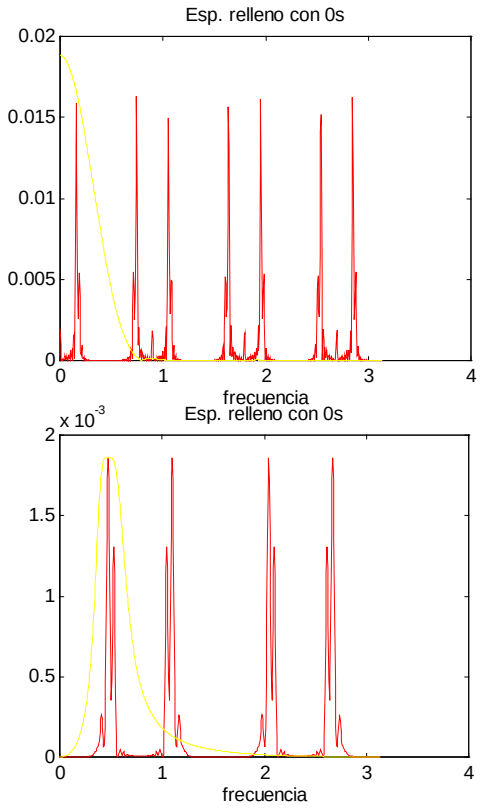


Fig. 4.26: Espectro de la señal al rellenar con ceros y filtro antialiasing correspondiente para las frecuencias 3 (izq.) y 9 (der.)

Esta gráfica es muy importante ya que nos revela cuanto de aliasing tendremos en la recuperación de la frecuencia de muestreo original. Lo deseable es que la cantidad de señal indeseada que tengamos en la reconstrucción sea lo menor posible, esto se consigue o bien con filtros antialiasing de mayor orden (con el consiguiente problema de retardo y efectos de borde) o bien con factores de expansión/compresión en frecuencia menores (con lo que las copias se separan en el espectro, pero con esta segunda opción perdemos parte de la ventaja de obtener caídas globales muy abruptas y además estamos incrementando en un pequeño factor el número de operaciones necesaria).

El resultado total en el tiempo del filtrado multirate se presenta en la figura 4.27. En ella se observa como es cierto que cuanto mayor es la frecuencia espacial más se parece la señal filtrada final a la del primer filtrado antialiasing.

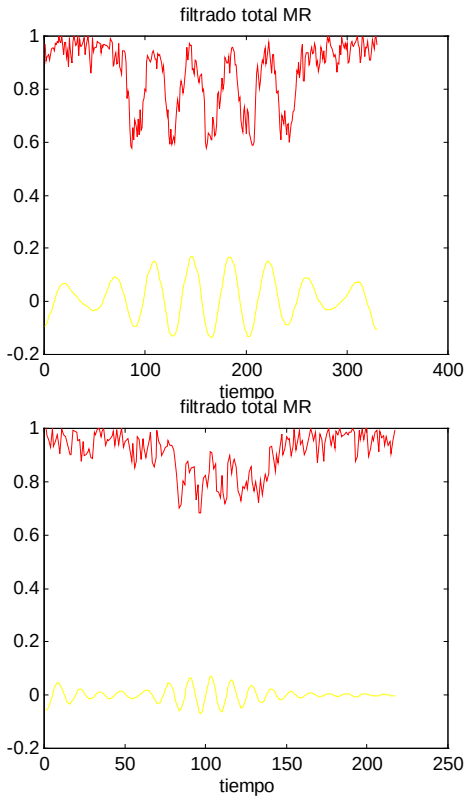


Fig. 4.27: Filtrado multirate para las frecuencias 3 (izq.) y 9 (der.)

Examinemos ahora los espectros finales de la señal de salida en la figura 4.28. Se aprecia que en ambos casos son muy estrechos aunque en el caso de utilizar filtros antialiasing de origen analógico hace que tengan una menor cantidad de ruido fuera de la banda de interés.

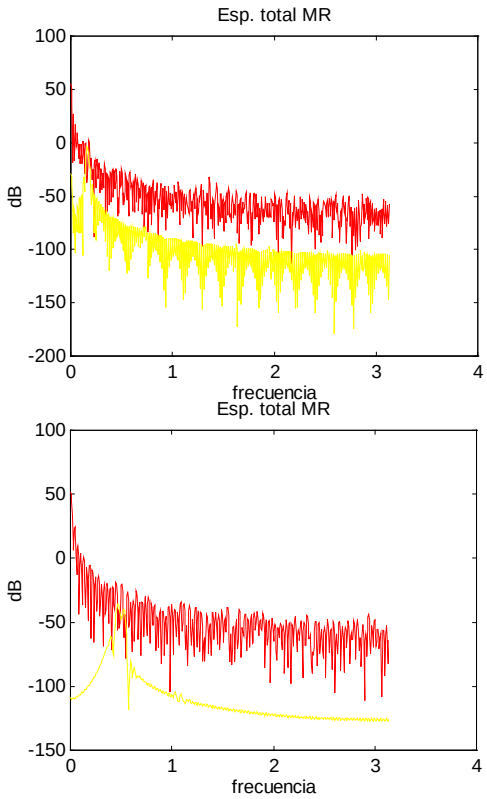


Fig. 4.28: Espectros de entrada y salida después del filtrado multirate para las frecuencias 3 (izq.) y 9 (der.)

Podemos estudiar ahora la energía de la señal a cada frecuencia. En principio, parecería que es el parámetro fundamental que nos interesa, sin embargo, esto no es así y lo justificaremos en el capítulo 5 dedicado a la idealización de la señal. Con todo, para completar el análisis que estamos haciendo sobre los filtros multirate la gráfica 4.29 muestra la energía de cada uno de los trozos a la frecuencia requerida, mientras que la 4.30 lo hace para toda la señal. Se ve que a frecuencia 9 aparece energía en los trozos correspondientes a los pares de línea de frecuencia 7 y 10, aunque el máximo sí se encuentra a frecuencia 9. Esto se debe a que el filtro no es lo suficientemente estrecho como para discriminar frecuencias tan cercanas. Además el espectro de los pares de línea de frecuencia 7 y 10 también tienen parte de su energía a frecuencia 9 ya que provienen de un tren de pulsos cuadrados.

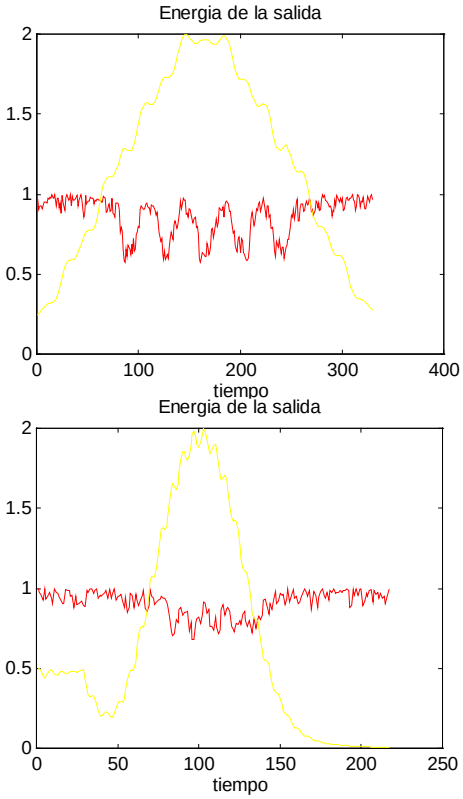


Fig. 4.29: Energía de la salida para un trozo de la señal de entrada para las frecuencias 3 (izq.) y 9 (der.)

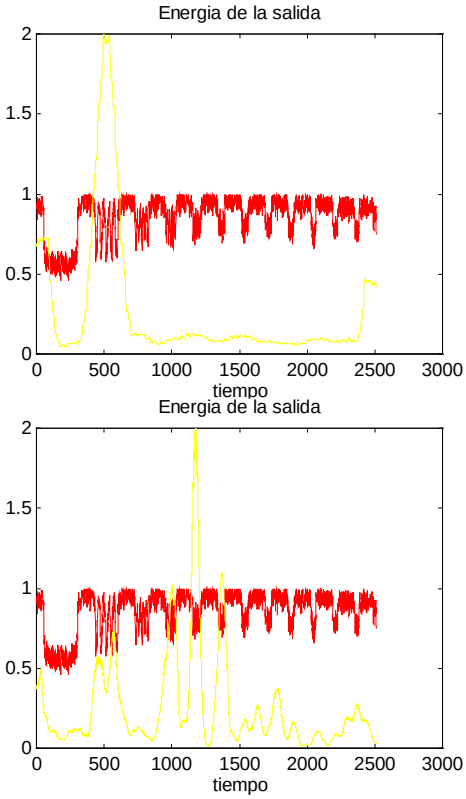


Fig. 4.30: Energía de la salida para toda la señal de entrada para las
frecuencias 3 (izq.) y 9 (der.)

Éste podría ser un método de idealización: filtrar toda la señal a cada una de las frecuencias, buscar el máximo de energía y decir que ese es el centro del grupo de pares de líneas. Pero este procedimiento conlleva una serie de problemas: primero, no queda definido con exactitud entre qué y qué muestras está contenido el grupo de pares de línea; segundo, para frecuencias muy altas los picos de energía no están tan pronunciados, aparecen picos de altura similar a otras frecuencias a la buscada; tercero, el método es 15 veces más costoso que el propuesto en este proyecto.

Para finalizar con este análisis exhaustivo que estamos llevando a cabo del filtrado multirate tan sólo nos falta ver la longitud de la respuesta al impulso para cada uno de los filtros implicados. Esta medida nos dará una idea de cuál es la inercia del filtrado, a mayor longitud de la respuesta al impulso, mayor inercia. En los filtros FIR está muy claro no hay influencia de una señal más allá de la longitud del propio filtro (determinado por el orden del mismo más 1). Sin embargo, en los IIR la cosa cambia, no está tan clara cuál es la relación entre el orden del filtro y su diseño con la longitud de la respuesta al impulso. Veamos gráficamente cuál es la del filtro de Butterworth que hemos ido trayendo a lo largo de la sección (fig. 4.31). Se puede comprobar que hay coeficientes significativos hasta la muestra 50. Habrá que tener especial cuidado de proporcionar las condiciones iniciales adecuadas para que esto no sea un inconveniente.

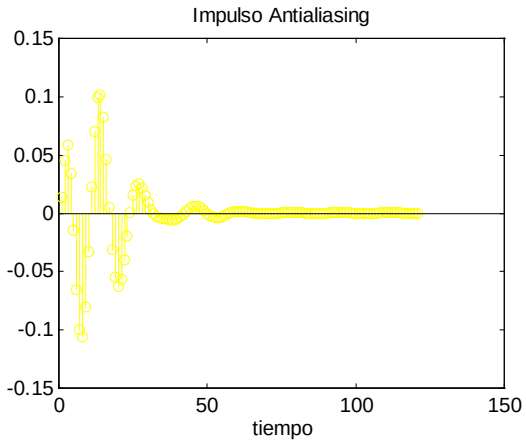


Fig. 4.31: Respuesta al impulso del filtro IIR antialiasing

Como resumen de esta sección digamos que hemos expuesto los fundamentos matemáticos del filtrado multirate, y revisado a fondo un par de ejemplos prácticos y reales (éstos son los filtros de verdad implementados para las frecuencias 3 y 9) en el que se ponen de relieve casi todos los fenómenos importantes relacionados con el filtrado multirate.

4.3.2. CONSIDERACIONES DE DISEÑO

En esta sección traduciremos algunas de las ideas ya introducidas respecto al filtrado multirate, y daremos una serie de condiciones que deberán cumplir nuestros filtros para ser considerados aceptables. La elaboración de dichos criterios, así como en general el desarrollo de los filtros, no ha sido una tarea sencilla y se han necesitado muchas pruebas para llegar al fin a un listado como el siguiente.

PRIMER CRITERIO

En todo caso debe buscarse la eficiencia de cálculo, si una reducción de orden de un filtro no supone un empeoramiento grave de la salida del mismo y sí un decremento en el número de operaciones a realizar, entonces se reducirá el orden.

Este criterio viene justificado por el hecho de que deberemos analizar muchas imágenes, cada una con 800 líneas horizontales, cada línea horizontal con 11 grupos de pares de líneas y cada grupo de pares de líneas con 3 filtrados, lo que hace un total de 26400 filtrados por imagen. Además habrá que filtrar dos veces una para idealizar y otra para determinar la potencia en el grupo. Este elevado número de operaciones hace que una reducción aunque sea del 5% de las operaciones signifique en tiempo unos pocos minutos.

SEGUNDO CRITERIO

Los filtros FIR en caso de que sea posible tendrán un orden mínimo de 20, y en caso de que no sea posible se construirá del máximo orden factible.

La justificación de este criterio viene del hecho de que un filtro FIR de menor orden tiene unas zonas de transición demasiado suaves y prácticamente no filtran. Este criterio marca un límite inferior al primero

En los filtros de señal hay veces que no es posible llegar a las 20 muestras de señal a filtrar, en esta situación se diseñará el filtro con un orden igual a la longitud de la señal a filtrar. Se sigue buscando una capacidad de eliminación de otras frecuencias máxima. No habrá problemas de que este orden sea mayor que la propia señal nunca, ya que la mejora de las condiciones iniciales de filtrado se encargará de que esta circunstancia no suceda, ver el apartado 4.4 para más información sobre cómo se realiza dicha mejora.

TERCER CRITERIO

Los filtros IIR tendrán un orden máximo de 2 y un exceso de ancho de banda mínimo. No se podrán utilizar filtros IIR para el filtrado de señal.

Ya que filtros de mayor orden tienen una respuesta al impulso demasiado extensa y, por lo tanto, demasiados efectos de bordes, inercia e inestabilidad. Además la pendiente de caída que proporciona un orden 2 es suficiente para la aplicación que deseamos como se vio en el ejemplo del filtro a frecuencia 9.

El exceso de ancho de banda debe ser el mínimo de los posibles si queremos que filtre únicamente la frecuencia de interés. Pero este criterio entra en conflicto con el hecho de que cuanto menor es el exceso de ancho de banda más duras son las condiciones impuestas a los polos y mayor inestabilidad tiene el filtro. Habrá que alcanzar un compromiso entre inestabilidad y capacidad de filtrado.

A pesar de que se puedan obtener resultados aceptables con filtros IIR éstos son totalmente inadecuados para conseguir en tan pocas muestras como tiene el filtrado de señal un filtrado fiable. Relegaremos estas tareas a los filtros FIR que aunque consumen más operaciones pero este hecho no supone un grave inconveniente ya que se aplicarán a un número muy reducido de muestras.

CUARTO CRITERIO

El periodo de la señal después del diezmado debe ser mayor o igual que 3.

El número mínimo de puntos con el que se puede definir una señal sinuosidal es de 2, basta con decir el máximo y el mínimo de la señal. A nadie se le escapa que esta es una representación muy pobre de la sinusoide. Nosotros nos conformaremos con 3 puntos por ciclo, también una representación pobre pero es lo más a lo que podemos aspirar con las frecuencias altas si queremos utilizar el efecto multirate. Se verá que para dichas frecuencias y con un diezmado por 2, es precisamente 3 el número de muestras de que disponemos por periodo.

QUINTO CRITERIO

En la eliminación de las copias durante el interpolado de la señal se puede permitir un cierto aliasing pero no mucho.

Este criterio, un tanto subjetivo, pretende decir que estemos atentos al aliasing que se produce en el proceso, y que sea el diseñador el que viendo las gráficas de aliasing y las posibilidades de diseño en ese momento decida si permite o no el posible solapamiento de espectros.

4.3.3. FILTROS IIR + FIR

En esta sección diseñaremos un conjunto de filtros multirate para cada una de las frecuencias de los grupos de pares de línea. Estos filtros utilizarán subbloques FIR o IIR dependiendo de las características y actuaciones concretas de cada uno de ellos en un momento dado. Comenzaremos por dar un algoritmo de diseño, una serie de pasos que nos lleven a la consecución de un diseño adecuado.

ALGORITMO

1. Elegir un factor de expansión/compresión del eje tal que

$$\frac{N_{peraa}}{DU} \geq 3,$$

donde N_{peraa} es el número de muestras del periodo de los pares de línea a la frecuencia de diseño, y DU el factor de expansión/compresión.

2. Filtro de señal:
Seleccionar un filtrado FIR del mayor orden posible, es decir, igual a la longitud de los pares de línea después del diezmado.

3. Filtro antialiasing 1:
Seleccionar un filtrado FIR del orden más bajo tal que la energía de la segunda copia del espectro al rellenar con ceros sea despreciable frente a la de la primera. Dicho orden no podrá ser inferior a 20. Anotar el número de operaciones a realizar por muestra con esta combinación de filtros.

4. Filtro antialiasing 2:
Seleccionar un filtrado IIR de orden 2 con el menor ancho de banda posible tal que los efectos de bordes e inestabilidad sean despreciables. Anotar el número de operaciones por muestra para esta versión del filtro multirate.

5. Filtro antialiasing:
Elegir de entre los dos filtros anteriores el que tenga menor número de operaciones.

6. Pasar al siguiente filtro hasta que se hayan diseñado todos.

El resultado de aplicar el algoritmo anterior está reflejado en la tabla a continuación.

	Filtro de Señal			Filtro Antialiasing			
	N	DU	N_{peraa}	N_{FIR}	flops FIR	bw_{IIR}	flops IIR
Frec 3	24	7	37	20*	95.27 (37154)	600%	83.70 (29295)
Frec 5	16	6	22	26	117.24 (37516)	600%*	84.21 (23579)
Frec 7	14	5	16	24	109.90 (32312)	700%*	85.28 (21662)
Frec 9	14	4	12	20	96.22 (26652)	600%*	87.49 (20736)
Frec 10	12	4	12	20	95.25 (26099)	600%*	86.60 (20271)
Frec 11	16	3	10	20	100.3 (26882)	600%*	91.73 (20914)
Frec 12	14	3	9	20	99.00 (26036)	600%*	90.75 (20239)
Frec 13	18	2	8	20	108.60 (28128)	600%*	100.41 (21990)
Frec 14	18	2	8	20	108.51 (27996)	500%*	100.39 (21874)
Frec 15	18	2	8	20	108.49 (27775)	500%*	100.39 (21685)
Frec 16	16	2	7	20	106.59 (26862)	500%*	98.66 (20916)

En los filtros FIR se supone exceso de ancho de banda nulo y en los IIR el orden siempre es 2. El filtro antialiasing elegido se indica con un asterisco (*). El número de operaciones corresponde número de operaciones por muestra, mientras que el encerrado entre paréntesis representa al número total de operaciones realizadas sobre el trozo prueba.

Podemos comentar sobre esta tabla que el número de operaciones totales tiende a estabilizarse conforme sube la frecuencia, mientras que las operaciones por muestra se van incrementando. Esto se debe a que cada vez el número de muestras de señal se va haciendo más pequeño pero la longitud de la señal de ruido que las acompaña permanece invariante, con lo que cada vez más las operaciones se corresponden con el filtrado del trozo que no es de señal. Esta es la razón de las tendencias anteriores.

También se observa que cuando hay un cambio de factor de expansión aumenta el número de operaciones y que cuando se

mantiene las operaciones disminuyen. Esto se debe a que cuando disminuye en una unidad el factor de expansión, se eliminan menos muestras por diezmado, con lo que el filtrado de señal se realiza sobre más puntos. Luego, conforme aumentamos la frecuencia espacial y mantenemos el factor de expansión disminuye la longitud del trozo de señal, con lo que habrá que realizar menos cálculo.

Como resumen de la sección digamos que se ha proporcionado un algoritmo de diseño de filtros multirate que combina las mejores características de los filtros FIR e IIR, y lo hemos aplicado en el diseño de los filtros que nos hacen falta para el desarrollo del proyecto. Los resultados de filtrado con esta elección es absolutamente satisfactoria.

4.4. MEJORA DE LAS CONDICIONES INICIALES

Supongamos que tenemos una señal de N muestras conocida entre los instantes 1 y N. Al hacer la convolución con un filtro para determinar la salida del mismo habrá momentos, en las cercanías de los bordes, en los que tengamos que utilizar muestras de la señal que no tenemos disponibles. Una solución es pensar que son ceros, esta solución no sería demasiado mala si no supone una discontinuidad demasiado brusca en la señal, si por el contrario sí difiere mucho este aspecto nulo con el de la propia señal entonces en esas zonas en las que no disponemos de información para filtrar se producirán unos “efectos de bordes” bien pronunciados. Esta es la opción tomada por todas las rutinas básicas de filtrado: filter.m y filtfilt.m (Toolbox de señales y sistemas) y filter0.m (de este proyecto).

Otra solución puede ser extender la señal por ambas partes, derecha e izquierda, con una señal que tenga cierto parecido bien con la entrada o bien con la salida del filtro. Así los efectos de bordes se seguirán produciendo pero en el borde de estas extensiones, para cuando se llegue a la zona central donde está la verdadera señal que queremos filtrar, los efectos de bordes habrán desaparecido o tendrán poca influencia, y, de este modo, hemos conseguido eliminar un fenómeno inevitable que produce mucha distorsión a la salida del filtro.

El problema que se plantea ahora es cómo extender la señal. Recordemos que básicamente vamos a realizar dos tipos de filtrado: uno al grupo de pares de línea por sí solo, y otro a ese grupo de pares de línea acompañado de las muestras blancas y ruidosas adyacentes.

En el primer tipo de señal a filtrar, ya que lo que deseamos obtener es un tono puro, se puede optar por extender con un periodo de dicho tono puro,

sin ningún tipo de ruido. Además de eliminar el efecto de borde estaremos dando al filtro la inercia suficiente como para encontrar dicho tono dentro de todo el ruido en que puede estar envuelta la señal. La siguiente gráfica muestra como se realiza dicha extensión y se puede observar cómo ciertamente hay unos efectos de borde muy acusados al principio de la señal. La extensión se debe realizar en fase con la señal y su duración será discutida más adelante en esta misma sección.

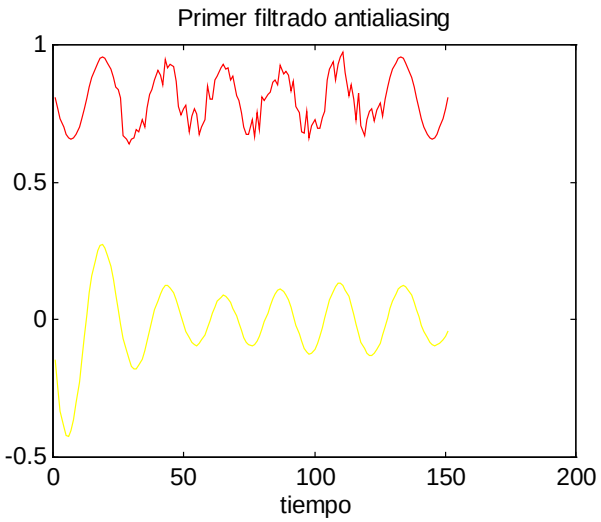


Fig. 4.32: Extensión del grupo de pares de línea

El trozo extra es un seno a la frecuencia espacial correspondiente y de una amplitud igual al 90% de la distancia entre máximo y mínimo de la señal a filtrar. Así aseguramos que el trozo extra no será muy discordante con la entrada, para cualquier imagen normal, es decir, sin artefactos. El criterio de extensión es adaptativo a la amplitud de señal que le viene. Este principio de adaptación, aunque cueste el buscar el máximo y el mínimo, me parece más adecuado que un criterio de extensión mucho más rígido.

En el segundo tipo de señal a filtrar, grupo de pares de línea junto con dos trozos a nivel alto, se tienen dos opciones: o extender con un ruido similar al que está presente a nivel alto, o extender con un valor de continua acorde con el nivel alto de entrada. En la primera opción podemos copiar las 10 primeras muestras por la izquierda y las 10 últimas por la derecha tantas veces como haga falta (la longitud de la extensión se tratará más adelante). Para la segunda basta con añadir la media de las 10 primeras por la izquierda y de las 10 últimas por la derecha. Aunque lo explicado sería lo óptimo, realmente da igual extender únicamente usando las 10 primeras muestras ya que los dos trozos a nivel alto siempre tendrán unas características similares, y así ahorramos cálculos redundantes sobre media o fragmento a añadir.

Probando cada uno de ellos podemos decidir que la opción en la que se añade la media del ruido es mejor a la que se añaden copias de los últimos trozos. Veámoslo gráficamente en la figura 4.33. Ninguno de los 2 métodos se perfila claramente como mucho mejor que el otro. Sin embargo, parece que el de extender con un valor constante da ligeramente mejores resultados, es decir, menores picos en las oscilaciones de los bordes. Además, conceptualmente parece más aceptable excitar con un valor constante, como nos gustaría que fuese la salida, a hacerlo con una señal completamente errática y descontrolada por nosotros.

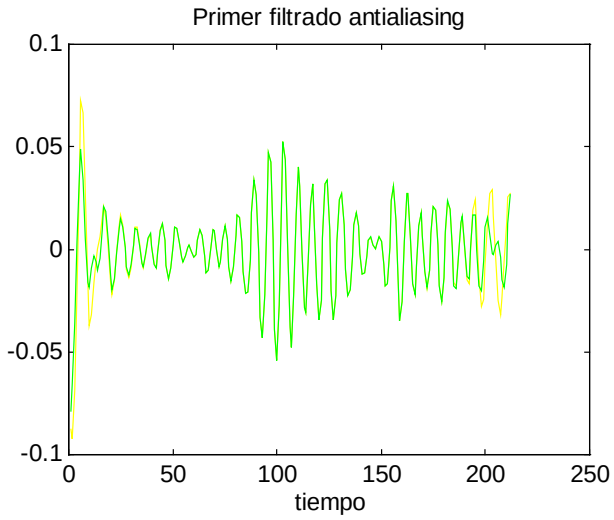


Fig. 4.33: Salidas correspondientes a 2 tipos de extensión distinta: extensión con la media (verde) y extensión con la propia señal (amarillo)

La siguiente pregunta es ¿cuánto debemos extender la señal?. De nuevo, abordamos el problema según el tipo de filtro y de señal. Para filtros FIR está claro que no habrá efectos de borde más allá de aquellos puntos donde no cabe completamente el filtro. Es decir, basta con añadir la longitud del filtro ya que los valores de la salida comprendidos entre 1 y N/2 (suponiendo N el orden del filtro) estarán influenciados por la falta de información a la izquierda de la señal proporcionada, y los valores de salida entre N/2 y N estarán influenciados por los puntos erróneos entre 1 y N/2. Luego se prevé que fuera de las primeras N muestras la salida no estará afectada por los efectos de bordes. Este razonamiento es análogo para el borde derecho.

En filtros IIR no está muy claro durante cuánto tiempo afectarán los bordes. Además filtros aparentemente con los mismos parámetros de diseño tienen respuestas al impulso muy diferentes. En la figura 4.34 se muestran las respuestas al impulso de dos filtros de Butterworth de orden 2, paso banda y exceso de ancho de banda 600%, uno centrado a frecuencia espacial 9 y otro a 16.

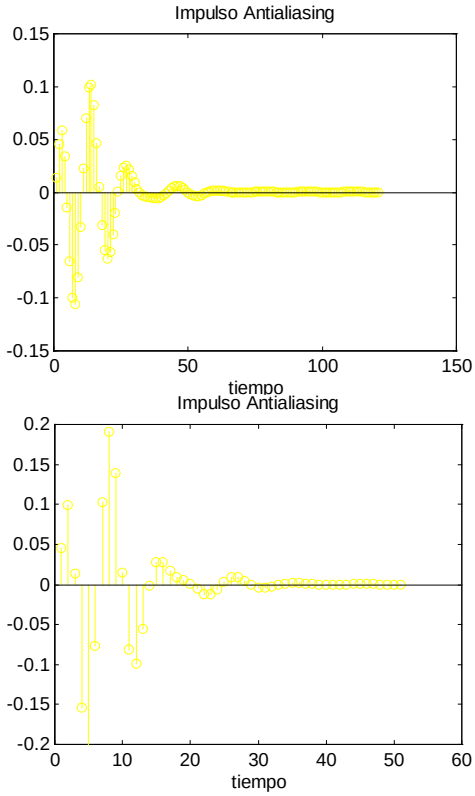


Fig. 4.34: Respuestas al impulso IIR para frecuencia 9 (izq.) y 16 (der.)

Se aprecia en la figura anterior que la respuesta al impulso del segundo filtro es mucho más corta que la del primero, por lo que la influencia del borde se dejará notar durante menos tiempo. Una extensión que se ha mostrado útil es hacer que dure algo más de la mitad del instante en que dicha respuesta al impulso cruza por cero por quinta vez. Una expresión que aproximadamente se ajusta a esta condición es

$$longitud_extensión = 28 - frecuencia_espacial$$

Por otra parte, deberemos extender de distinta forma los grupos de pares de línea aislados que cuando van acompañados de un trozo blanco. El trozo blanco se puede extender con la media del ruido la longitud ya calculada. Sin embargo, los pares de línea aislados se deberán extender con periodos completos de señal (para que no haya una discontinuidad al suponer que fuera de la extensión la excitación es nula) que como poco igualen la longitud de extensión ya calculada.

Resumiendo, el extender la señal a derecha e izquierda supone una mejora muy importante en el aspecto de la salida del filtro aunque ello suponga cálculo extra. Se han discutido razonadamente los métodos de extensión adoptados en este proyecto y se ha comprobado que son aceptables.

4.5. COMPARACIÓN CON FILTRADO SIMPLE

En primer lugar nos plantearemos si reducir el filtrado multirate a un único filtrado, en caso de que sea posible explicitaremos las ventajas e inconvenientes. En segundo lugar realizaremos a una comparativa entre los filtros multirate, un filtrado FIR y otro IIR para diferentes señales de prueba artificiales.

Ya se ha comentado en la sección anterior que hay frecuencias para las que el filtrado final multirate es muy parecido al primer filtrado antialiasing, lógicamente estaremos perdiendo exactitud, cualidades de transiciones abruptas, banda más estrecha, ... pero estaremos reduciendo el número de operaciones a la mitad para esas frecuencias.

El trabajo ahora consistirá en revisar con el subsistema de diseño de filtros multirate los diferentes filtrados antialiasing y finales, y buscar a partir de qué frecuencia son tan parecidos que no merece la pena doblar el número de operaciones.

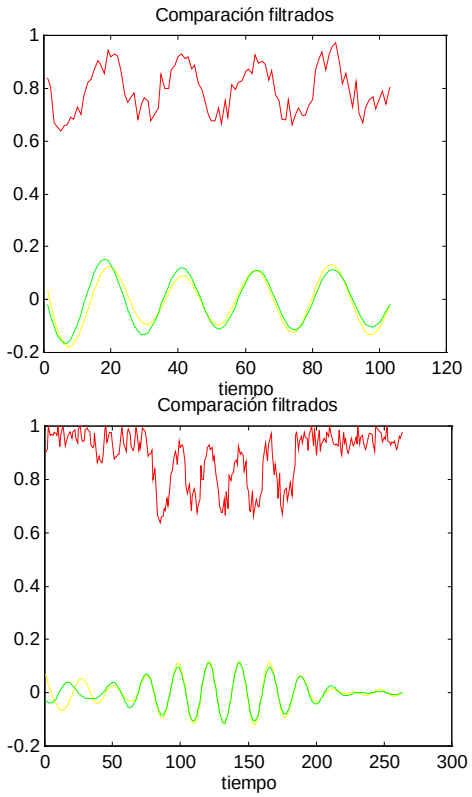


Fig. 4.35: Comparación entre filtrado antialiasing y filtrado multirate para

frecuencia 5. A la izquierda filtrado de los pares de líneas aislados, a la derecha acompañados de un tramo blanco adyacente.

En la figura 4.35 se muestra la diferencia entre los filtros antialiasing y multirate para los dos tipos de excitación posible. A pesar de que la diferencia no es muy grande no la daremos por válida. Sin embargo, a frecuencia 10 sí que la diferencia se hace inapreciable (fig. 4.36). La diferencia sigue siendo muy pequeña para cualquier frecuencia por encima de 10.

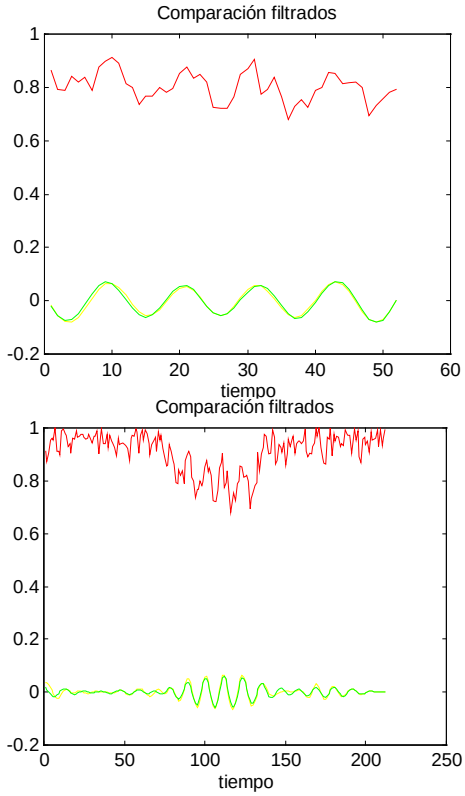


Fig. 4.36: Comparación entre filtrado antialiasing y filtrado multirate para
frecuencia 10. A la izquierda filtrado de los pares de líneas aislados, a la derecha acompañados de un tramo blanco adyacente.

No hace falta comparar los espectros de las salidas puesto que si en el tiempo son prácticamente iguales, en frecuencia también lo serán. Así, pues, parece razonable filtrar una única vez con el filtro IIR propuesto para antialiasing. La siguiente tabla recoge la evolución del número de operaciones desde la idea inicial de filtrar toda la señal y buscar los máximos de energía hasta el filtrado actual en el que se combinan filtros FIR, IIR y multirate.

	Completa	Multirate	Antialiasing
Frec 3	242764	29549	---
Frec 5	201094	21155	---
Frec 7	202387	18421	---
Frec 9	206797	17496	---
Frec 10	204306	16570	8764
Frec 11	214112	16603	9054
Frec 12	214112	16275	8877
Frec 13	238771	17102	9962
Frec 14	238771	17101	9961
Frec 15	238771	16606	9660
Frec 16	233776	15759	9044
Total	2435661	202637	151943

En el cálculo del total de la última columna se han utilizado los valores de la columna multirate en aquellas frecuencias en las que no se puede filtrar una única vez. La última reducción de operaciones respecto al filtrado multirate supone un 25% menos de operaciones. Y si la comparamos con el total de operaciones que harían falta para filtrar toda la señal cada vez, hemos realizado una reducción del 93.7%. Esto significa que tardaremos mucho menos en procesar una imagen completa, lo cual es muy importante. Con esta cifra actual de número de operaciones se viene a tardar unos 13 minutos en filtrar una imagen completa, con el filtrado multirate estaríamos por encima de los 18 minutos (5 minutos más, algo aceptable) y con el filtrado a toda la imagen ¡¡unas 3 horas y 20 minutos!!. Todos estos cálculos son para una pasada de filtrado, normalmente se hacen dos con lo que las diferencias en tiempo se duplican.

No olvidemos que si desarrollamos unos filtros no es por filtrar en sí, sino por conseguir un objetivo de idealizado y medida de potencia a cada una de las frecuencias, por lo que la determinación de si utilizar sólo un filtro antialiasing o el multirate completo deberá quedar relegada a aquellos capítulos en los que se trabaja con las tareas concretas para las que están destinados los filtros. Aquí únicamente nos limitamos a exponer la posibilidad de reducir el cálculo.

Llegado este instante aún nos falta comparar las actuaciones de los filtros multirate contra los filtros habituales FIR o IIR. Seleccionaremos tan sólo dos filtros multirate a efectos de comparación, el de frecuencia 3 (que se compone de un filtrado FIR antialiasing y otro FIR de señal) y el de frecuencia 9 (compuesto por un IIR antialiasing y otro FIR de señal), por tratarse de dos elementos representativos del banco de filtros. Los filtros IIR que utilizaremos para comparación serán diseñados con orden 2, banda de paso definida por el subsistema de cálculo de espectro del ideal

(igual que los multirate) y exceso de ancho de banda igual al 600%. Los filtros FIR tendrán un orden 30, la banda de paso será la misma que en el punto anterior y exceso de ancho de banda nulo.

Encabecemos la batería de comparaciones filtrando ruido blanco gaussiano con filtros de frecuencia 3 y viendo los espectros de cada una de las salidas.

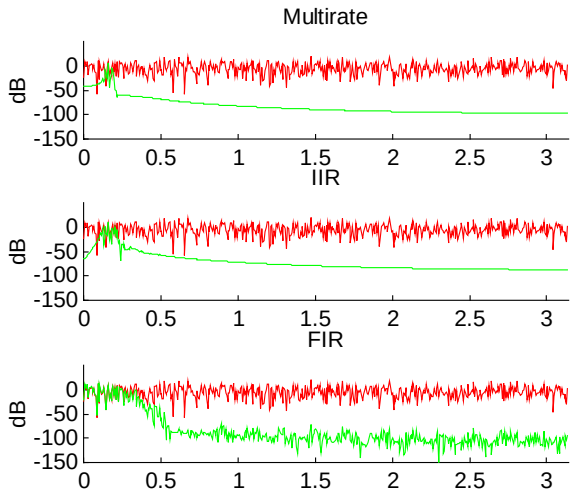


Fig. 4.37: Espectros de las salidas de 3 tipos de filtros para ruido blanco

Esta gráfica viene a representar de modo aproximado el módulo de la función de transferencia de cada filtro. Claramente el filtrado multirate tiene una banda más estrecha y con transiciones más abruptas que las otras dos, pero no rechaza tan bien la continua como el filtrado IIR ya que a frecuencia 3 el filtro multirate está compuesto por 2 filtros FIR (que no tienen orden suficiente como para rechazar bien las frecuencias muy próximas). En cuanto a coste computacional los filtros IIR son los que usan menos operaciones, seguidos de los FIR que casi doblan en flops a los IIR y, por último, los multirate que elevan el número de operaciones necesarias en un orden de magnitud respecto a los IIR. Esta relación de carga computacional se mantiene constante a lo largo de las pruebas que se llevan a cabo en esta sección, incluso para los filtros de frecuencia 9.

Continuemos con las pruebas a frecuencia 3 y hagamos que filtren una señal sinusoidal que va aumentando progresivamente su frecuencia desde 0 hasta π.

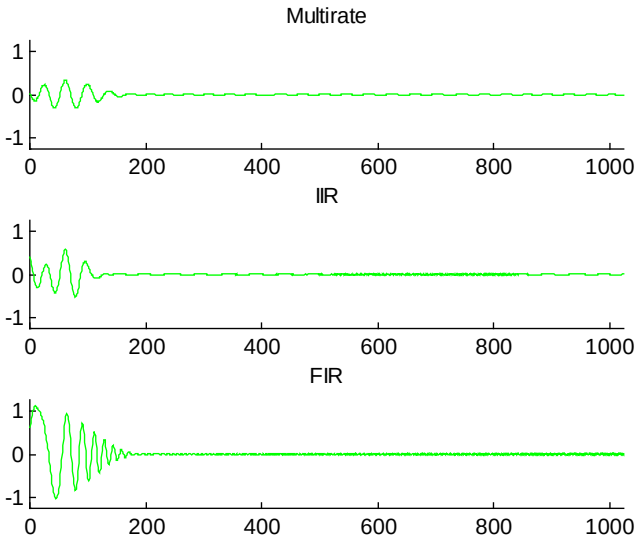


Fig. 4.38: Salidas de los 3 filtros a una señal sinusoidal de frecuencia creciente

Nuevamente la peor salida es la del filtro FIR, el IIR da una buena salida con una latencia a la derecha menor que el multirate pero con un efecto de bordes al principio de la señal mayor. Es de señalar la atenuación de los filtros IIR y multirate a la frecuencia central, no tienen ganancia 1. Esto será de vital importancia a la hora de hallar la función de transferencia de la película, en el capítulo dedicado a dicha materia se tratarán las soluciones posibles y adoptadas en el proyecto.

Como última prueba a frecuencia 3 filtremos el ideal, ello nos permitirá vislumbrar cómo se comportarán cada uno de los filtros cuando se enfrenten a la señal real.

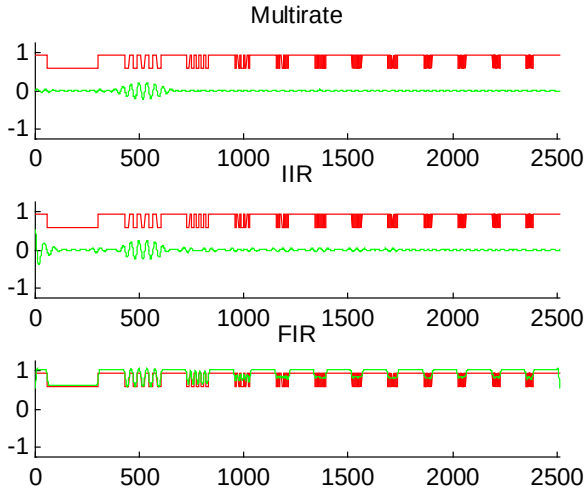


Fig. 4.39: Salidas de los 3 filtros al ideal

El filtro FIR es francamente malo; el IIR no lo hace mal, tiene una menor latencia una vez desaparece la excitación a dicha frecuencia pero en los bordes adolece de un grave problema de picos acusados, además la salida en el resto del ideal (donde no hay señal a frecuencia 3) es mayor que en el caso multirate.

Pasemos ahora al filtro de frecuencia 9, realizaremos exactamente las mismas pruebas por lo que ya no hace falta explicar qué se persigue con cada una de ellas sino tan sólo comentar los resultados. El filtrar ruido blanco produce los siguientes espectros

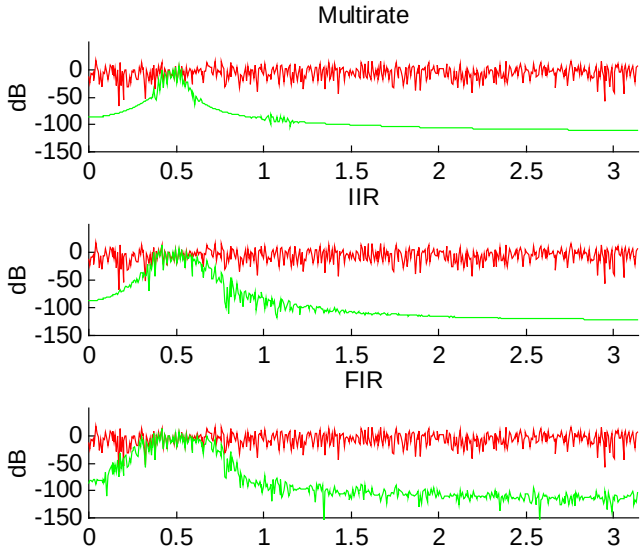


Fig. 4.40: Espectros de las salidas de 3 tipos de filtros para ruido blanco

Esta vez la supremacía del filtrado multirate es mucho más clara que a frecuencia 3, éste será un hecho generalizado a todas las frecuencias en las que el filtro multirate esté compuesto por uno IIR y otro FIR. Como ya se ha comentado la carga computacional del filtro multirate es del orden de 10 veces la del IIR sólo, habrá que ver si realmente compensa este exceso de cálculo.
Respecto a la respuesta a una señal de frecuencia creciente (figura 4.41) se comprueba de nuevo una abrumadora superioridad de los filtros multirate que consiguen menor latencia en el tiempo, menores efectos de borde y un mayor “silencio” cuando no hay excitación a esa frecuencia. El único impedimento que se les puede oponer a dichos filtros es que no tienen ganancia unidad a la frecuencia central.

Acabaremos la batería de comparaciones con el filtrado del ideal por los 3 filtros a frecuencia 9 (figura 4.42). El mejor filtrado sigue siendo el multirate que proporciona una menor salida a las frecuencias adyacentes

(7, 10 y 11) que los IIR y no sólo porque tenga una menor ganancia a la frecuencia central y, por lo tanto, a las adyacentes, sino porque tiene un mayor rechazo. En los cambios bruscos, como los dos escalones que comienzan el ideal, tanto el filtro IIR como el FIR se resienten ante esta variación, cosa que sucede con mucha menor amplitud en el multirate. El silencio fuera de la excitación continúa siendo mucho mayor en el filtrado multirate que para cualquier otro tipo de filtro.

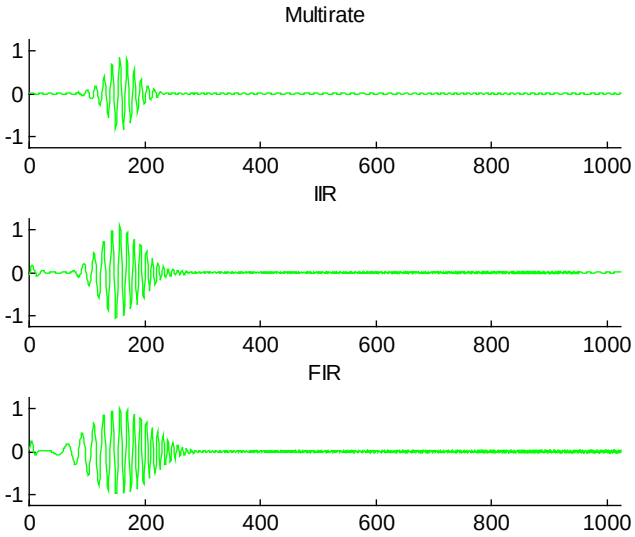


Fig. 4.41: Salidas de los 3 filtros a una señal sinusoidal de frecuencia creciente

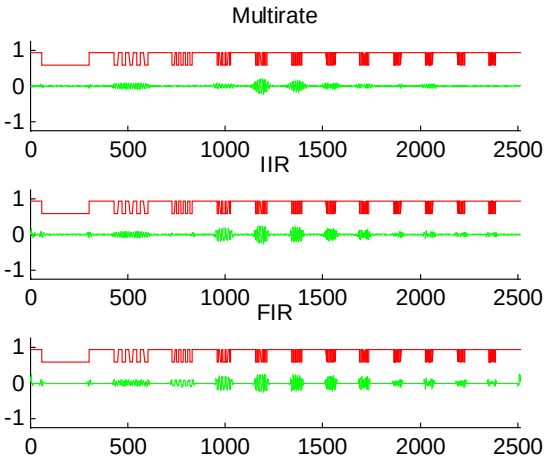


Fig. 4.42: Salidas de los 3 filtros al ideal

Para concluir esta sección de comparaciones diremos que hemos demostrado que los filtros multirate representan una buena opción frente a sus oponentes FIR o IIR, a costa de un mayor número de operaciones. Sin

embargo, se concluirá en capítulos siguientes la imposibilidad de utilizar un filtrado simple antialiasing en sustitución del multirate oportuno. Además, en las pruebas realizadas aquí la señal excitación es enorme, en condiciones normales de uso con zonas a filtrar muy acotadas dentro de la señal la diferencia en cuanto a número de operaciones no es tan abismal como pudiera parecer en esta sección. De hecho, se comprobó al principio de la misma que dicha sustitución tan sólo repercutiría en el 25% de las operaciones, mientras que supone un empeoramiento de la señal de salida que no vale ese 25% del tiempo.

5. IDEALIZADO

5.0. INTRODUCCIÓN

En el capítulo 3 ya se presentó esta idea al hablar del patrón de líneas y la figura 3.5 introdujo gráficamente el concepto. De todos modos, volveremos a exponerlo aquí. El concepto de idealizado es el siguiente: en la salida de mamografía se ven una serie de altibajos, camuflados muchas veces por un ruido mucho mayor que la señal, que se corresponden con los pares de línea presentes en la pieza de plomo llamada patrón de líneas. Pero, ¿entre qué y qué muestras exactamente se realiza la correspondencia? y segundo, ¿sería capaz de obtener una imagen ideal, o sea, reproducir artificialmente lo que debería haber salido si el sistema no hubiese distorsionado nada?. Y todo esto a partir de la imagen deteriorada recogida del mamógrafo.

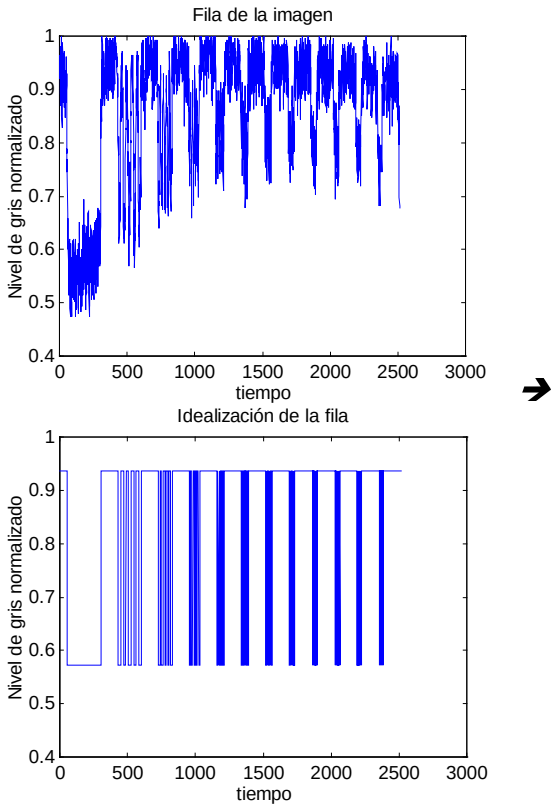


Fig. 5.1: Idealización de una línea de la imagen mamográfica

Un posible enfoque a este problema es tratar de eliminar el ruido en cada una de las zonas diferenciables de la línea promediando muchas líneas, tendríamos así una línea de salida más limpia y sobre ella podríamos tratar de buscar las muestras exactas en las que comienza y acaba cada grupo utilizando un criterio de máxima correlación con una señal cuadrada reconstruida artificialmente a partir de la frecuencia espacial y la frecuencia de muestreo.

Sin embargo, el objetivo de este proyecto es mucho más ambicioso, se pretende idealizar cada línea de la imagen por separado. Ello supone que la información con la que vamos a trabajar está mucho más contaminada de ruido que en la solución anterior, pero también supone, que si se consigue, estaremos idealizando exactamente cada una de la filas de la imagen y no sometemos a un conjunto de filas a la rigidez de amoldarse a un ideal promedio de todas ellas.

Es en la eliminación de tanto ruido donde entran en juego los filtros multirate diseñados en el capítulo anterior. La idea, entonces, será la de filtrar la fila de la imagen a cada una de las frecuencias y aplicar una serie de criterios para decidir dónde debería encontrarse el grupo de pares de línea ideal. En las sección 5.1 iremos aproximándonos cada vez más a un idealizado “óptimo”, mientras que en la sección 5.2 someteremos a prueba

dicho proceso de idealizado haciéndolo enfrentarse a artefactos de la imagen.

5.1. REALIZACIÓN PRÁCTICA

5.1.1. UNA SIMPLIFICACIÓN

Una primera idea sería la de filtrar toda la fila de la imagen con los filtros a cada una de las frecuencias, y para cada salida calcular la energía local a esa frecuencia, aplicar un umbral y buscar las muestras de corte con el umbral determinando, así, el comienzo y final de los grupos de pares de línea. Este planteamiento tiene dos problemas: primero, la energía no se perfila como un criterio demasiado válido para buscar los grupos de pares de línea como se demostrará posteriormente; segundo, un coste computacional enorme ya que se está filtrando toda la fila.

Ésta es la primera simplificación que se puede realizar: ¿para qué filtrar toda la fila de la imagen cuando sabemos a priori que el trozo a frecuencia 3 debe estar en una zona muy determinada de la línea?, ¿no podríamos tratar de delimitar de alguna forma entre qué y qué puntos debe encontrarse y luego filtrar sólo en ese lugar? La respuesta es sí y el ahorro en cómputo es inmenso, una reducción de más del 90% como se vio en la sección 4.5.

El asunto, entonces, es ¿cómo hacerlo?. Si observamos la señal con atención vemos que tiene primero un par de escalones (uno hacia abajo y otro hacia arriba) y que a partir de ahí la estructura es bastante repetitiva: blanco, líneas, blanco, líneas, ... Además la longitud de los trozos en blanco es conocida y estable en todos los trozos: en torno a las 127 muestras (para esta frecuencia de muestreo). También se puede estimar a priori la longitud de los grupos de pares de línea, aunque no sea una medida demasiado exacta, todos los grupos de frecuencia 3 vendrán a medir lo mismo, con lo que este dato podemos utilizarlo para facilitarnos las tareas de búsqueda.

La figura 5.2 muestra una línea de la mamografía en la que se han marcado tres cruces, son los puntos que deberíamos encontrar para buscar a partir de ellos los grupos de frecuencia 3, 5 y 7 respectivamente. La forma de encontrar estos puntos no es excesivamente difícil: el primero de ellos se puede localizar buscando un escalón en el nivel de la señal de abajo a arriba, el punto justo del escalón es la muestra a partir de la cual deberemos buscar el grupo de frecuencia 3; la segunda de las cruces será fácil de determinar una vez tengamos delimitado el grupo de frecuencia 3 puesto que coincide con su última muestra; la tercera será el final del grupo de frecuencia 5. Y así sucesivamente iríamos ubicando

los puntos de comienzo de búsqueda para cada una de las frecuencias.

Respecto al final del trozo de búsqueda haremos uso de las longitudes estimadas tanto para los trozos en blanco como para los grupos. Si llamamos k1 al punto de inicio y k2 al último instante antes de entrar en el siguiente grupo se tiene que cumplir que

$$k2 = k1 + long_\text{int}er + long_patron(frec) + long_\text{int}er$$

donde long_inter representa la longitud de los espacios blancos intermedios (127) y long_patron(frec) la longitud estimada para un patrón de la frecuencia dada. Hemos reducido la zona de búsqueda de 2513 muestras que contiene una fila de la imagen a unas 420 en el peor de los casos (frecuencia 3) y a 285 en el mejor (frecuencia 16).

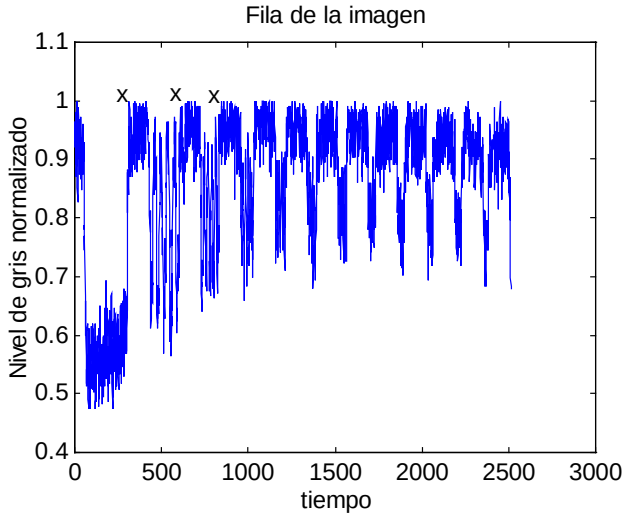


Fig. 5.2: Marcados con cruces los puntos a partir de dónde se deberían buscar los grupos de frecuencias 3, 5 y 7

Sin embargo, esta reducción en la zona de búsqueda puede llevarse aún más allá, si nos fijamos detenidamente en el trozo seleccionado entre k1 y k2 puede verse que se trata del grupo de pares de línea acompañado de los dos trozos blancos adyacentes en su máxima extensión. Pero sabemos que en muchas muestras de dichos trozos blancos seguro no va a estar el grupo de pares de línea, podríamos desechar un determinado número de muestras por la izquierda y por la derecha. A esta cantidad desechada por cada lado la llamaremos “tirar”, así la nueva zona de búsqueda viene dada por

$$k1' = k1 + tirar$$

$$k2' = k2 - tirar = k1 + 2long_\text{int}er + long_pat(frec) - tirar$$

Tampoco podemos tirar las 127 muestras de que se compone el tramo blanco intermedio ya que desconocemos con exactitud la posición del grupo y si habremos acertado del todo con la idealización del grupo actual, con lo que los cálculos para el siguiente grupo pueden iniciarse erróneamente. Además, es importante para el filtrado multirate que haya una cierta zona estable blanca en la que se apaguen los efectos de borde y así detectar con mayor precisión los pares de línea. Comenzaremos con tirar=30, un valor más que seguro y veremos si progresivamente podemos irlo aumentando. Con este valor de muestras desechadas reducimos las longitudes de las secciones de búsqueda en 60 muestras.

El aspecto final de las secciones de búsqueda será el mostrado en la figura 5.3. Ahora se entiende la pesquisa casi obsesiva de buscar filtros sin retardo, es fundamental para idealizar el que la salida esté en fase con la entrada para poder decidir cuáles son las muestras de comienzo, que de otro modo se encontrarían desplazadas a la derecha un número indeterminado (en el caso IIR) de muestras.

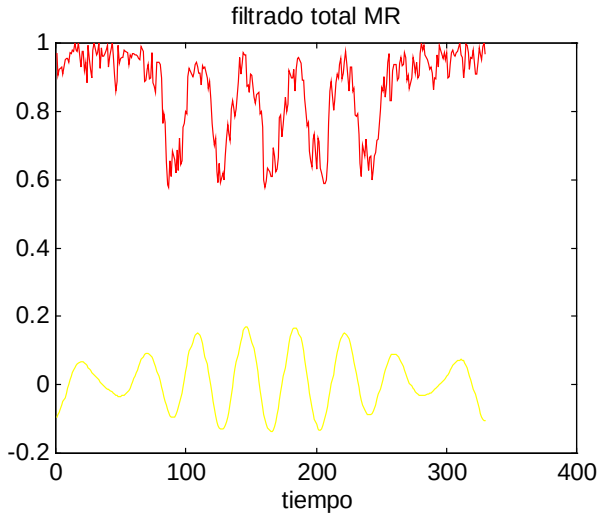


Fig. 5.3: Aspecto del tramo de búsqueda de frecuencia 3 y su filtrado multirate

5.1.2. IDEALIZACIÓN DEL ESCALÓN

Suele ser buena práctica la de empezar por el principio, eso haremos nosotros. Comenzaremos situando los dos escalones de la

imagen, éstos se encuentran al principio de la misma y servirán como punto de partida para localizar la frecuencia 3, ésta a su vez para localizar la frecuencia 5, ésta para la 7, ...

El método empleado en este proyecto para detectar un escalón consiste en ir barriendo todas las muestras de izquierda a derecha hasta que se hayan pasado dos zonas de cambio. Se dice que una muestra está en una zona de cambio si la diferencia entre las medias de señal a su izquierda y su derecha es mayor que un 20%. Las medias se toman sobre una ventana rectangular de longitud fija (una ventana de 15 muestras se ha mostrado suficiente).

Describamos cómo actúa este proceso: al principio, cuando no hay ningún escalón dentro de la ventanas, la diferencia entre las medias a derecha y a izquierda en un punto dado se diferencian en menos del 20%, vamos desplazando el punto de estudio a la derecha poco a poco. Llega un momento en que el primer escalón empieza a entrar en la ventana de la derecha y la media derecha empieza a ser cada vez menor que la izquierda, cuando esa diferencia pasa por el 20% se almacenan las posiciones en que esto ocurre. Se sigue avanzando a la derecha, la diferencia entre medias se hace máxima justo en el punto que separa ambas partes del escalón (aunque todavía no lo procesamos en este sentido), y continuamos avanzando la muestra de estudio a la derecha. El escalón comienza a estar en la ventana izquierda por lo que la media izquierda disminuye, y disminuye también la diferencia entre las dos medias que acaba cayendo por debajo del 20%. En este momento se dice que ha acabado la primera zona de cambio. Habrá un tramo intermedio antes de llegar a la segunda zona de cambio que se caracteriza otra vez porque la diferencia entre medias no es significativa. La descripción de la segunda zona de cambio es análoga a la anterior.

Una vez se han pasado las dos zonas de cambio se procesan los índices que tenemos almacenados como que su diferencia es mayor del 20%, y seleccionamos como delimitadores de los escalones aquellas dos muestras que tienen una diferencia máxima entre sus medias. Este umbral del 20% no parece muy descabellado cuando la diferencia máxima en los puntos de cambio oscila entre un 27% y un 50%.

En la implementación práctica del criterio no se evalúa la diferencia entre las medias sino la diferencia entre las “integrales” (sumas discretas), que se trata de una variable totalmente equivalente a la media al estar tomada sobre ventanas de igual longitud en ambos lados. Asimismo no se calcula en cada punto la

integral partiendo desde cero, sino que se utiliza el valor de la integral en la muestra inmediatamente anterior, para conocer el valor de la integral en un punto bastan tan sólo una suma y una resta.

5.1.3. EXPOSICIÓN DE CRITERIOS Y CONDICIONES

Una vez detectada la posición de los escalones nos empleamos en reconocer la situación exacta de cada uno de los grupos de pares de línea. El procedimiento para delimitar la zona de la imagen en que se encontrarán ya se ha descrito ampliamente. Esta sección de la imagen es filtrada con lo que se obtiene una especie de tono que será más intenso allá donde esté ubicado el grupo. Será necesario, pues, disponer de una serie de criterios que nos permitan delimitar con precisión y certeza dicho grupo dentro de la salida del filtro, señal que por simple inspección no permite hacerlo.

Un hecho fundamental que nos ayudará sobremanera en esta tarea de crear criterios válidos es la convicción de que la salida está en fase con la entrada (característica que viene de un filtrado sin retardo). Apoyándonos en esta propiedad y en que la salida tiene media nula (al ser rechazada la continua durante el proceso de filtrado) podemos afirmar que los ceros de la señal filtrada coinciden con los puntos en los que el grupo de pares de línea cambia de un nivel alto a un nivel bajo y viceversa. Veamos esta idea gráficamente en la figura 5.4.

Se entiende por un criterio una variable que nos permita distinguir de entre los ceros de la señal filtrada aquel que comienza con el grupo de pares de línea, en el ejemplo de la figura 5.4 este cero sería el segundo (situado hacia la muestra 45). Por condición se entiende una propiedad que debe cumplir cualquier cero que pretenda ser el cero de comienzo del grupo (simplemente llamado a partir de ahora “cero de comienzo”). Las condiciones y los criterios se extraen únicamente por observación directa de la forma de la señal del patrón de líneas. Por ahora sencillamente nos limitaremos a enunciar las condiciones y criterios dejando para la siguiente sección la demostración de su efectividad y conveniencia.

Nota: la primera y última muestra de la señal filtrada se consideran ceros de la misma, ya que es la forma más sencilla de implementar los criterios que aquí se tratan a nivel de cálculo.

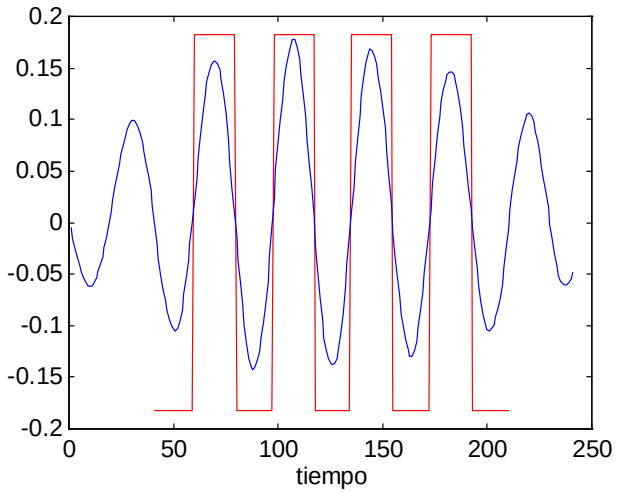


Fig. 5.4: Señal filtrada a frecuencia 3 junto con su ideal, se han solapado a efectos de representación, en realidad, el ideal tiene mayor media.

CONDICIÓN 1

El cero de comienzo debe permitir que quepa completamente el patrón de líneas detrás suya. Obsérvese que para que quepa el patrón son necesarios 10 ceros, 9 a partir del cero de comienzo. Por ejemplo, si al filtrar nos encontramos con que la salida tan sólo tiene 11 ceros, sabemos que el cero de comienzo tan sólo puede ser el 1o el 2, ya que para los posteriores a ellos ya no cabe completamente el patrón.

CONDICIÓN 2

El cero de comienzo debe ser un predecesor a un mínimo, es decir, justo en el cero la pendiente de la salida del filtro debe ser negativa. Esta condición se deriva claramente de la construcción del patrón, los grupos de pares de línea comienzan con un hueco (ausencia de plomo) y por lo tanto una zona de radiografía negra, un nivel bajo de señal.

Aplicando estas dos condiciones se reduce el número de candidatos a ceros de comienzo. Ahora se aplican los criterios descritos a continuación para averiguar cuál es el verdadero cero de comienzo.

CRITERIO 1: ENERGÍA MEDIA

Éste es el primer criterio que se le viene a uno a la cabeza, estudiar la energía de la señal filtrada y ver dónde está el máximo, que se

supone coincidirá con el centro del grupo. Una traducción del criterio que usa la lista de ceros candidatos es la de ver la media de la energía de la señal de salida en una longitud a su derecha igual a la del patrón (que sabemos que serán exactamente 10 ceros). El máximo de este criterio no se produce en el centro del grupo sino precisamente en el cero de comienzo ya que es presumible que fuera del grupo la energía sea mucho menor. Se trabaja con la media de la energía y no directamente con su integral debido a pequeñas diferencias que puede haber por culpa de variaciones en los periodos de la señal filtrada.
La asumpción de que la energía sea máxima en el centro del grupo es un tanto incierta pues nos olvidamos de que la señal a frecuencias altas se encuentra inmersa en un nivel de ruido mucho mayor que la propia señal. De este modo, la energía puede aparecer en cualquier parte como se aprecia en la gráfica 5.5, y no es que el proceso de filtrado esté mal.

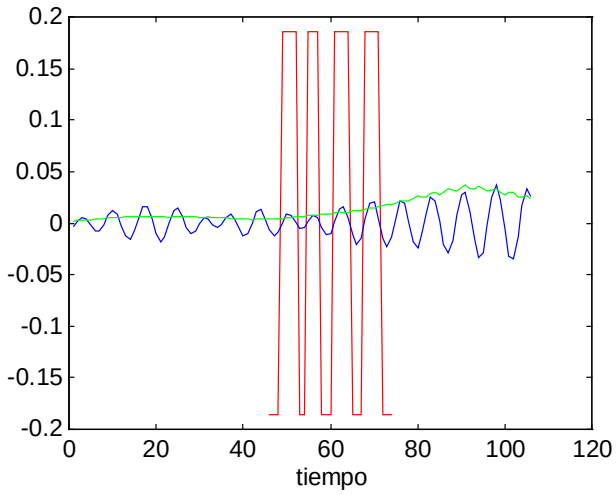


Fig. 5.5: Energía, señal filtrada y su idealización para una línea a frecuencia 16

CRITERIO 2: DIFERENCIA DE MEDIAS A DERECHA E IZQUIERDA

Un segundo criterio es el de trasladar la detección del escalón a la detección del patrón. Está claro que en el cero de comienzo la diferencia entre las medias a derecha y a izquierda debe ser máxima. Esta vez no se aplica umbral sino tan sólo se busca la maximalidad de la diferencia. Este criterio tiene un problema de implementación: hacia la derecha se puede calcular la media de una longitud equivalente al patrón perfectamente, pero no así a la izquierda que tendremos que conformarnos con llegar a la máxima longitud posible. En caso de que sea posible encajar el patrón hacia

la izquierda esta será la longitud del trozo de señal al que se le calculará la media

CRITERIO 3: MEDIA A DERECHA

El tercer criterio está muy relacionado con el anterior, viene a decir que en el cero de comienzo la media hacia la derecha en una longitud de 10 ceros será mínima. En cualquier otro cero habrá parte del nivel alto correspondiente a los trozos blancos que contribuirán a la media y por lo tanto ésta aumentará.

CRITERIO 4: DISTANCIA HORIZONTAL

El cuarto criterio no se basa en propiedades de la señal sino en características geométricas de la construcción del patrón. El cero de comienzo será aquel que se encuentre más cerca de la posición en que debería comenzar el grupo, es decir, transcurridas un número de muestras (127) desde el último grupo reconocido. Estas 127 muestras pertenecen al trozo de plomo existente entre grupos de pares. En el caso de que el patrón estuviese ligeramente desalineado con los ejes ortogonales definidos en una matriz por filas y columnas, este espacio entre grupos puede verse reducido o aumentado en una pequeña cantidad.

CRITERIO 5: DISTANCIA VERTICAL

El último criterio también es geométrico y nos dice que el cero de comienzo será aquel que más cerca esté de donde empezó el grupo de la misma frecuencia en la fila anterior. No tiene por qué ser exactamente la misma muestra debido a que el patrón de líneas puede estar ligeramente desalineado con los ejes ortogonales definidos por la matriz o que los ceros de filtrado no coincidan exactamente entre las dos líneas por efecto del ruido.

COMBINACIÓN DE CRITERIOS

Para combinar los criterios anteriormente explicados se recurre a un procedimiento “democrático”, cada uno de los criterios vota por el cero que él cree es el cero de comienzo, el cero ganador se elige como cero de comienzo. En caso de empate se establecerá un mecanismo de desempate, normalmente consistente en elegir el cero que votó el criterio más fiable.

5.1.4. DIFERENTES APROXIMACIONES

En este punto nos dedicaremos a ir aplicando los diferentes criterios y a modificar algunos de los parámetros de la idealización de manera que elijamos el proceso de idealizado óptimo en cuanto a número de fallos y eficiencia.

IMAGEN DE REFERENCIA

Como imagen de prueba se han tomado las líneas 50 a 151 de la imagen '071', desechando la línea 125 que se encuentra mal en el fichero. En la imagen prueba no hay artefacto alguno. El conjunto de prueba comprende 100 líneas, o sea, 100 filtrados a cada una de las frecuencias, lo que hace un total de 1100 idealizaciones, número más que suficiente para comprobar las características del proceso. Como elemento de comprobación se realizó manualmente la idealización de los 1100 grupos almacenando los resultados en un fichero que servirá como referencia para la evaluación automática de las diferentes combinaciones de parámetros.

A continuación se detallan las condiciones de prueba y los resultados más importantes para cada una de las aproximaciones. Los tiempos referenciados a lo largo de la sección corresponden a las pruebas hechas en un Pentium 120 Mhz y 8 Mb de RAM.

APROXIMACIÓN 1

Se aplicarán todos los criterios, se desecharán las 30 muestras más exteriores de los trozos en blanco (tirar=30). Buscando la eficiencia, para frecuencias espaciales mayores de 10 aplicaremos únicamente un filtrado antialiasing, tal y como se ilustraba en la sección 4.5 de este proyecto. El criterio de desempate es elegir el primero de los ceros empatados que aparezca en la lista.

Los resultados se muestran en la tabla a continuación. La interpretación de cada celda es la siguiente:

- Columna "veces": quiere decir el número de veces que se eligió un cero de comienzo con 1 voto, 2 votos, 3 votos, ... Lo ideal es que todos los ceros de comienzo se eligieran con el número máximo de votos. El total sirve de comprobación de que se han realizado las 1100 idealizaciones definidas en la imagen de prueba.
- Columna "fallos": indica el número de fallos de elección (se eligió el cero de comienzo equivocado) que se han cometido cuando el cero ganó con 2 votos, con 3 votos, ... El total representa el número de fallos total que ha habido, y el porcentaje el tanto por ciento que representa el total frente a las 1100 idealizaciones.

- Columnas de criterio: cuando el cero ganador lo hizo con 2 votos cuántas veces se equivocó el criterio de la columna, cuando lo hizo con 3 cuántas veces se equivocó el criterio de la columna, ... El total representa el número total de fallos de ese criterio, y el porcentaje el tanto por ciento que representa esta cifra respecto a los 1100, se trata, pues, de una estimación de la probabilidad de fallo del criterio.

	veces	fallos	energía	dif medias	media derecha	dist hor.	dist vert.
1 voto	0	0	0	0	0	0	0
2 votos	61	28	59	61	19	38	19
3 votos	363	9	348	354	8	22	12
4 votos	399	5	111	293	4	5	5
5 votos	277	0	0	0	0	0	0
Total	1100	42	518	708	31	65	36
%		3.8	47.1	64.4	2.8	5.9	3.2

flops= 70.360.444
tiempo aprox. = 4’

61/1100 = puntos difíciles = 8.5%
14/1100 = errores irrecuperables = 1.2%

Las flops son el número de operaciones flotantes empleadas en idealizar la imagen de prueba. El proceso duró aproximadamente 4 minutos y aunque este tiempo está muy relacionado con el número de operaciones flotantes no todo el consumo de tiempo se hace en operar números porque la generación de vectores, las llamadas a subrutinas, el paso de parámetros, la toma de decisiones y las estructuras de control de flujo, las lecturas de disco, ... emplean un tiempo que no está reflejado en las flops. De manera que no sirve de mucho obsesionarse con disminuir el número de operaciones flotantes, lo cual es importante pero no decisivo, ya que siempre habrá un tiempo base determinado por este tipo de operaciones no contenidas en las flops. Habrá que prestar especial cuidado también a este tiempo impuesto por operaciones un poco accesorias a lo que es el objetivo principal del programa.

Los puntos difíciles indican el número de veces que tuvo que resolverse el cero ganador por medio del desempate. No es bueno que haya que resolver muchos desempates porque esto nos diría que estamos utilizando criterios contrapuestos, que se anulan los unos a los otros. Algo estaría fallando entonces.

Los errores irrecuperables son el número de ceros ganadores que, siendo claramente ganadores por votos, están equivocados. Si hubiesen sido erróneos pero ganadores por un desempate, para recuperarlos (que no fuesen errores) bastaría con cambiar el criterio de desempate. Pero al creer la mayoría de los criterios que él era el cero ganador no hay forma de corregir dicho fallo.

Una vez hemos explicado la forma de interpretar la tabla procedamos a eso, interpretarla.

Lo que más llama la atención es la elevada probabilidad de fallo de los criterios de energía y de diferencia de medias. Los fallos de energía fueron explicados al exponer el criterio en la sección anterior. Los fallos de diferencia de medias se deducen de un razonamiento parecido al de la energía: la señal es extremadamente ruidosa a frecuencias altas, los bordes a veces no están muy bien definidos, e incluso aparecen no bordes abruptos sino lindes más o menos pronunciadas con un fuerte nivel de ruido en ellas, con lo que es difícil establecer un criterio de que la media a un lado y otro sean muy diferentes.

Llama también la atención el hecho de que a pesar de los criterios tan malos que intervienen en el proceso haya una tasa de errores irrecuperables tan baja. Ello se debe a que hay tres criterios bastante buenos (los tres últimos) que compensan los errores de los otros dos.

Es importante destacar que cuantos menos votos tiene el cero ganador más fallos tienen los criterios, en parte es una obviedad, puesto que si tiene menos votos es porque ha habido criterios que se han equivocado. Pero lo que quiero resaltar es que hay muchos ceros que no están nada claros, en los que los métodos se confunden a menudo entre un cero y otro, esto no es sino por la eterna canción del ruido inmenso en el que se haya sumergida la señal.

Tan sólo la cuarta parte de las idealizaciones se resuelven de forma indiscutible (5 votos), un 36% se resuelve casi indiscutiblemente (4 votos), con lo que aun quedan un 39% de idealizaciones que se resuelven en su mayoría bien pero que no están tan claras. Este es un porcentaje demasiado alto, pensemos que en un 40% de los casos resolvemos pero no con toda la fiabilidad que deberíamos. Tenemos que plantearnos eliminar alguno de los criterios a ver si podemos mejorar estas cifras.

APROXIMACIÓN 2

Antes de eliminar ningún criterio veamos si la alta tasa de fallos anterior se debe a que hemos eliminado los filtros multirate de las frecuencias mayores que 10. Ahora utilizaremos filtros multirate a todas las frecuencias manteniendo fijos el resto de los parámetros respecto a la aproximación anterior.

	veces	fallos	energía	dif medias	media derecha	dist hor.	dist vert.
1 voto	1	1	1	1	0	1	1
2 votos	36	10	34	35	6	22	17
3 votos	344	8	336	341	7	13	9
4 votos	437	3	101	338	3	3	4
5 votos	282	0	0	0	0	0	0
Total	1100	22	472	715	16	39	31
%		2	42.9	65	1.5	3.5	2.8

flops=79.965.493
tiempo aprox=4’ 15’’

36/1100 = puntos difíciles = 3.3%
11/1100 = errores irrecuperables = 1%

En efecto, se han disminuido primordialmente los grupos a resolver por desempate, los criterios que se han visto más beneficiados con el cambio son el de energía y el de distancia horizontal. Con todo, los criterios de energía y diferencia entre medias siguen siendo claramente malos. En contraparte a estas mejoras se ha aumentado el número de operaciones flotantes en un 13% y el tiempo de proceso en 15 segundos, factor más que asumible si va significar una mejora clara del proceso.

APROXIMACIÓN 3

Eliminamos energía y diferencia máxima de medias ya que son votos de dudosa validez. Mantenemos tirar=30 y el filtrado multirate a todas las frecuencias. La resolución de empates sigue siendo la de elegir el primer cero empatado que aparezca en la lista de ceros candidatos. Este criterio equivale a que no hay método de desempate explícito, ya lo definiremos más adelante cuando el proceso de idealizado esté mejor definido.

	veces	fallos	media derecha	dist hor.	dist vert.
1 voto	2	1	0	2	2

2 votos	49	11	9	30	22
3 votos	1049	7	7	7	7
Total	1100	19	15	39	31
%		1.7	1.4	3.5	2.8

flops=39.882.886
tiempo aprox=3’ 30’’

2/1100 = puntos difíciles = 0.2%
18/1100 = errores irrecuperables = 1.6%

La nueva aproximación sí que es realmente sugerente, tiene un número relativamente bajo de número de operaciones, una tasa de fallos baja, y una cantidad de desempates despreciable. Asimismo más del 95% de los grupos se resuelven por unanimidad de los criterios. El drástico decremento en el número de operaciones se debe a que ahora no hay que calcular la energía a la señal filtrada lo cual era bastante costoso.

REVISIÓN DE LA IMAGEN DE REFERENCIA

Revisamos ahora todos y cada uno de los fallos que se han producido en la aproximación anterior. Pudiera ser que no es el programa el que se equivoca sino que fuese yo al idealizar manualmente los 1100 grupos. Se realiza esta revisión con ayuda del propio programa, se vuelven a almacenar los resultados.

APROXIMACIÓN 4

Una vez revisado el fichero aplico la misma selección de criterios y parámetros que en la aproximación anterior, salvo que ahora sí que hay criterio de desempate que es escoger el cero que vote la media a la derecha.

	veces	fallos	media derecha	dist hor.	dist vert.
1 voto	1	0	0	1	1
2 votos	42	8	6	25	19
3 votos	1057	1	1	1	1
Total	1100	9	7	27	21
%		0.8	0.6	2.5	1.9

El tiempo de ejecución y el número de operaciones a realizar no varía respecto a la aproximación precedente. Sí cabe destacar que se han eliminado 11 fallos míos de idealización manual, y que el

mejor criterio es el de menor media a la derecha en contra de lo que podría parecer de que fuesen los criterios que aprovechasen la disposición geométrica del patrón. Si bien estos criterios también poseen tasas de fallo muy bajas.

Lo más sobresaliente de esta aproximación es que hemos logrado un método de idealización con una tasa de fallo inferior al 1%, lo cual no es nada despreciable. Más adelante analizaremos más en profundidad esta tabla estudiando cuál es la distribución de los fallos tanto en frecuencia como en distribuciones conjuntas.

APROXIMACIÓN 5

Una vez que parece hemos llegado a un procedimiento óptimo en cuanto a fallos tratamos de reducir el número de operaciones, para ello disminuimos la cantidad de muestras de los tramos blancos adyacentes que contribuirán al idealizado. Realizando varias pruebas llegamos hasta un valor de tirar=90. Para el cual la tabla de fallos no varía y cuyo número de operaciones junto con el tiempo se relaciona a continuación.

flops= 22.124.396
tiempo=2’15’’

Más allá de 90, por ejemplo 100, hay pequeños cambios en la matriz. 90 tiene un factor de seguridad suficiente que asegura el correcto funcionamiento del idealizado.

APROXIMACIÓN 6

Para finalizar actuamos sobre la última variable que podemos modificar para reducir el número de operaciones, el tipo de filtro a aplicar a cada frecuencia. Dado que la mayor parte de los fallos se dan en las frecuencias 15 y 16 el aplicar para ellas un sólo filtrado antialiasing resulta en una matriz de fallos un tanto disparatada.

Así aplicamos el filtrado antialiasing para las frecuencias 10 y 11. El resultado es que hay éxito reduciendo el número de operaciones a 21.307.006 con un tiempo en torno a los 2’10’’. Tratar de extenderlo a frecuencias mayores no sale bien, precisamente porque cuando sube la frecuencia es más difícil detectar la señal.

De este modo tan sólo podemos aplicar la reducción a 2 frecuencias y la disminución no es tan significativa como para hacer excepciones. Mejor dejamos las cosas como estaban en el intento 5

ANÁLISIS DE LOS FALLOS

Estudiemos ahora concienzudamente cada uno de los fallos, el resultado de una inspección pormenorizada de cada uno de ellos revela que son inevitables, en el sentido, de que son fallos porque el criterio falla y no porque la matriz de referencia esté mal construida. La siguiente tabla presenta la distribución de fallos por frecuencias, mostrando el número de veces en que solamente un criterio se equivocó, las veces en que se equivocaron dos criterios

al mismo tiempo y qué parejas fueron en cada momento, y cuándo fallaron los 3 a la vez.

	Frec 11	Frec 12	Frec 13	Frec 14	Frec 15	Frec 16	Total
Der				1		4	5
H	2		3	2	4	7	18
V	1		2		3	6	12
Der y H						1	1
Der y V							0
H y V			2		3	3	8
Der, H y V						1	1
Total	3	0	7	3	10	22	45

Más del 70% de los fallos se encuentran entre las frecuencias 15 y 16 lo cual es más que explicable por la muy limitada relación señal a ruido presente a estas frecuencias. A pesar de todo, la tasa de fallos de elección (veces en que de verdad se haya equivocado al idealizar, recordemos que en la tabla están representados todos los fallos de los criterios aunque no se haya producido un fallo de elección) sigue siendo muy pequeña incluso para estas frecuencias.

Aparece la frecuencia 13 descollando de entre las frecuencias no conflictivas, esto no creo que pase de ser una anécdota propiciada por la elección concreta de la imagen de prueba. Seguramente con otras secciones de la imagen esta frecuencia no tendría una tasa de error tan alta para su entorno.

También debemos apuntar la baja probabilidad de fallo del criterio de media a la derecha frente a los otros dos criterios. Del mismo modo las distribuciones conjuntas en que participa el criterio de media a la derecha también poseen tasas de fallo muy reducidas. Por último, si nos fijamos, en más del 75% de las ocasiones sólo fracasa uno de los criterios.

ANÁLISIS DE LA IMAGEN DE REFERENCIA

Para terminar con este estudio minucioso sobre el procedimiento de idealizado nos cuestionamos la validez de la imagen de referencia. En una matriz están almacenados todos los comienzos de los grupos de pares de línea. Una forma de comprobar su legitimidad podría ser estudiar verticalmente si guardan todos una relativa línea recta que represente el borde de cada una de las líneas verticales presentes en el patrón. Para ello examinamos la media de comienzo de los grupos, su desviación típica y la máxima separación presente en la columna respecto a la media de comienzo.

	Media comienzo	Desviación típica	Desviación máxima
Frec 3	433.2	0.59	1.78
Frec 5	728.4	0.6	1.59
Frec 7	956.9	0.55	1.05
Frec 9	1156.6	0.77	2.58
Frec 10	1340.4	0.83	2.60
Frec 11	1518.7	0.76	1.67
Frec 12	1692.1	0.86	4.14
Frec 13	1862.0	1.13	3.96
Frec 14	2027.9	1.07	3.93
Frec 15	2191.6	1.53	5.63
Frec 16	2353.2	1.56	5.18

Esta tabla refleja la dificultad existente en la idealización de las frecuencias altas. En general, no hay ningún problema para determinar los comienzos de hasta los grupos de frecuencia 11, donde la desviación típica está en torno a 1 pixel, y la desviación máxima no se desplaza más de 2 o 3 pixeles. Bien que a partir de esta frecuencia la desviación típica empieza a ser algo mayor y sí que hay algún grupo que puede desplazarse hasta 6 pixeles como es el caso de la frecuencia 15, lo cual pone en duda la validez de dicho grupo.

Pero, en general, sí que parece un conjunto de datos más que aceptable en el que los grupos no se desplazan de su posición en más de 1 o 2 pixeles.

No hay por qué dramatizar las máximas desviaciones respecto a la media para las frecuencias altas, recordemos que la tasa de fallos está por debajo del 1%, aun siendo extremadamente difícil situar los grupos de tales frecuencias. Además, equivocarse en una línea de toda una imagen desplazando el comienzo de un grupo 6 pixeles en el peor de los casos, cuando su longitud es de 36 muestras, no supondrá un error demasiado grave en el cálculo de la función de transferencia.

5.2. IDEALIZADO EN PRESENCIA DE ARTEFACTOS

Una vez tenemos desarrollado el algoritmo de idealización nos falta verificar que no sólo se comporta bien cuando la imagen es de una relativa calidad sino que cuando hay artefactos también conserva sus buenas prestaciones, para ello repetiremos el proceso de idealizado descrito en la sección anterior con trozos de imágenes en los que hay artefactos, éstos

son llamados 1, 2 y 3 según se encuentran de izquierda a derecha en la figura 5.7. El conjunto de artefactos seleccionado es bastante representativo puesto que cada uno define una situación distinta: el primero de ellos cae en mitad de las líneas, el segundo está detrás de los grupos de pares de línea, y el tercero se encuentra delante.

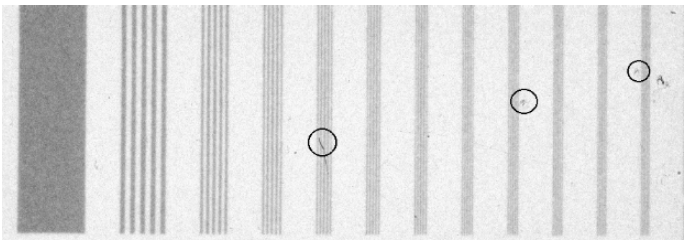


Fig. 5.7: Artefactos seleccionados para las pruebas

El proceso seguido con los artefactos es el mismo que el general: se idealiza la imagen manualmente, se somete al programa a una primera pasada, se revisan los fallos de cada uno de los criterios corrigiendo en caso de ser necesaria la elección de comienzo de grupo realizada manualmente, y se vuelve a dar una pasada con la rutina idealizadora. A continuación sólo se muestran los resultados finales para cada imagen ya que el proceso en sí, ahora, carece de interés.

ARTEFACTO 1

Se trata de una raya negra coincidente con los pares de línea a frecuencia 9, se ha analizado la imagen entre las filas 335 y 365 abarcando una buena zona del artefacto. Como cabe esperar los grupos de frecuencia 9 adoptan el siguiente aspecto.

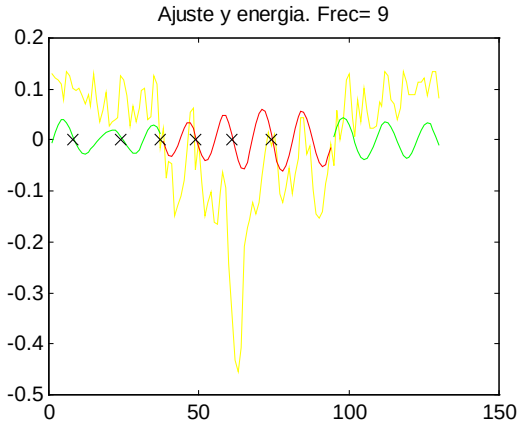


Fig. 5.8: Artefacto justo en el grupo de pares de línea a frecuencia 9
La validez de la matriz de referencia está reflejada en la tabla de abajo. En la que ninguno de los datos varía significativamente salvo el aumento en la

dificultad para detectar la frecuencia 9, ahora tiene una mayor desviación típica y máxima. Sí se observa que las medias de comienzo se han desplazado en torno a 1’5 pixeles en las 200 líneas de diferencia existentes entre esta imagen y la trabajada en la sección anterior lo cual nos incita a pensar que la imagen está ligeramente desalineada respecto a los ejes ortogonales definidos por las filas y columnas de una matriz.

	Media comienzo	Desviación típica	Desviación máxima
Frec 3	435.0	0.66	1.03
Frec 5	730.6	0.49	0.64
Frec 7	958.3	0.70	1.68
Frec 9	1158.7	1.64	4.32
Frec 10	1341.6	0.72	1.58
Frec 11	1518.4	1.05	3.35
Frec 12	1693.3	1.42	3.71
Frec 13	1863.7	0.86	1.71
Frec 14	2029.9	0.85	1.87
Frec 15	2193.2	1.85	5.19
Frec 16	2353.4	1.83	4.39

Veamos la actuación de los criterios que según la tabla posterior no demuestran un empeoramiento significativo, esto se debe fundamentalmente a que el artefacto no hace confundir el comienzo de los grupos. Éste cae justo en mitad de un grupo y por sus características más oscuras incluso favorece al criterio de media a la derecha, aunque éste criterio haya aumentado un poco su probabilidad de fallo.

	veces	fallos	media derecha	dist hor.	dist vert.
1 voto	0	0	0	0	0
2 votos	19	0	4	6	9
3 votos	322	0	0	0	0
Total	341	0	4	6	9
%		0	1.17	1.76	2.64

En cuanto a la distribución de fallos por frecuencias se confirma que los fallos nada, o casi nada, tienen que ver con el artefacto. La mayoría de ellos se centran a las frecuencias 15 y 16. Hay un fallo a frecuencia 9 que provoca otros dos a frecuencia 10, ésta es la consecuencia de equivocarse en un grupo, en el siguiente grupo y la siguiente fila habrá errores geométricos.

	Frec 9	Frec 10	Frec 15	Frec 16	Total
Der	1		3		4

H		1	2	3	6
V		1	5	3	9
Total	1	2	10	6	19

Se puede decir que el procedimiento de idealizado se ha comportado de manera completamente satisfactoria en este artefacto, quizás debido a que las características del mismo no distorsionan demasiado la imagen.

ARTEFACTO 2

Este artefacto se trata de un pequeño punto negro justo al acabar el grupo de pares de línea. La forma de onda en las cercanías del artefacto toma la forma representada por la figura 5.9, en la que se confirma la imaginada disminución de media a la derecha del grupo.

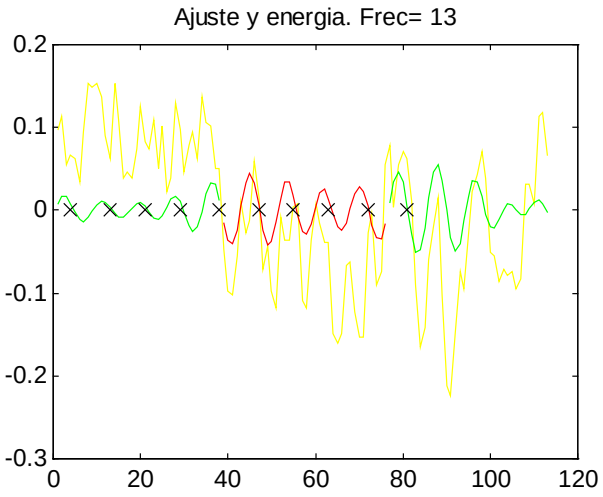


Fig. 5.9: Artefacto a la derecha del grupo de frecuencia 13

Se han tomado como líneas de estudio las comprendidas entre 505 y 515 de la imagen, la legitimidad de la referencia se discute en la tabla siguiente.

	Media comienzo	Desviación típica	Máxima desviación
Frec 3	436.5	0.52	1.03
Frec 5	732.1	0.30	0.91
Frec 7	959.8	0.60	1.67
Frec 9	1159.8	0.60	4.32
Frec 10	1342.3	0.78	1.58
Frec 11	1519.4	1.75	3.36
Frec 12	1694.7	1.56	3.71
Frec 13	1864.8	0.75	1.29

Frec 14	2031.1	0.70	1.87
Frec 15	2193.5	0.52	5.19
Frec 16	2353.0	1.61	3.38

En la que no hay ningún dato discordante a excepción de una desviación máxima a frecuencia 9 un poco atípica pero sin la menor importancia. Sigue manteniéndose la tendencia a desplazar el comienzo de los grupos 1.5 pixeles a la derecha por cada 150 o 200 líneas.
La actuación de los criterios se recoge en la tabla posterior, en la que a pesar de mantener baja la tasa de error global, el claro perdedor es el criterio de media a la derecha puesto que se ha introducido un elemento que le afecta de lleno a su fundamento. Él se basaba en que los grupos de pares de línea eran los únicos elementos en la imagen que tienen una media baja, y ahora aparecen nuevos factores que pueden llegar a tener medias aún más bajas que los pares de línea. La buena tasa de fallos es mantenida por los criterios geométricos a los que no les afecta la existencia de artefactos.

	veces	fallos	media derecha	dist hor.	dist vert.
1 voto	2	2	2	2	0
2 votos	9	0	8	1	0
3 votos	110	0	0	0	0
Total	121	2	10	3	0
%		1.6	8.26	2.48	0

La distribución de fallos por frecuencias sí está mucho más relacionada con el artefacto esta vez. Casi todos los fallos se cometen por culpa del artefacto, el resto de los fallos están a frecuencia 16, algo habitual.

	Frec 13	Frec 16	Total
Der	6	2	8
H		1	1
Der y H	2		2
Total	8	3	11

ARTEFACTO 3

La forma de este artefacto es idéntica a la del artefacto 2 pero esta vez en lugar de estar situado detrás del grupo de pares de línea se coloca delante. La apariencia de la forma de onda será análoga a la anterior (figura 5.10).

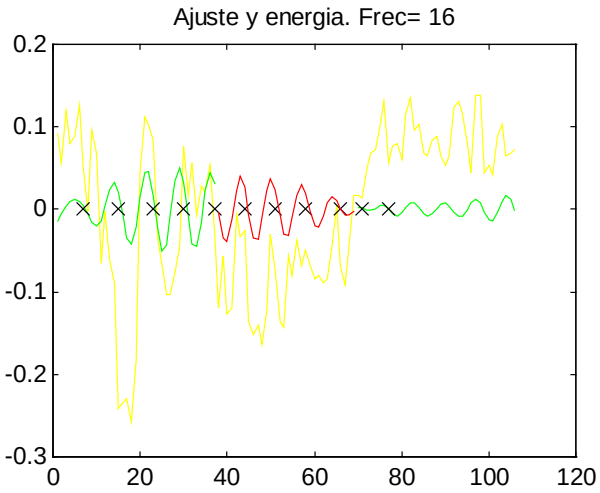


Fig. 5.10: Artefacto delante del grupo de frecuencia 16

El artefacto se encuentra entre las filas 620 y 630 de la imagen. La tabla de fallos para los criterios es

	veces	fallos	media derecha	dist hor.	dist vert.
1 voto	2	2	2	0	2
2 votos	8	0	3	4	1
3 votos	111	0	0	0	0
Total	121	2	5	4	3
%		1.6	4.13	3.30	2.48

Los criterios de distancia ven incrementadas sus probabilidades de fallo en un factor mucho menor que el de media a la derecha, que repite en ser el gran perdedor. Lógico según lo explicado en el artefacto anterior.

La distribución por frecuencias nos demuestra que no tiene por qué existir una correlación clara entre un artefacto y el fallo de los criterios, en este caso el 60% de los errores de media a la derecha se deben al artefacto pero todavía queda un 40% que no. Sorprendentemente la distribución por frecuencias está muy repartida, son fallos que se han producido porque sí, porque están dentro del 0.8% de porcentaje de error del procedimiento.

	Frec 11	Frec 12	Frec 14	Frec 15	Frec 16	Total
Der	1			1	1	3
H		1	1	1	1	4
V	1					1
Der y V					2	2
Total	2	1	1	2	4	10

CONCLUSIÓN

En presencia de artefactos los criterios geométricos ven aumentadas ligeramente sus probabilidades de fallo, mientras que el criterio de menor media a la derecha se ve francamente desmejorado respecto a su actuación normal. Por otra parte, no existe una correlación muy clara en el sentido de que la existencia de un artefacto implique inexorablemente una tasa de error muy elevada, ni siquiera por parte del criterio que podría verse más afectado. Es por ello que a pesar de los incrementos en la probabilidad de fallo, la tasa global de errores se mantiene por debajo del 2%, valor más que razonable como para no tener que desechar una línea por culpa de un artefacto.

5.3. PROTECCIÓN CONTRA ARTEFACTOS

Un tema que nos puede preocupar es cómo podemos proteger el cálculo de la función de transferencia de líneas completamente erróneas en el fichero, incluso, si fuera posible de los artefactos a un coste relativamente bajo, coste bajo tanto a nivel computacional como a nivel de líneas que sí que sirven y sean desechadas (falsos positivos). ¿Es posible establecer un criterio tal que deseche una línea si ésta no es conveniente?

La respuesta puede estar orientada a través del número de votos que obtienen los ceros de comienzo, si todos los ceros de comienzo de una línea dada son votados con 3 votos (el máximo posible) quiere decir que no hay duda sobre la validez de dicha línea; si todos los ceros de comienzo son votados con 3 votos salvo 1 también podríamos dar la línea por válida; trabajando sobre este esquema podremos seguramente llegar a un criterio válido.

Lo que sí está claro es que si una línea contiene algún cero de comienzo que fue resuelto por desempate esa fila no debería tenerse en cuenta independientemente del número de ceros que haya alcanzado la puntuación máxima. Ahora, la duda está dónde ponemos el umbral de admisión. Un breve estudio sobre una imagen normal (sin artefactos) nos revela un histograma que agrupa casi el 100% de las líneas entre los 11, 10 y 9 votos, quedando con 9 votos menos del 10% de las líneas. Pudieran tratarse de filas que por algún motivo no estén muy bien definidas y para las que hay un par de grupos que cuesta un poco de más trabajo localizar, pero no por ello debemos tirarlas directamente. Por otro lado, si colocamos el umbral en 9 es posible que muchas de las señales pertenecientes a intervalos con artefactos logren pasar el filtro antiartefactos y estemos realizando cálculos con líneas erróneas.

No hay otra solución que ensayar con un umbral de 9 y otro de 10. En caso de que una fila no pase el filtro la referencia de la línea anterior se quedará con los datos de la última señal que pasó correctamente como “sin artefactos”. Un umbral de 9 significa que aquellas filas que tengan 9 o menos ceros de comienzo (de los 11) con una votación máxima no serán tenidas en cuenta, serán rechazadas. Se han utilizado las mismas imágenes que se usaron para el estudio de artefactos. Los resultados se encuentran agrupados en las tablas siguientes (la primera correspondiente a un umbral de 9 y la segunda de 10). En las tablas no aparecen algunos valores muy por debajo de los 8 ceros de comienzo con máxima votación que, por supuesto, son rechazados y contabilizados en la columna de rechazos.

	Número de líneas	Líneas desechadas	11 ceros	10 ceros	9 ceros	8 ceros
Imagen	101	1	58	35	7	0

Normal						
Artefacto 1	31	0	17	9	5	0
Artefacto 2	11	2	3	4	3	1
Artefacto 3	11	2	5	1	4	1

	Número de líneas	Líneas desechadas	11 ceros	10 ceros	9 ceros	8 ceros
Imagen Normal	101	19	50	32	15	3
Artefacto 1	31	5	18	8	5	0
Artefacto 2	11	4	3	4	3	1
Artefacto 3	11	3	5	4	1	1

Con el umbral de 9 se desechan pocas líneas en las zonas con artefactos, esto sin, embargo, sí se consigue con un umbral de 10. Además en dichas zonas con artefactos se consigue un efecto secundario beneficioso, al eliminar una fila dudosa estamos dejando como referencia de fila anterior la última fila válida, entonces la siguiente línea a procesar tomará como referencia una fila válida y no una que puede estar deteriorada, ello se traduce en una mayor exactitud de localización. Este fenómeno se ve en el artefacto 3 que con umbral 9 sólo cuenta con 6 líneas entre 10 y 11 ceros votados al máximo, y que al aumentar el umbral a 10 mejora hasta 9 la cantidad de líneas correctamente alineadas.

Una consecuencia negativa es la que se produce en la imagen normal para la que se dispara el número de líneas rehusadas. Ello se debe a que puede haber líneas en las que haya un pequeño cambio en algún grupo teniendo una votación de 9 ceros al máximo y 2 ceros con 2 votos y sin desempate. A partir de ella las líneas están perfectamente alineadas con ella pero no con la anterior a ella, esta circunstancia provoca una serie de rechaces en cadena que no paran hasta que no se encuentra una fila que encaja con la referencia, a lo mejor 10 líneas más arriba, cuando la referencia está totalmente trasnochada.

El siguiente paso será el de detectar esta cadena de rechaces. Cuando 3 líneas hayan sido rehusadas consecutivamente todas ellas con una votación de 9-2-0 admitiremos la primera y revisaremos la aceptación de las siguientes. Es éste un mecanismo de recuperación del alineamiento que por alguna circunstancia haya variado en una pequeña cantidad.

Por ejemplo, de no existir este mecanismo de recuperación las líneas 128 a 135 de la imagen quedarían desechadas, pero gracias a él en la línea 130 el programa se percata de su error y corrige, acepta la 128 aunque tenga sólo 9 ceros con máxima votación y el resto (de la 129 a la 135) están perfectamente alineadas con la 128 por lo que no dan lugar a dudas.

Repitiendo el estudio que llevamos haciendo del método aplicado a la imagen normal y a los tres artefactos modelo obtenemos los siguientes resultados.

	Número de líneas	Líneas desechadas	11 ceros	10 ceros	9 ceros	8 ceros
Imagen Normal	101	7	59	34	10	0
Artefacto 1	31	5	18	8	5	0
Artefacto 2	11	4	3	4	3	1
Artefacto 3	11	3	5	4	1	1

Los datos de la tabla son idénticos a los de la tabla anterior excepto los concernientes a la imagen normal, en la que se han recuperado muchas de la filas que eran eliminadas por desalineamiento. Un dato es que tan sólo un 6.3% de las líneas de una imagen normal son rechazadas, y seguro que no es por gusto, sino porque algo deben tener que confunden a los criterios de elección de grupos. Esto es importante recordarlo cuando en el párrafo siguiente se desestime un 15% de la imagen completa, sabemos que la inmensa mayoría pertenecerá a artefactos y las que no, serán pocas.

Probando el método para toda la imagen se averigua que se rechazan 116 líneas de las 800 que componen el fichero, o sea, se rechazan alrededor del 15% de las filas, tengamos en cuenta que el criterio es muy estricto ya que sólo deja pasar aquellas señales en las que se pueden determinar 10 o 11 de sus grupos con total seguridad, si sólo se pueden detectar 9 con absoluta certeza la señal es rechazada. También, si en la fila hay un sólo grupo que haya tenido que ser resuelto por desempate la señal es rechazada directamente. Otro caso de rechazo directo es aquel en el que para algún grupo no haya ceros candidatos a ser ceros de comienzo, se considera que la línea es completamente defectuosa. Quizás es un criterio demasiado estricto pero creo que merece la pena serlo si queremos disminuir la varianza de la función de transferencia que se calcule seguidamente. Si introducimos líneas con errores, estos errores terminarán por influir en el cómputo global, lo cual es una consecuencia nada deseable.

La distribución por número de ceros con votación máxima se detalla en la tabla siguiente. Una celda indica el número de líneas presentes en la imagen para las cuales se localizan el número de grupos indicados por la columna con absoluta seguridad.

Votos	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Nº líneas	424	260	85	25	2	0	3	0	0	0	4	3

La figura 5.11 representa gráficamente las líneas rechazadas asignando un 1 cuando es desechada y un 0 cuando es aceptada, no está muy clara debido al elevado número de filas estudiadas pero sí se puede considerar la

densidad de los 1's, observando que la mayoría de los rechaces se producen de manera agrupada lo que nos confirma que efectivamente estamos eliminando los artefactos. Esto no quita para que se puedan dar filas aisladas que poseen unas malas características y que son eliminadas por culpa de ellas.

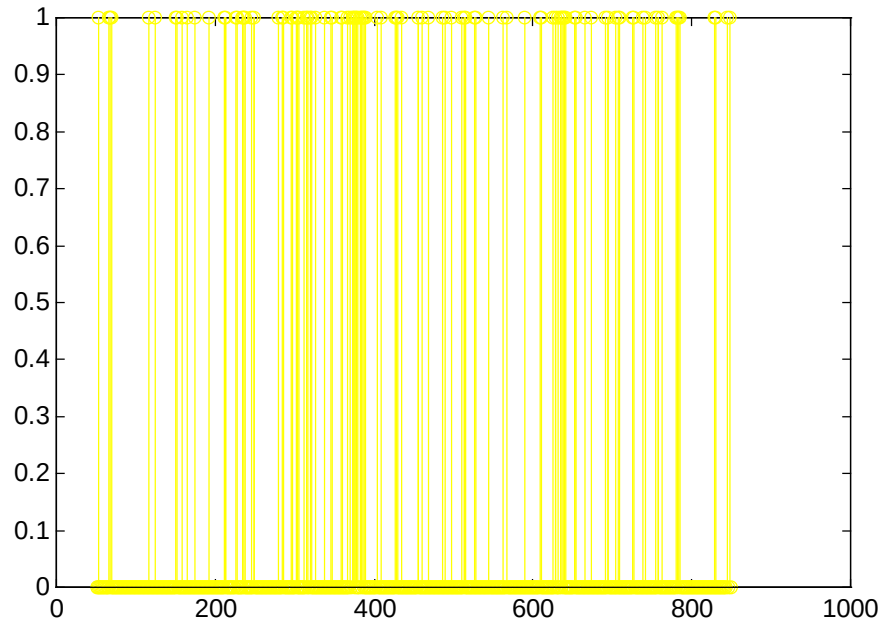


Fig. 5.11: Representación de las líneas rechazadas para la imagen '071'

5.4. GENERACIÓN DEL IDEAL

El objetivo inicial del proceso de idealizado era el de reconstruir la señal de entrada introducida al sistema de adquisición de mamografías. La experiencia real nos revela que dicha entrada debe ser igual para todas las filas ya que se trata de una pieza de plomo. Esta igualdad debe traducirse en una clara estabilidad en los parámetros de dicho ideal, al menos en el aspecto más relevante de cara a la función de transferencia del sistema: la potencia de entrada a cada una de las frecuencias. Ésta a su vez viene determinada por los valores máximo y mínimo del nivel de gris con que decidamos construirla, y de la distribución de las líneas dentro del grupo de pares.

El ideal de la señal fue presentado en la figura 5.1, en ella se observa como dos de los factores determinantes para su construcción son el valor superior y el inferior para el nivel de gris normalizado. Estos valores como se demuestra en el capítulo 13 varían con la posición dentro de la imagen

siendo ligeramente inferiores en los bordes de la misma que en el centro. Esta variación se debe a una iluminación no uniforme de la mamografía bien al realizar la radiografía bien al digitalizarla. Sin embargo, la estimación del valor exacto de iluminación en un punto posee una varianza lo suficientemente grande como para poder compensar estos efectos de iluminación no uniforme. Por otra parte, siguiendo lo afirmado al comienzo de esta sección, el ideal debería ser independiente de este tipo de variaciones, por lo que se tomará un único valor alto y un único valor bajo para el nivel de gris en toda la imagen. Este valor se tomará como un promedio convenientemente calculado (véase el capítulo 13 para más referencias).

Respecto a la distribución de las líneas dentro del grupo existen dos aproximaciones distintas: en la primera, llamada “idealización natural”, se ajustan las líneas según la posición de los ceros de la señal filtrada que, según se vio en la sección 5.1.3, están sincronizados con las mismas; en la segunda, “idealización artificial”, tan sólo se emplean los ceros de la señal filtrada para determinar la primera y última muestra del grupo, y se distribuyen las líneas en la extensión del grupo procurando dejar la misma anchura para todas ellas. En la sección 6.1.1 se verá que el primero de los métodos es ligeramente más preciso que el segundo, pero el segundo conduce a una compresión de la imagen mayor que el primero. El empleo de cada uno de ellos dependerá de las prestaciones requeridas en cada momento. En este proyecto se ha adoptado la versión artificial por dar unas prestaciones suficientes para los cálculos a realizar y por su elevado grado de compresión que reduce los datos concernientes (unos 400K) a la idealización de la matriz a menos de la mitad.

El comienzo del grupo dentro del ideal es de restringida significancia puesto que en el estudio de ruido y función de transferencia de la película llevado a cabo en este proyecto tan sólo es necesaria información concerniente a la potencia y nivel de gris medio del mismo, no empleándose para ello su posición relativa.

Para resumir diremos que el ideal se construye con unos valores máximos y mínimos iguales para toda la imagen, y que los grupos de frecuencia son determinados a través de una serie de criterios que validan el comienzo y término del grupo. Una vez localizado el grupo se reconstruye “artificialmente” respetando una misma anchura para todas las líneas.

5.5. ESPECTRO DEL IDEAL

En esta sección estudiaremos cómo generar el espectro de un grupo de pares de líneas. Nos asoman dos cuestiones: ¿generamos el espectro de un grupo concreto de una señal concreta o lo hacemos sobre un grupo promedio?, y en caso de promediar ¿cuál es el mejor método de

promediado?. A la primera pregunta es fácil responder, no se debe generar el espectro de un grupo perteneciente a una señal concreta porque no tenemos en absoluto seguridad de que sea un grupo representativo de su frecuencia, ni por longitud total del patrón, ni por distribución de sus líneas. Queda entonces por responder a la segunda.

Parece sensato que una buena opción de promediado sería estudiar la longitud promedio de los grupos a cada frecuencia, generar el ideal que respeta las anchuras de las líneas y calcular el espectro a ese ideal. Bien comencemos por estudiar la longitud promedio.

	Media	Media redondeada	Desviación típica
Frec 3	169.38	169	0.87
Frec 5	102.09	102	0.83
Frec 7	73.99	74	1.08
Frec 9	57.68	58	1.31
Frec 10	52.27	52	1.26
Frec 11	48.00	48	1.69
Frec 12	43.18	43	1.51
Frec 13	39.27	39	1.63
Frec 14	36.64	37	1.75
Frec 15	34.82	35	1.97
Frec 16	32.07	32	2.15

Como se puede comprobar se determina con bastante exactitud la longitud del patrón, salvo quizás las 3 últimas frecuencias en las que la desviación típica puede hacerlas confundir unas con otras en grupos concretos, aunque no así su media. Para generar el ideal con anchuras exactamente iguales necesitaríamos que estas longitudes fuesen múltiplos de 9 por lo que las redondeamos al múltiplo de 9 más cercano.

	Media redondeada	Media acercada a 9
Frec 3	169	171
Frec 5	102	99
Frec 7	74	72
Frec 9	58	54
Frec 10	52	54
Frec 11	48	45
Frec 12	43	45
Frec 13	39	36
Frec 14	37	36
Frec 15	35	36
Frec 16	32	36

En esta tabla se observa un problema: estamos haciendo que varias frecuencias tengan exactamente el mismo patrón, y encima de frecuencia espacial distinta a la original. Así que no parece viable la construcción por este camino de un ideal al que poderle calcular el espectro. Es importante, que las anchuras de las líneas del ideal buscado sean exactamente iguales porque así estaríamos definiendo clara y concisamente la frecuencia a la que representa.

Si no podemos construir el ideal veamos si podemos calcular analíticamente el espectro del mismo. Desarrollaremos el espectro de una señal genérica y luego lo aplicaremos al caso del ideal que nos ocupa.

Supongamos que tenemos una señal u(n) que se compone únicamente de un pulso cuadrado de longitud impar e igual a $2N_1+1$ centrado respecto al origen. La teoría de sistemas lineales nos dice que su transformada de Fourier es

$$U(\Omega)=\frac{\text{sen}(\Omega\frac{2N_1+1}{2})}{\text{sen}(\Omega/2)}$$

Si en vez de trabajar con la transformada continua de Fourier lo hacemos con la discreta, tendríamos que muestrear el eje de frecuencias cada $2\pi/M$ donde M es el número de muestras totales que queremos obtener. Así, pues, indicando con el subíndice k la frecuencia que ocupa la muestra k del espectro la DFT de la señal anterior quedaría como

$$U_D(\Omega_k)=\frac{\text{sen}(\Omega_k\frac{2N_1+1}{2})}{\text{sen}(\Omega_k/2)}$$

donde el subíndice D de la señal transformada representa a la transformada discreta. Si ese pulso se hubiese desplazado N_1 muestras a la derecha su espectro sería

$$U_{1D}(\Omega_k)=e^{-j\Omega_k N_1}\frac{\text{sen}(\Omega_k\frac{2N_1+1}{2})}{\text{sen}(\Omega_k/2)}$$

Realizando el cambio de variable $N=2N_1+1$ el espectro queda

$$U_{1D}(\Omega_k)=e^{-j\Omega_k(N-1)/2}\frac{\text{sen}(\Omega_k\frac{N}{2})}{\text{sen}(\Omega_k/2)}$$

expresión en la que acabamos de suprimir la condición de que el pulso fuese de longitud impar. Si ahora construimos una señal $u_2(n)$ según la gráfica 5.12 derecha donde cada semiperiodo es una copia de $u_1(n)$ desplazada convenientemente y con el signo apropiado, el espectro de la nueva señal será

$$u_2(n)=-u_1(n)+u_1(n-N)\Rightarrow U_{2D}(\Omega_k)=-U_{1D}(\Omega_k)+U_{1D}(\Omega_k)e^{-j\Omega_k N}=U_{1D}(\Omega_k)(-1+e^{-j\Omega_k N}$$

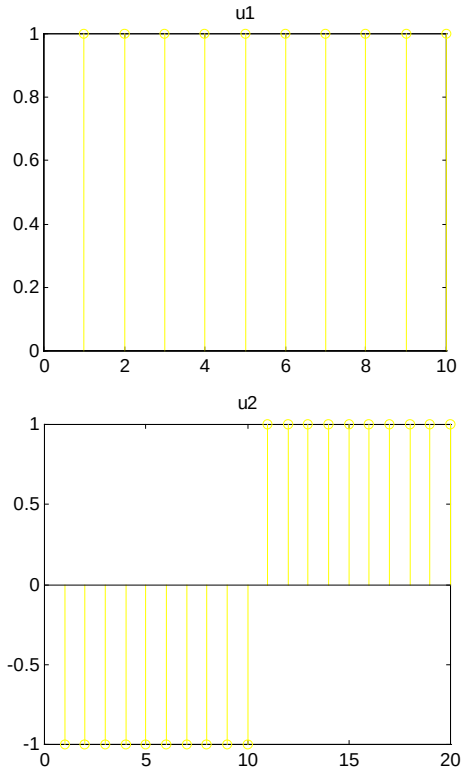


Fig. 5.12: Pulso cuadrado y otra señal construida a partir de él

donde la periodicidad ahora es 2N. Por último, para conseguir la señal ideal tan sólo nos queda reproducir hasta 9 veces este patrón con lo que el espectro final del ideal será

$$U_{9D}(\Omega_k) = U_{1D}(\Omega_k)(-1 + e^{-j\Omega_k N} - e^{-j\Omega_k 2N} + e^{-j\Omega_k 3N} - \ldots - e^{-j\Omega_k 8N})$$

Tomando módulos y sustituyendo finalmente el valor de $U_{1D}(\Omega)$ nos queda que

$$\left|U_{9D}(\Omega_k)\right|^2 = \left|\frac{\text{sen}(\Omega_k \frac{N}{2})}{\text{sen}(\Omega_k / 2)}\right|^2 \left|-1 + e^{-j\Omega_k N} - e^{-j\Omega_k 2N} + e^{-j\Omega_k 3N} - \ldots - e^{-j\Omega_k 8N}\right|^2$$

y en esta última expresión no hay ninguna restricción sobre N, pudiendo llegar a ser, incluso, un número real, aunque no tuviese sentido físico, o sea, aunque no existiese ninguna señal que efectivamente tuviese este espectro, nosotros podemos evaluar el espectro centrado a la frecuencia que queramos.

Ya tan sólo bastaría con sustituir N por las longitudes medias de los grupos sin redondear divididos por 9, obteniendo de manera muy sencilla el espectro del ideal a la frecuencia sustituida.

6. COCIENTE DE POTENCIAS

6.0. INTRODUCCIÓN

El objetivo de este proyecto es el de asentar un criterio estable de comparación entre las calidades de imagen ofrecidas por películas mamográficas de diferentes marcas. Un parámetro más que aceptado entre el sector médico, y muy conocido en el mundo de las telecomunicaciones, es la función de transferencia. En una película se definiría como un valor para cada frecuencia espacial que expresa la habilidad de dicha película a reproducir objetos a dicha frecuencia. Esta función de transferencia vendrá determinada por una expresión bidimensional debido al carácter bidimensional de las imágenes. En principio deberíamos tratar la imagen como un conjunto y tratar al sistema como un dispositivo que modifica la entrada en ambas direcciones. Este será el enfoque adoptado en el capítulo 9. Allí se demuestra que dicho enfoque es inviable.

Una simplificación del problema consiste en suponer que el sistema es insensible a la dirección espacial en la que se aplique la excitación por lo que podemos obviar una de las dimensiones quedándonos una tradicional función de transferencia que tan sólo depende de una variable, la frecuencia espacial aplicada (en lugar de las dos frecuencias espaciales ortogonales de las que partía).

La tarea, entonces, consiste en determinar dicha función de transferencia basándonos en las distintas señales de test presentadas en el capítulo 3. En concreto, como ya ha quedado de manifiesto a lo largo del desarrollo de los capítulos precedentes, únicamente trabajaremos con el patrón de líneas cuyas características espero hayan quedado meridianamente claras.

En principio, nos conformaremos con calcular la función de transferencia en 11 puntos, los correspondientes a las 11 frecuencias espaciales contenidas en la imagen. Podría intentar abordarse para un conjunto mayor de frecuencias ya que se supone la excitación es una onda cuadrada y no un tono, por lo que se excitó la película a otras frecuencias. Pero resulta que salvo, para las frecuencias bajas, la información de los armónicos es “destruida” por el sistema paso bajo formado por la película y además se encuentra inmersa en un nivel de potencia de ruido enorme. Por estas razones no parece muy insensato empezar determinando una primera aproximación a la función de transferencia aunque tan sólo sea en 11 puntos.

Este enfoque unidimensional de la determinación de la función de transferencia se emprenderá desde 3 flancos: uno basado en medidas temporales sobre la salida (el desarrollado en este capítulo), otro sobre medidas frecuenciales de la salida (en el capítulo siguiente), y otro que realiza medidas (frecuenciales o temporales) sobre la entrada y la salida (capítulo dedicado a la identificación de sistemas).

Ya disponemos de un potente aparataje de filtrado que nos permitirá seleccionar la señal a una única frecuencia, y de ella es fácil extraer su potencia. La función de transferencia a una frecuencia será el cociente entre la potencia de la señal de salida y la potencia de entrada. Iremos desarrollando distintas versiones de esta formulación del problema a lo largo del capítulo, cada una de las cuales versa sobre la distintas formas de evaluar la potencia de entrada y salida.

$$\left|H(\omega_0)\right|^2 = \frac{Potencia_salida(\omega_0)}{Potencia_entrada(\omega_0)}$$

6.1. MEDIDA DE LA POTENCIA DE ENTRADA

La señal de entrada debe tener el aspecto del ideal calculado en el capítulo anterior, pero qué niveles de gris son los correctos para ella: ¿los máximos posibles de la gama de grises?, ¿las medias en los escalones como se escogió en la idealización?, ¿algún otro valor intermedio?. No está nada claro, es probable que los valores medios en los escalones supongan una buena aproximación puesto que son los valores máximos y mínimo que es capaz de dar la película para las condiciones concretas de toma de la radiografía. Sin embargo, ¿quién nos asegura que esos valores son los correctos y no otros?. Podemos conocer la forma de onda de la señal de entrada pero no su amplitud.

Esta incertidumbre ensombrece las perspectivas de determinar finalmente la función de transferencia global del sistema. Sin embargo, podemos admitir sin ningún lugar a dudas que los valores medios en los escalones representan fielmente las condiciones en que se tomó la radiografía (distancia del foco a la película, voltaje aplicado entre cátodo y ánodo, amperaje, particularidades de revelado y condiciones de iluminación en el instante de digitalizar), luego parece sensato calcular la potencia de entrada en función de estos valores máximos y mínimos (calculados en el capítulo 10).

Para calcular la potencia de entrada podríamos tomar el ideal, pasarlo por el filtro multirate para igualarlo en condiciones de ganancia con la señal proveniente de la mamografía, y entonces valorar su energía. Este proceso es costoso al involucrar un filtrado y luego un cálculo de la energía sería

mucho mejor si pudiésemos de alguna forma disminuir el número de operaciones que intervienen sin perder nada de precisión.

Las dos secciones siguientes desarrollan los dos conceptos anteriores: por un lado, evaluar de forma sencilla la potencia del ideal, y por otro corregir dicha medida con la ganancia de filtrado para igualarla en condiciones de ganancia con la señal filtrada.

6.1.1. EVALUACIÓN DE LA POTENCIA IDEAL

En esta sección se defenderá la eliminación del cálculo detallado en favor de una pequeña fórmula que nos dé el valor de la potencia de entrada en función de los valores máximos y mínimos para cada línea.

En nuestro cometido comenzaremos calculando la potencia del ideal sin pasar por ningún filtro para cada frecuencia, las expresiones para ello pueden ser perfectamente teóricas por lo que no tenemos necesidad de apoyarnos en el MATLAB para realizarlas.

Supongamos que la longitud de un patrón de pares de líneas para una frecuencia dada sea de N muestras, de las cuales N_1 son a nivel alto, y N_0 a nivel bajo. Si llamamos id_1 e id_0 a los niveles alto y bajo respectivamente, entonces la potencia de entrada para el ideal en ese grupo será

$$Potencia_entrada(\omega_0) = \frac{N_1 id_1^2 + N_0 id_0^2}{N} = \frac{\frac{4}{9} N \cdot id_1^2 + \frac{5}{9} N \cdot id_0^2}{N} = \frac{4}{9} id_1^2 + \frac{5}{9} id_0^2$$

La expresión anterior nos dice que la potencia del ideal es la misma a todas las frecuencias y que solamente depende de los valores concretos que tomen los niveles altos y bajos dentro de la línea actual que se esté procesando.

Cotejemos este resultado teórico con la realidad comprobando que efectivamente la potencia es la misma para todas las frecuencias y que se asemeja al valor predicho. Para ello utilizaremos la subimagen comprendida entre las filas 51 y 151 de la imagen ‘071’ como viene siendo ya habitual. Abordaremos esta cuestión desde dos aproximaciones diferentes: primero, cuando el ideal es reconstruido utilizando los ceros de la señal filtrada y segundo, cuando se emplea una reconstrucción artificial que respete las anchuras de las líneas. Ver la sección 5.4 para más información sobre los dos métodos de construcción del ideal.

APROXIMACIÓN 1: IDEALIZADO NATURAL

La siguiente tabla recoge los resultados para el primero de los tipos de idealizado, todos los valores se encuentran multiplicados por 1000 para una mejor visualización y representan la diferencia entre la potencia real del grupo y el valor predicho. Para el cálculo del valor teórico se emplean las aproximaciones del capítulo 10 a los valores máximo y mínimo de nivel de gris normalizado, resultando en una potencia teórica de 564.9215 (también multiplicada por 1000)

Frecuencia	Media de la diferencia	Desviación típica	Desviación máxima
3	18.75	3.03	7.59
5	-0.27	4.41	9.28
7	-1.62	4.34	9.89
9	-0.75	10.36	21.86
10	-0.68	7.35	20.27
11	-0.73	9.56	25.84
12	-0.98	10.05	28.87
13	-0.34	14.02	33.87
14	-1.11	10.29	26.71
15	-1.21	11.95	30.39
16	-0.76	18.24	48.61

Comentaremos la información de la tabla más adelante bajo el epígrafe “Combinación de ambas” donde ya podremos comparar las dos aproximaciones.

APROXIMACIÓN 2: IDEALIZADO ARTIFICIAL

Realizamos el mismo estudio ahora con la opción de una reconstrucción artificial de las líneas. El resultado es el siguiente.

Frecuencia	Media de la diferencia	Desviación típica	Desviación máxima
3	1.45	1.30	3.64
5	1.76	5.27	13.53
7	-2.98	3.79	7.88
9	4.72	14.61	25.47
10	1.03	8.26	25.51
11	-0.67	11.81	25.65
12	-3.34	14.15	26.52
13	1.25	18.17	31.12
14	0.52	11.04	30.08
15	0.14	16.20	39.35
16	2.01	26.97	40.26

COMBINACIÓN DE AMBAS

Las dos aproximaciones demuestran que la fórmula teórica es cierta, al presentar pequeñas diferencias medias (salvo la primera aproximación a frecuencia 3). La diferencia entre los dos métodos estribará en la precisión de cada uno manifestada por la varianza de la diferencia de potencia.

En ambos casos la fuente de varianza es la misma: una disposición de las líneas que no respeta la anchura exacta para ellas, pero en cada aproximación el motivo es distinto: en la primera es porque los ceros de la señal filtrada no se distribuyen uniformemente, mientras que en la segunda es porque la longitud del grupo no permite un reparto equitativo de las muestras entre las 9 líneas.

Claramente el primero de los métodos es mejor que el segundo, esto significa que distribuye mejor las líneas, tanto de cara a la potencia como de cara a la fase de la señal. Sin embargo, el segundo tiene la ventaja de que es muy fácil de almacenar resultando en una compresión importante de la imagen. La elección se decantará por aquel que en cada momento ofrezca unas mejores prestaciones.

Se ha demostrado que la potencia del ideal tiende a su valor correcto calculado analíticamente de forma independiente al método de reconstrucción elegido. Todo lo que no sea su valor analítico es fruto de un proceso de idealización errático, por lo que no me parece oportuno introducir dicho comportamiento aleatorio en el cálculo de la función de transferencia pues estaríamos aumentando su varianza. La decisión tomada será la de utilizar el valor teórico para la potencia de entrada a todas las frecuencias.

Esta determinación, además de mejorar la estimación de la función de transferencia, constituye en sí misma un ahorro de cómputo aunque no muy importante, unas 1400 operaciones por línea.
Una vez acordado que se calculará la potencia de entrada sobre la fórmula teórica nos importa poco cuál de los dos métodos sea más preciso en este apartado ya que no se efectuarán cálculos sobre su salida. Por esta razón, podemos escoger en este punto el método que deseemos ya que tan sólo nos va a interesar dónde sitúa el comienzo y término del grupo de frecuencia. Nos decantamos por la segunda de las opciones que proporciona una mayor compresión de los datos de idealización.

Respecto a si calcular la potencia de entrada para cada línea o para toda la imagen, se ha resuelto implícitamente a favor de un cálculo para toda la imagen, ya que los valores de id_0 e id_1 nos vienen impuestos por el estudio previo de ruido y niveles de gris, el cual nos proporciona valores únicos para toda la imagen. Esta elección es inflexible a la hora de adaptarse a las

difíciles condiciones de iluminación no uniforme. Es sencillo determinar los valores de id_0 e id_1 en cualquier punto de la imagen con toda la precisión que se desee (me refiero al capítulo 13 para ampliar esta idea), sin embargo, no lo es tanto construir un ideal que se adapte a dichos valores de nivel de gris en cada punto. Además, esto contravendría el principio de que la excitación al sistema tiene las mismas características de arriba a abajo y de derecha a izquierda. Deberemos asumir las diferencias de potencia debidas a las condiciones de iluminación (ver capítulo 10) como un factor de sesgo, aunque esta variación será homogénea a todas las radiografías puesto que se toman y digitalizan de igual manera.

Para resumir el trabajo desarrollado en esta sección diremos que se ha demostrado que la potencia de entrada es la misma a todas las frecuencias para una misma fila de la imagen (salvo efectos de iluminación), y se ha decidido que dicha potencia se calculará por medio de la expresión dada en su valor teórico para toda la imagen, aunque esto suponga no adaptarse a las condiciones de iluminación.

6.1.2. CORRECCIÓN DE GANANCIA DE FILTRADO

Se veía en la sección 4.5 que los filtros multirate e IIR no tenían ganancia unidad a la frecuencia de paso, estos filtros afectarán a la señal mamográfica disminuyendo su potencia, con lo que al dividir por la potencia de entrada, a la que no se ha sometido a dicho decremento, se obtendrá una función de transferencia de la película algo menor de lo que realmente es.

Sin embargo, el realizar una corrección de ganancia depende del objetivo que persigamos en el proyecto, si pretendemos obtener una curva que nos permita comparar películas entre sí no hace falta puesto que los filtros son los mismos para todas las películas y afectarán por igual a todas las funciones de transferencia. Pero si pretendemos obtener una curva aproximada de la función de transferencia real entonces sí que tendremos que corregir los defectos del filtro. Una derivación beneficiosa de filtrar el ideal es que estaríamos independizando las curvas de los filtros, de manera que se pueden calcular hoy unas curvas con unos filtros, mañana cambiar los filtros, trazar otras gráficas para otras películas y ser perfectamente comparables entre sí.

En este proyecto se opta por la segunda alternativa al parecer ésta más correcta en cuanto a su concepción de la independencia.

Antes de lanzarnos a elaborar una expresión que corrija la posible distorsión en la expresión de potencia caigamos en la cuenta de que el filtro multirate quitará la componente continua de la señal tal y como se muestra en la figura 6.1 por lo que el valor absoluto de potencia de entrada

no será el calculado en la sección anterior sino uno mucho menor. Para poder calcular el coeficiente que relaciona la potencia ideal con la de salida del filtro multirate, antes deberemos haber tenido en cuenta esta supresión de la media y calcular una potencia teórica sin media.

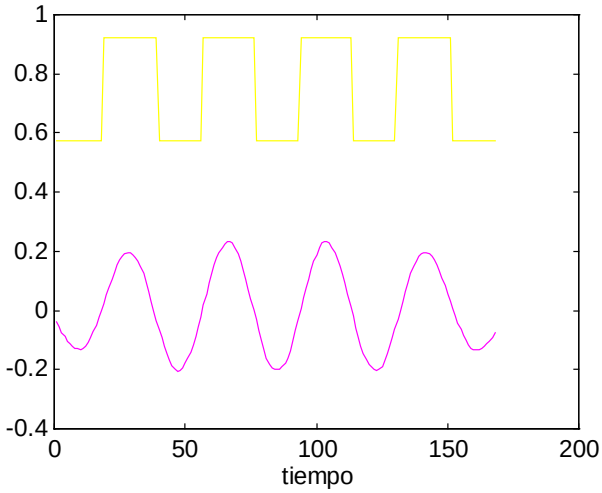


Fig. 6.1: Ideal y su filtrado multirate a frecuencia 3

Observando la señal de salida del filtro vemos que se trata de una señal de picos simétricos, la amplitud de los ciclos positivos es igual que la de los ciclos negativos. Entonces se nos plantea la duda de si efectivamente debemos restar la media a la señal original o un valor tal que nos deje una señal cuadrada (del aspecto del ideal) con igual amplitud hacia arriba que hacia abajo. La respuesta correcta es esta última, pues de restar la media estaríamos dejando un ideal con un nivel bajo menor que el nivel alto cambiado de signo, trataríamos con una señal asimétrica y su potencia no es, por lo tanto, igualable con la de salida del filtro.

El valor a sustraer a la señal ideal original será, pues, $\frac{id_1 + id_0}{2}$ con lo que los nuevos niveles altos y bajos de la señal se desplazan a

$$id_1' = id_1 - \frac{id_1 + id_0}{2} = \frac{id_1 - id_0}{2}$$
$$id_0' = id_0 - \frac{id_1 + id_0}{2} = -\frac{id_1 - id_0}{2}$$

cuya potencia se puede seguir calculando por medio de la fórmula deducida en la sección 6.1.1.

$$Potencia_entrada(\omega_0) = \frac{4}{9}(id_1')^2 + \frac{5}{9}(id_0')^2 = \frac{4}{9}\left(\frac{id_1 - id_0}{2}\right)^2 + \frac{5}{9}\left(-\frac{id_1 - id_0}{2}\right)^2 = \left(\frac{id_1 -$$

Ahora estamos en disposición de buscar la expresión que corrige la existencia de los filtros. Supongamos que tenemos una señal ideal(n) que excita al filtro multirate de respuesta h(n), la salida y(n) por definición cumplirá las siguientes relaciones

$$y(n) = ideal(n) * h(n) \Rightarrow Y(\Omega) = Ideal(\Omega)H(\Omega)$$

Por otro lado, el teorema de Parseval nos dice que

$$E_y = \sum_n |y(n)|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} |Y(\Omega)|^2 d\Omega = \frac{1}{M}\sum_k |Y_D(\Omega_k)|^2$$

donde la última igualdad representa la traducción del teorema para el caso de usar la transformada discreta de Fourier (subíndice D) con M puntos. Como estamos interesados en medir la potencia a la salida del filtro tendremos que evaluar alguno de los sumatorios de energía para y(n). La pregunta vuelve a ser si evalúo la suma en el “tiempo”, ¿para qué señal lo hago? ¿para una concreta o un promediado?. La respuesta es que no es factible hacerlo en el tiempo porque en una imagen hay tantas idealizaciones con carácter semialeatorio que se es incapaz de evaluar con una precisión aceptable la potencia de salida del ideal.

De esta suerte nos tendremos que plantear el problema en el dominio de la frecuencia. Vimos en la sección 5.5 que éramos capaces de determinar con toda exactitud y teóricamente el espectro del ideal asociado a cualquier frecuencia espacial. Por otro lado, la respuesta al impulso del filtro es bien sencilla de determinar, por lo que no parece mal asunto abordar el estudio de la potencia según

$$P_y = \frac{\frac{1}{M}\sum_k |Ideal_D(\Omega_k)|^2 |H_D(\Omega_k)|^2}{longitud_grupo}$$

donde la respuesta al impulso está subindicada porque se calculará como la DFT de la respuesta al impulso en el “tiempo”.

Esta potencia habrá que dividirla por la corrección que acabamos de efectuar sobre la potencia de entrada al quitarle la media, obteniendo de este modo el factor de corrección buscado sin ningún tipo de ambigüedad, pues todos los valores involucrados o son teóricos o son determinados con una precisión suficientemente alta.

Al construir el espectro del ideal de un modo artificial con tantas operaciones complejas se comete un cierto error respecto a la potencia teórica que debería tener de $\left(\frac{id_1 - id_0}{2}\right)^2$, este error no es introducido por ninguna fuente asociada a la imagen sino por el propio MATLAB que realiza una cantidad grande de operaciones. La tabla siguiente recoge estos errores, que como se ve son despreciables, junto con el factor multiplicativo vinculado a cada filtro.

	Error potencia entrada	Factor multiplicativo
Frec 3	0.10%	0.633516
Frec 5	-0.52%	0.612704
Frec 7	0.26%	0.618865
Frec 9	0.88%	0.634391
Frec 10	-0.55%	0.643783
Frec 11	-2.12%	0.610541
Frec 12	2.99%	0.649339
Frec 13	1.71%	0.653327
Frec 14	0.37%	0.626800
Frec 15	-0.81%	0.618014
Frec 16	-3.08%	0.620013

El ahorro de operaciones es del orden de 120.000 flops por fila de la imagen. Esta medida de no corregir la potencia de entrada filtrando cada ideal sino con un factor multiplicativo, no sólo mejora enormemente las condiciones de varianza en la función de transferencia, sino que además representa un importante decremento en la capacidad de cálculo necesaria.

Para resumir la sección diremos que se ha resuelto que la corrección de ganancia se efectúe por igual a todas las líneas a través de un factor multiplicativo que modifica la potencia ideal teórica predicha para cada una de ellas. Este factor previene el cálculo de la función de transferencia de estar fuertemente contaminada con fluctuaciones debidas a la asimetría de la idealización provocadas, a su vez, por el inmenso nivel de ruido en que se haya inmersa la señal a altas frecuencias o por la imposibilidad de equidistribuir el espacio disponible entre 9 líneas exactamente iguales.

6.2. MEDIDA DE LA POTENCIA DE SALIDA

El argumento que nos falta para poder calcular la función de transferencia es la potencia de salida, se refiere este término a la potencia de la señal registrada en la mamografía a la frecuencia deseada. Esta apreciación de “a la frecuencia deseada” es de enorme relevancia puesto que restringe el cálculo en dos sentidos: primero espacial, no se realizarán cálculos de potencia más que en los tramos de señal que sean patrones de pares de línea a la frecuencia espacial seleccionada; segundo frecuencial, dentro de ese patrón no nos interesa la potencia de señal a cualquier frecuencia sino únicamente a la frecuencia especificada.

Para conseguir esta doble restricción se aplican los filtros multirate desarrollados en el capítulo 4. Pero, como siempre, vuelve a haber dos puntos de vista y, por lo tanto, dos opciones de diseño diferentes.

Recordemos que para idealizar habíamos seleccionado el grupo de pares de línea junto con trozos blancos adyacentes, filtrado y determinado el ideal a través de los ceros de la señal filtrada. Un primer enfoque de este problema sería utilizar esa misma señal filtrada para el cálculo de su potencia entre la primera y última muestra del grupo. Un segundo enfoque consistiría en una vez determinadas las muestras que delimitan al grupo, volver a filtrar la señal original entre esas muestras, y establecer con esa salida la potencia de la señal mamográfica a la frecuencia de interés.

Estas dos diferentes formas de ver el problema serán tratadas en las secciones 6.2.2 y 6.2.1 respectivamente.

6.2.1. EVALUACIÓN EN 2 PASADAS

La idea de esta evaluación de la potencia de salida acaba de ser expuesta en la introducción a la sección 6.2. La repetiremos aquí, no obstante, a efectos de situar cada cosa en su sitio. El método de cálculo es el siguiente: se idealiza la señal de mamografía, y se vuelve a filtrar la señal de cada uno de los grupos identificados, sobre las salidas de estos filtros se realizan los cálculos de potencia.

Este enfoque utiliza un elevado número de operaciones por línea, 120.000 concretamente, pero asegura unas buenas condiciones iniciales de filtrado al llegar al grupo de pares de línea. Las salidas correspondientes a este tipo de filtrado suelen ser tonos bastante puros por lo que la estimación de su potencia parece esté protegida de problemas de aleatoriedad debidos a un mal filtrado. La figura 6.2 nos muestra dichas formas de onda.

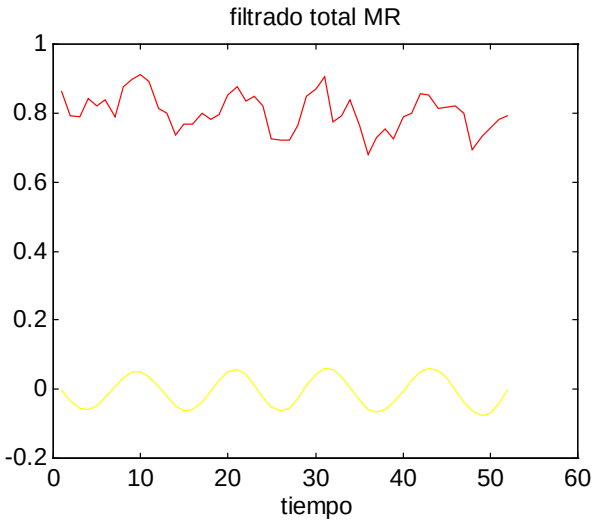


Fig. 6.2: Filtrado multirate de un grupo de pares de línea aislado

El estudio que llevaremos aquí a cabo será análogo al desarrollado en las dos secciones anteriores, examinar la media, desviación típica y máxima de la potencia a cada una de las frecuencias en las 100 líneas de la imagen ‘071’ comprendidas entre la 51 y la 151. La tabla posterior muestra dicho estudio (todos los valores están multiplicados por 1000 para una mejor visualización). Los porcentajes de la desviación típica expresan la variación en tanto por ciento que representan respecto a la media.

Frecuencia	Media de la potencia	Desviación típica	Desviación típica (%)	Desviación máxima	Desviación máxima (%)
3	9.83	1.03	10.48	2.86	29.09
5	6.93	0.78	11.26	2.55	36.80
7	3.41	0.57	16.72	1.59	46.63
9	1.95	0.55	28.21	1.69	86.67
10	1.60	0.48	30.00	1.17	73.12
11	1.29	0.62	48.06	2.48	192.24
12	0.82	0.33	40.24	0.89	108.54
13	0.79	0.39	49.37	1.26	159.49
14	0.77	0.32	41.56	1.01	131.17
15	0.66	0.35	53.03	1.54	233.33
16	0.62	0.29	43.94	0.73	117.72

Esta tabla es bien distinta de las anteriores, ahora aunque la media de la potencia sigue una tendencia descendente acorde a lo esperado, se ve que las desviaciones típicas así como las máximas son elevadísimas en comparación con los valores medios que en algunos casos llega a ser incluso menor que la desviación máxima. Esto se debe al carácter ruidoso de la señal, en este momento estamos midiendo el ruido de la mamografía junto con la propia señal, de ahí las enormes desviaciones respecto a la media. No nos engañemos con que si la media del ruido es nula los valores medios obtenidos en la tabla serán los correspondientes a la señal, estamos hablando de potencia, y aunque la media del ruido sea 0 no ocurrirá lo mismo con su potencia. En la sección 6.2.3 discutiremos sobre cómo eliminar este efecto pernicioso del ruido.

De momento, nos quedaremos con esta tabla para poder compararla con la de la sección siguiente y poder elegir convenientemente el método de medida de la potencia de salida.

6.2.2. EVALUACIÓN EN 1 PASADA

La primera alternativa a la medida de la potencia de salida consistía en evaluarla utilizando la misma señal filtrada que se usó para idealizar. Esta medida, aunque conceptualmente más inexacta puesto que conlleva la evaluación en una zona de filtrado afectada por los tramos blancos adyacentes, es más rápida (120.000 operaciones menos por fila) y si no supone un empeoramiento claro sobre la varianza de la potencia podría resultar una opción interesante. Gráficamente se puede observar que hay veces en las que dicha señal de salida deja mucho que desear respecto a un tono puro en el espacio comprendido por el grupo de pares de línea (fig. 6.3).

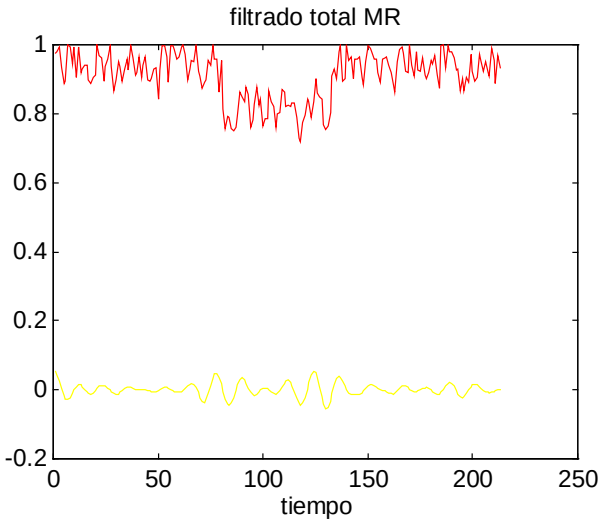


Fig. 6.3: Salida distinta de un tono puro dentro del tramo correspondiente al grupo de pares de línea.

La tabla siguiente muestra los resultados multiplicados por 1000 para una mejor visualización.

Frecuencia	Media de la potencia	Desviación típica	Desviación típica (%)	Desviación máxima	Desviación máxima (%)
3	9.93	0.99	9.96	2.85	28.70
5	4.45	0.63	14.16	1.66	37.30
7	2.16	0.46	21.30	1.19	55.09
9	1.22	0.40	32.79	1.15	94.26
10	0.99	0.34	34.34	0.85	85.86
11	0.79	0.31	39.24	0.71	89.87
12	0.59	0.27	45.76	0.73	123.73
13	0.51	0.28	54.90	0.86	168.62
14	0.40	0.21	52.50	0.73	182.50
15	0.33	0.22	66.67	0.75	227.27
16	0.29	0.21	72.41	0.77	265.52

La potencia de salida mantiene esa curva decreciente con la frecuencia como cabe esperar sea la función de transferencia, por ahora no parece que el método sea muy malo. Pero, comparando esta tabla con la de la sección anterior averiguamos que:

- el primero de los métodos posee una menor varianza casi a todas las frecuencias, lo que parece indicar que es más exacto.
- las desviaciones máximas también se encuentran más cerca de la media en el primero que en el segundo procedimiento, lo que confirma la mayor exactitud del primero.

- las potencias medias tienen valores mayores en la primera tabla que en la segunda.

Entre que el primer método es más preciso, que conceptualmente es más correcto y que no nos importa tanto la eficiencia de cálculo como la exactitud en el trazo de la función de transferencia elegimos el procedimiento expuesto en la sección 6.2.1 como el que se aplicará en la evaluación de la potencia de salida.

Ya tan sólo nos resta eliminar la potencia correspondiente al ruido de esta medida de la potencia de salida (sección 6.2.3) y habremos completado todos los pasos para trazar las curvas correspondientes a los módulos de la función de transferencia (sección 6.3).

6.2.3. CORRECCIÓN DE LA POTENCIA DE RUIDO

La potencia de salida que se ha medido a lo largo de las dos secciones precedentes encierra tanto la señal presente en el grupo a esa frecuencia como el ruido que ocupa esa frecuencia. Habrá que restar a la potencia de salida la potencia correspondiente al ruido. Resulta difícil establecer qué ruido exacto hay en un grupo de frecuencia ya que es espinoso separar en él lo que es señal de lo que no, porque desconocemos cómo será la señal ahí (cosa que no ocurría, por ejemplo, en los espacios entre grupos). Podemos, sin embargo, aproximar una cifra a la potencia de ruido presente.

POTENCIA DE RUIDO EN EL GRUPO DE FRECUENCIA

Se verá en el capítulo 10 que la intensidad del ruido depende de la exposición de la película a los rayos X, y traducido a términos más prácticos, del nivel de gris en que nos encontremos. Así, la potencia de ruido será mayor en las zonas más oscuras. En la sección 10.5 se realiza un estudio de cómo se puede evaluar la potencia de ruido en una zona de nivel de gris medio distinto a claro u oscuro. Calculando los niveles de gris medios en cada uno de los grupos de frecuencia, e interpolando las potencias asociadas por medio de una recta que pase por los dos valores conocidos (potencia en el máximo del nivel de gris y en el mínimo) se obtiene fácilmente la potencia media de ruido. Se estudia la densidad de potencia asociada al grupo y se la hace pasar por el filtro multirate, el resultado final es una tabla de potencia de ruido presente a la salida tal como ésta.

	Potencia de ruido en el grupo ya filtrado
Frec 3	0,000091543

Frec 5	0,000096752
Frec 7	0,000116557
Frec 9	0,000127576
Frec 10	0,000139428
Frec 11	0,000138820
Frec 12	0,000147892
Frec 13	0,000159654
Frec 14	0,000153749
Frec 15	0,000154857
Frec 16	0,000170766

CORRECCIÓN DE LA POTENCIA DE SALIDA

Nos planteamos ahora cómo se efectúa finalmente la corrección de la potencia de salida evaluada en la sección 6.2.1 con la potencia de ruido proporcionada por la sección 10.5. La respuesta del filtro a la excitación del grupo se puede descomponer entre respuesta al ideal, y_i, y respuesta al ruido, y_r, por ser el ruido un proceso estocástico la potencia final de salida vendrá determinada por una esperanza matemática

$$P_y = \frac{\sum_n E\{(y_i(n)+y_r(n))^2\}}{longitud_grupo} = \frac{\sum_n y_i^2(n) + \sum_n E\{y_r^2(n)\} + \sum_n y_i(n)E\{y_r(n)\}}{longitud_grupo}$$

Teniendo en cuenta que la media del ruido de entrada es nula, su salida también será de media 0, con esta aclaración y expresando los términos anteriores en función de la potencia se puede reescribir como

$$P_y = P_{yi} + P_{yr} + 0 = P_{yi} + P_{yr}$$

Donde se ve que para encontrar la potencia correspondiente a la señal, tendremos que restar a la evaluada en 6.2.1 la estimada para el ruido. Dado que la potencia de ruido es un valor constante por grupos para toda la imagen se trata pues de un valor absolutamente determinista. De este modo, la varianza para la potencia del ideal es la misma que para toda la señal completa.

Retomemos la tabla que nos daba la potencia de salida a cada frecuencia y restémosle la potencia de ruido. Todos los valores están multiplicados por 1000

Frecuencia	Media de la potencia de	Desviación típica	Potencia de ruido	Media de la potencia de

	salida			salida al ideal
3	9,83	1,03	0,091543	9,738457
5	6,93	0,78	0,096752	6,833248
7	3,41	0,57	0,116557	3,293443
9	1,95	0,55	0,127576	1,822424
10	1,60	0,48	0,139428	1,460572
11	1,29	0,62	0,138820	1,151180
12	0,82	0,33	0,147892	0,672108
13	0,79	0,39	0,159654	0,630346
14	0,77	0,32	0,153749	0,616251
15	0,66	0,35	0,154857	0,505143
16	0,62	0,29	0,170766	0,449234

6.3. UN EJEMPLO

En esta sección no haremos más que poner todo lo anterior junto en una sola gráfica que muestre la función de transferencia para la película ‘071’.

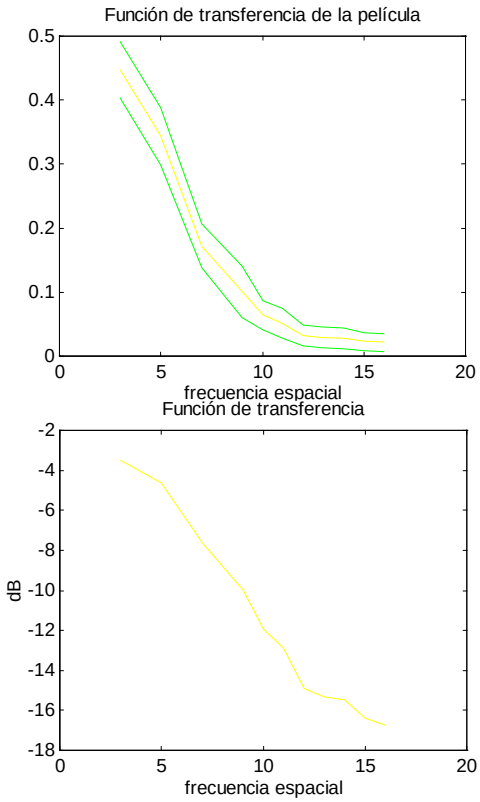


Fig. 6.4: Función de transferencia para la película ‘071’: en escala lineal (izquierda) y logarítmica (derecha)

Los valores representados en las curvas están expuestos en la tabla de abajo.

	$\|H(w)\|^2$	Desviación típica	$\|H(w)\|^2$ (dB)
Frec 3	0.4469430	0.04385615	-3.49747
Frec 5	0.3443190	0.04454856	-4.63039
Frec 7	0.1720460	0.03475152	-7.64356
Frec 9	0.1005120	0.0408648	-9.97781
Frec 10	0.0640912	0.02274634	-11.9320
Frec 11	0.0512721	0.02298838	-12.9012
Frec 12	0.0321935	0.01641122	-14.9223
Frec 13	0.0293944	0.01658625	-15.3174
Frec 14	0.0283861	0.01612126	-15.4689
Frec 15	0.0227857	0.01375027	-16.4234

Frec 16	0.0213031	0.01423813	-16.7156

Sorprendentemente la función de transferencia es prácticamente una recta en unidades logarítmicas, ello demuestra una clara dependencia exponencial de la forma

$$Atenuación(\ frec) = Ae^{-Bfrec}$$

Si realizamos el ajuste por una curva de ese estilo llegamos a la función

$$\left|H(w)\right|^2 = e^{-4.7687-0.0154w}$$

con un coeficiente de correlación de -0.9840.

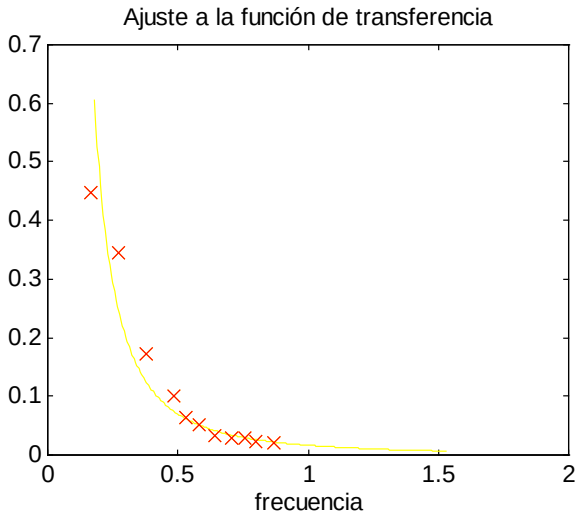


Fig. 6.5: Ajuste exponencial a la función de transferencia

7. COCIENTE DE ESPECTROS

7.0. INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior vimos cómo se podía establecer una función de transferencia para la película bastante aproximada con el conocimiento tan sólo de un punto por frecuencia espacial reconocida. Para ello realizábamos medidas de la señal de salida en el dominio del tiempo que junto con una estimación de la potencia de entrada conformaban la función de transferencia.

En este capítulo realizaremos las medidas de la señal de salida en el dominio de la frecuencia. Este hecho nos permitirá dar un paso más allá y determinar dicha función de transferencia en los alrededores de las frecuencias conocidas, e incluso en segmentos completos del eje de frecuencias. Para ello, deberemos dividir el espectro de la señal de salida

por el de entrada precisando, de este modo, el módulo de la función de transferencia a cada frecuencia según la expresión

$$|H(w)|^2 = \frac{S_y(w)}{S_x(w)}$$

donde se dividen las densidades espectrales de potencia (dep) de salida y entrada respectivamente. Habrá que definir bien en qué rango de frecuencias se podrán determinar ambas densidades con seguridad y cómo se estimarán cada una.

7.1. ESTIMACIÓN DEL ESPECTRO DE ENTRADA

La señal de entrada es, en principio, determinista proporcionada por la idealización del patrón de líneas reproducido en el ordenador. Digo que en principio es determinista porque para generar dicho ideal se recurre a la estimación de la longitud de los grupos de pares de línea en una imagen concreta, esto lleva a una pequeña imperfección en el conocimiento exacto de las longitudes, pero esta incertidumbre es algo inherente al problema y según se vio en el apartado 5.5 de este proyecto la varianza de dicha longitud no es muy grande.

Por tratarse de la densidad espectral de potencia de una señal determinista basta con calcular el cuadrado del módulo de su transformada de Fourier. Esta operación se calculará de un modo totalmente analítico, según se demostró en la sección 5.5. Veamos el resultado de evaluar dicho espectro a lo largo de toda la fila “ideal” de entrada en la figura 7.1. En ella se observa que la densidad espectral de potencia buscada es un tanto extraña, presenta acusados picos a las frecuencias 3, 5 y 7, mientras que entre 9 y 16 realiza una singular suma de espectros que difumina la presencia de grupos. Nota: en este espectro están eliminados los valores de continua correspondientes a los espacios intergrupos.

En cambio, un estudio de la densidad espectral de potencia por grupos denota claramente la frecuencia predominante, esto se puede comprobar en la figura 7.2, en la que se representa el espectro aislado para el grupo de frecuencia 9. Parece que es mucho más fácil estudiar un cociente de espectros aquí que en la figura anterior puesto que se comprende la causa y la localización de cada pico del espectro.

Un hecho importante, y no sólo por motivos numéricos (de división por 0) sino también por fiabilidad de estimación, es que conviene dividir por la densidad espectral de potencia de entrada sólo en aquellas frecuencias donde su valor no sea muy cercano a 0. Según esta última condición, sería mejor el primero de los espectros presentados que el segundo, puesto que posee más energía a cada frecuencia. Sin embargo, este problema puede

ser solucionado si tan sólo dividimos en aquellas zonas donde la densidad espectral de entrada sea lo suficientemente alta como para evitar inestabilidades numéricas.

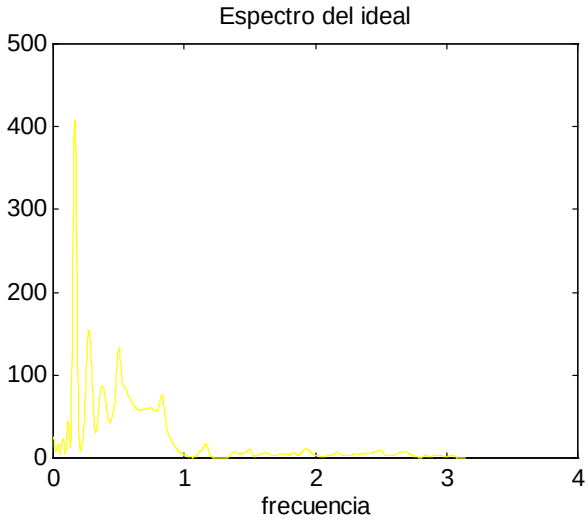


Fig. 7.1: Espectro Completo del ideal

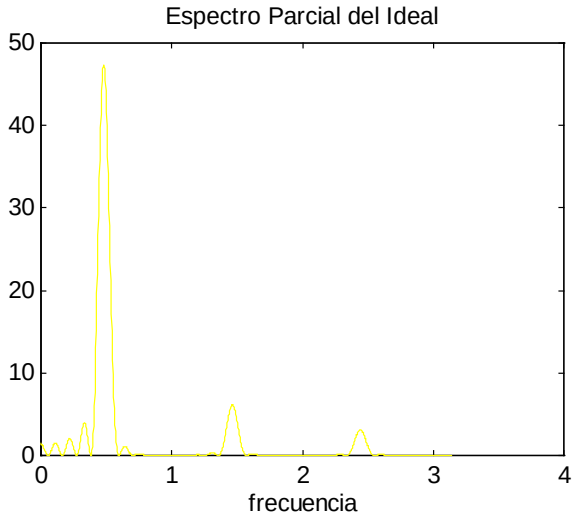


Fig. 7.2: Espectro Parcial del ideal, para el grupo de frecuencia espacial 9

Un aspecto que no debemos olvidar es que, así como definamos el espectro de entrada deberemos estimar el espectro de salida. El espectro completo se calcularía sobre unas 2500 muestras, mientras que el espectro parcial habrá casos en que se haga tan sólo sobre 36. Tendremos que elegir adecuadamente la técnica para estimar dicho espectro entre el amplio abanico de posibilidades clásicas, paramétricas y basadas en descomposición de subespacios. Para la estimación completa, un método de estimación paramétrica debería ser muy complejo, de alto orden, para

poder reproducir fielmente la cantidad de picos y zonas casi planas presentes. Para la estimación parcial, un procedimiento clásico fracasaría al disponer de tan pocas muestras.

Además, debemos tener en cuenta que en la salida completa del sistema se encuentra una gran cantidad de ruido a todas las frecuencias que estaría también siendo estimado. No es correcto introducir este ruido, que aunque de potencia y distribución frecuencial conocida, por el carácter estocástico que imprime a su espectro provocaría fuertes distorsiones en el espectro de salida a todas las frecuencias. Esto ocurre aunque en mucha menor medida si el tramo de frecuencias en que queremos calcular el espectro es relativamente estrecho.

Así, pues, se ha demostrado que una estimación parcial del espectro ideal es mejor que una estimación completa del mismo. El hecho de que tan sólo podamos conocer la función de transferencia a pequeños tramos no supondrá un impedimento demasiado grave. De hecho, en el capítulo anterior su conocimiento se reducía a unos pocos puntos.

Reproduzcamos, por último, la expresión del espectro ideal a cada frecuencia (demostrada en el apartado 5.5)

$$\left|U_{9D}(w_k)\right|^2 = \left|\frac{\text{sen}(w_k \frac{N}{2})}{\text{sen}(w_k / 2)}\right|^2 \left|-1+e^{-jw_k N} - e^{-jw_k 2N} + e^{-jw_k 3N} - \ldots - e^{-jw_k 8N}\right|^2$$

donde N es la longitud en muestras de la anchura exacta de las líneas, no del grupo, a la frecuencia espacial seleccionada.

7.2. ESTIMACIÓN DEL ESPECTRO DE SALIDA

Una vez resuelto en la sección anterior que se estimarán los espectros de entrada y salida por grupos, deberemos estimar la densidad espectral de potencia para cada grupo en la señal de salida de la película mamográfica. En este capítulo se tratarán los métodos clásicos y paramétricos abandonando los métodos basados en descomposición de la señal en subespacios ortogonales.

7.2.1. MÉTODOS CLÁSICOS

Se entienden por métodos clásicos aquellos métodos cuya filosofía está relacionada con el cálculo de una transformada de Fourier. Expondremos aquí los más habituales e iremos viendo ejemplos de cada uno de ellos. No me extenderé mucho sobre la elección de parámetros porque como se verá al final de la sección se desestimará el cálculo del espectro de salida con estos métodos. La principal razón para ello es la reconocida incapacidad de la estimación clásica de conseguir buenas aproximaciones a la verdadera dep cuando el número de muestras de que se dispone es pequeño, como es nuestro caso.

CORRELOGRAMA Y PERIODOGRAMA

La densidad espectral de potencia se define como la transformada de Fourier de la función de autocorrelación, de manera que parece sensato que una estimación de dicha densidad sea la transformada de la función de autocorrelación estimada del proceso. Para evaluar dicha función de autocorrelación emplearemos el estimador sesgado ya que el insesgado no asegura ser semidefinido positivo, pudiendo provocar estimaciones de densidad negativa, lo cual es absolutamente nefasto. El estimador sesgado tenía la siguiente expresión

$$\hat{R}_y[l] = \frac{1}{N_S} \sum_{n=0}^{N_s-1-|l|} y[n+|l|]y[n] \qquad -N_S < l < N_S$$

donde N_S representa el número de muestras conocidas en el grupo de salida. Sus estadísticos principales son la media

$$E\left\{\hat{R}_y[l]\right\} = \frac{N_S - |l|}{N_S} R_y[l]$$

y la varianza, que para un proceso gaussiano vale

$$Var\left\{\hat{R}_y[l]\right\} = \frac{1}{N_S - |l|} \sum_{k=-(N_s-1-|l|)}^{N_s-1-|l|} \left(1 - \frac{1}{N_S - |l|}\right)(R_y^2[k] + R_y[k+|l|]R_y[k-|l|])$$

Se trata de un estimador consistente puesto conforme N_S tiende a infinito el estimador tiende a la verdadera función de autocorrelación con varianza 0.

Luego, esa función de autocorrelación se recorta entre -L y L, es decir, se desprecian las muestras más alejadas que son las que tienen mayor varianza y le calculamos la FFT. Si L=Ns-1 entonces este estimador se llama periodograma, en otro caso se llama correlograma.

Las propiedades de este estimador del espectro son las siguientes

$$E\left\{\hat{P}_y(e^{jw})\right\} = \frac{1}{2\pi} W_B(e^{jw}) \otimes S_y(e^{jw})$$
$$Var\left\{\hat{P}_w(e^{jw})\right\} = \sigma_w^4$$

se ve que la media es una convolución circular entre el verdadero espectro y una ventana de Bartlett (triangular de semilongitud L, es decir, una $sinc^2$), y que la varianza en el caso de un ruido blanco gaussiano, no depende del número de muestras empleadas en la estimación. Este último resultado es extrapolable a casi todos los tipos de señales.

La convolución circular es un tema peliagudo, por un lado conviene que el enventanado de la autocorrelación sea lo mayor posible para alcanzar la máxima resolutividad en frecuencia (la $sinc^2$ lo más estrecha posible); por otro lado, no conviene tomar muestras que se encuentren muy alejadas del origen de la función de autocorrelación pues sabemos que tienen una amplia varianza. Habría que llegar a una solución de compromiso.

Antes de ver un ejemplo digamos que no se puede calcular la autocorrelación a la señal de salida sin más, sino que hay que sustraerle la media, ello es debido a que si no lo hacemos siempre tendremos una función de autocorrelación estilo a la representada en la figura 7.3 derecha: un triángulo. La verdadera autocorrelación está representada a la izquierda. Como se ve la autocorrelación de un pulso cuadrado de altura la media ha eclipsado la presencia de la verdadera función de autocorrelación. Obsérvese la diferencia de escala entre ambas gráficas. Es obvio que la correcta es la de la izquierda puesto que la función de autocorrelación de una función periódica es igualmente periódica.

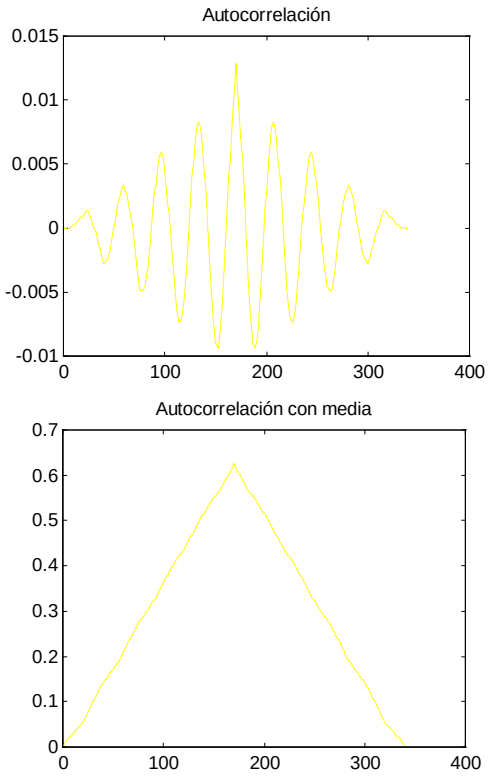


Fig. 7.3: Funciones de autocorrelación sin media y con media para un grupo de frecuencia 3.

En la siguiente gráfica el correlograma muestra un pico claro a la frecuencia de excitación (3 pares de líneas/mm), sin embargo, nada nos dice de sus armónicos, esto será una nota general en todos los métodos de estimación espectral. Para la frecuencia 16 se ve que hay un cierto pico a la frecuencia central, pero el espectro en las demás frecuencias es comparable al propio de la señal. Se distinguen, además, multitud de picos en frecuencias donde tan sólo hay ruido de potencia estable, ello nos hace caer en la cuenta de la naturaleza aleatoria de la estimación.

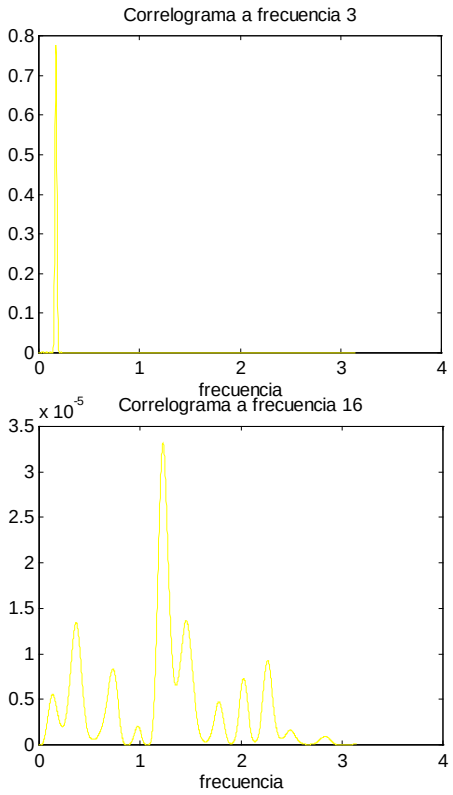


Fig. 7.4: Correlograma de un grupo de frecuencia espacial 3 y otro de 16

Entre las expresiones de media y varianza, y luego la realización práctica de la figura 7.4 comparada con el espectro que deberíamos esperar (véase la sección 7.2.3), vemos que no se trata de un estimador demasiado bueno, se irán proponiendo mejoras al método.

ESTIMADOR DE BARTLETT

Bartlett propone como solución un promediado de periodogramas, como la varianza del periodograma no depende del número de muestras del mismo, podemos promediar muchos periodogramas diferentes provenientes de trocear el registro en K trozos de longitud N_k, que se solaparán o no.

$$\hat{S}_B(e^{jw}) = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\hat{P}_{yk}(e^{jw})$$

Si los trozos estuviesen incorrelados entre sí la varianza disminuiría en un factor 1/K. Se puede permitir un cierto solapamiento entre trozos, aunque esto iría en contra de la

suposición de fragmentos incorrelados. El grado de solapamiento se puede calcular a través de la siguiente fórmula:

$L+(K-1)(L-s)=N_s$ $K=1, 2, ...$

donde s es el número de muestras que se solapan entre trozos, K el número de periodogramas a promediar, L la longitud de los trozos en que se divide la señal y N_S el número de muestras conocidas de la señal de salida.

La figura 7.5 muestra la estimación de Bartlett con 10 promediados y sin solapamiento para los mismos grupos que en el estimador anterior. Obsérvese la mayor suavidad y la disminución de amplitud respecto a la figura 7.4.

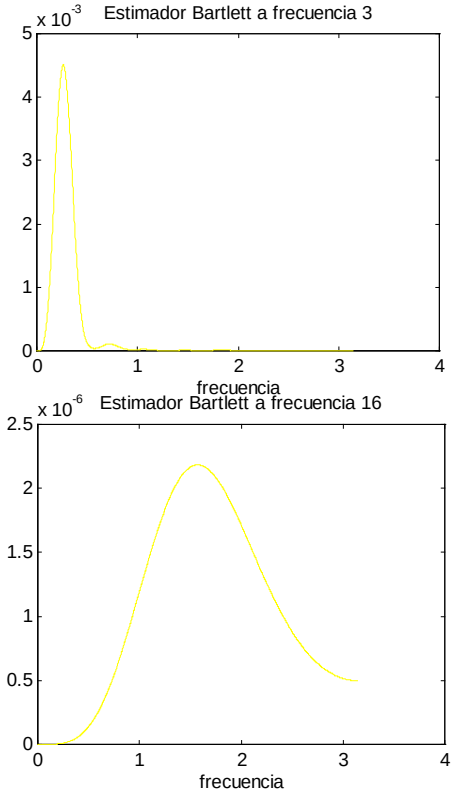


Fig. 7.5: Estimador de Bartlett de un grupo de frecuencia espacial 3 y otro de 16

Aunque este estimador muestra mucha menos variación “aleatoria” a frecuencia 16, se pone de manifiesto que para reducir la varianza, hemos tenido que disminuir la longitud de la señal estimada, deteriorando gravemente la resolutividad en frecuencia. Este problema se podría haber paliado en parte permitiendo un cierto

solapamiento, en esta gráfica se ha preferido no hacer para poner de relieve su existencia.

ESTIMADOR DE BLACKMAN-TUKEY

Este método se basa en la idea de que podemos incluir muestras alejadas de la función de autocorrelación otorgándoles una menor importancia que a las centrales, es decir, enventanando la función de autocorrelación con una ventana de longitud 2L+1 muestras distinta de la rectangular. El estimador sería, pues,

$$\hat{S}_{BT}(e^{jw}) = DFT(w[l]R_y[l])$$

Las propiedades de este estimador son parecidas a las del correlograma, en concreto, su media vale

$$E\left\{\hat{P}_y(e^{jw})\right\} = \frac{1}{4\pi^2} W(e^{jw}) \otimes W_B(e^{jw}) \otimes S_y(e^{jw})$$

Como vemos aun se deteriora más la capacidad de resolución en frecuencia. Para que el método sea efectivo L tendrá que ser mucho menor que el número de muestras conocidas.

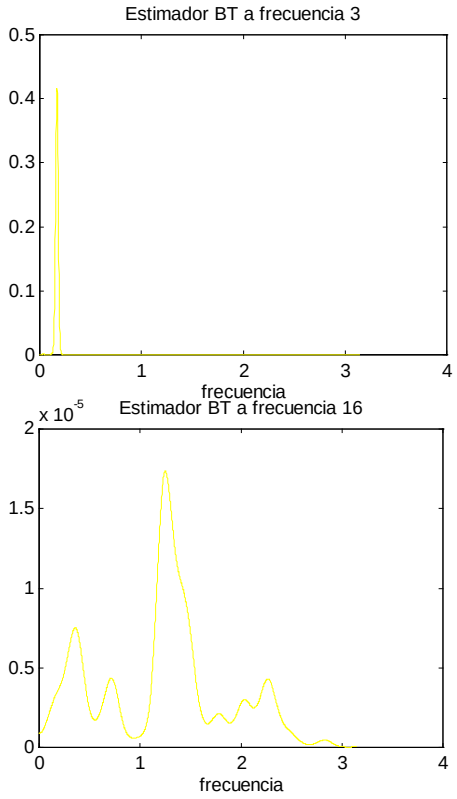


Fig. 7.6: Estimador de Blackman-Tukey de un grupo de frecuencia espacial 3
y otro de 16

Esta vez sí se han buscado los parámetros adecuados de manera que no haya por qué perder mucha resolución al mismo tiempo que se suaviza un poco la estimación del espectro. Es de suponer que si no se suaviza mucho el espectro fuera de la frecuencia de interés tampoco se habrá conseguido gran cosa a nivel de varianza.

ESTIMADOR DE WELCH

Queda, por último, un método que combina las dos mejoras anteriores, aplicando un enventanado cualquiera a la autocorrelación y promediando los espectros. El procedimiento es simple, se divide la señal en pequeños trozos que se solapen o no como en el método de Bartlett y su función de autocorrelación particular se enventana.

$$\hat{S}_W(e^{jw}) = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} DFT(w[l]R_{yk}[l])$$

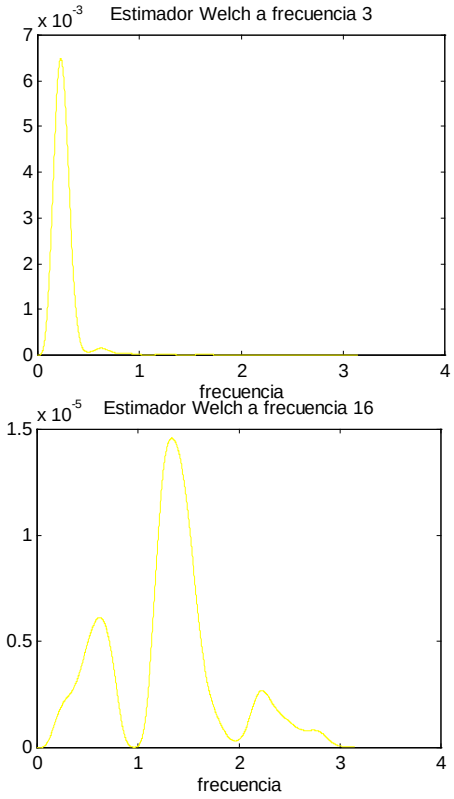


Fig. 7.7: Estimador de Welch de un grupo de frecuencia espacial 3
y otro de 16

Se comprueba como este último estimador es mucho más versátil que los anteriores, al disponer de control sobre las dos mejoras posibles se obtiene un espectro a frecuencia 16 relativamente aceptable.

VALORES NUMÉRICOS

Pondremos algunos valores numéricos sobre los espectros desarrollados a lo largo de la sección. En ellos se demuestra la incapacidad de la estimación clásica para determinar ni siquiera la potencia de señal.

Grupo de frecuencia	Potencia Real	Potencia Correlograma	Potencia Bartlett	Potencia Blacmann Tukey	Poencia Welch
Frec 3	0.01286	0.0006265	0.0003136	0.0004524	0.0003935
Frec 16	0.001593	4.058e-6	1.035e-6	3.396e-6	3.212e-6

CONCLUSIONES

Se han expuesto los principales métodos de estimación espectral, aplicando cada uno de ellos a las dos frecuencias extremas presentes en la señal que nos ocupa en este proyecto. El resultado es que no se obtienen espectros muy fiables: primero, porque la varianza es grande (puesta de manifiesto sobre todo a frecuencia 16); segundo, porque la disminución de esa varianza se realiza a coste de resolución en frecuencia; y tercero, porque en absoluto aciertan a dar con el espectro del ruido que es decreciente con la frecuencia alcanzando su máximo en continua.

Quiero poner de manifiesto que elegir los parámetros para una estimación correcta no es sencillo. Entre la gran variedad de combinaciones posibles habrá que elegir la ventana para la autocorrelación que tenga una menor anchura espectral para no perder resolución (lo cual implica que deberemos coger más muestras), pero lo suficientemente selectiva como para no introducir demasiada varianza en el cálculo. En esta tarea de estrechar el lóbulo principal del espectro de la ventana nos puede ayudar no sólo su longitud sino también su forma siendo preferibles formas suaves como las ventanas de coseno alzado de Hamming o Hanning a ventanas más abruptas como la rectangular o la triangular.

El número de trozos, la longitud de los mismos y el grado de solapamiento están estrechamente vinculados. Habrá veces en las que para conseguir un alto número de trozos a promediar tengamos que permitir un alto grado de solapamiento para que cada uno de los trozos tenga una longitud mínima definida por el diseñador. Este alto solapamiento hará que la varianza no disminuya en un factor de K sino en una cifra menor.

Por último, se puede concluir diciendo que estos métodos no se adaptan bien a las frecuencias más altas en las que se disponen entre 30 y 40 muestras, y que en ningún momento han dado una estimación aproximada del espectro real de la señal (ver sección 7.2.3). Así que tendremos que recurrir a otros métodos que hayan probado su buen hacer en este tipo de situaciones a lo largo de la literatura sobre el tema.

7.2.2. MÉTODOS PARAMÉTRICOS

Los métodos paramétricos siguen una filosofía distinta a los clásicos, en aquellos se disponía de una señal a la que se le intentaba determinar del mejor modo posible su espectro transformando de alguna manera su función de autocorrelación. En los métodos paramétricos el objetivo es otro, se trata de producir un sistema con una función de transferencia tal y excitado por ruido blanco de tal potencia que el espectro de la salida reproduzca del mejor modo posible el espectro buscado de la señal. Se demuestra que cualquier proceso estocástico estacionario y regular puede ser modelado por un filtro lineal invariante en el tiempo atacado por una fuente de ruido blanco ([1] capítulos 8 y 9), con lo que la consecución del objetivo está asegurada teóricamente.

En este capítulo se abordará el método paramétrico más sencillo posible. Se trata de un modelo de filtro en el que tan sólo se define el denominador, obteniendo así un sistema “todo polo” o AR. Parece que no es un modelo muy descabellado pues debemos reproducir espectros formados básicamente por picos dentro de una curva decreciente, no hay depresiones (en los que los modelos MA son más apropiados) ni largas zonas planas (en las que habría que emplear un filtro ARMA).

Así, la estimación del espectro se reduce a determinar los coeficientes del filtro y la potencia de ruido blanco con que deberemos excitar al sistema para que el espectro de salida reproduzca lo más fielmente posible el espectro de la señal. Podemos adelantar que está más que demostrada la eficacia de esta técnica paramétrica en la estimación de espectros de los que se dispone pocas muestras en el tiempo, pero que en este caso concreto la estimación AR del proceso no genera resultados muy alentadores.

En las subsecciones siguientes expondremos el planteamiento del problema y las soluciones propuestas por cada uno de los métodos. No entraremos en detalles de demostración de los mismos ya que esto se escapa a las pretensiones de este proyecto, me refiero a la bibliografía para ampliar los resultados aquí relacionados.

7.2.2.1. PREDICCIÓN LINEAL AR

Aunque, en principio, parece un problema aparte del objetivo final perseguido se trata de un importante ejercicio que servirá de antesala a la cuestión del modelado de señal. La predicción lineal AR se plantea si seremos capaces de

determinar la muestra actual de una serie temporal a partir de la observación de las muestras anteriores de la serie. Precisamente el nombre de AR (AutoRegresivo) viene de esta propiedad de estimar el valor actual en función de observaciones anteriores.

Matemáticamente se puede expresar como el problema de encontrar los coeficientes a_i tales que se cumpla

$$x(n) = -a_1 x(n-1) - a_2 x(n-2) - \ldots - a_P x(n-P)$$

el error vendrá determinado por

$$\varepsilon(n) = x(n) - x(n) = x(n) + a_1 x(n-1) + a_2 x(n-2) + \ldots + a_P x(n-P)$$

Estas expresiones se pueden escribir de manera más compacta utilizando vectores

$$\mathbf{x}(n) = \begin{bmatrix} x(n-P) \\ x(n-P+1) \\ \ldots \\ x(n) \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{x}}(n) = \begin{bmatrix} x(n) \\ x(n-1) \\ \ldots \\ x(n-P) \end{bmatrix} \quad y \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \ldots \\ a_P \end{bmatrix}$$

donde la operación denotada como tilde representa la inversión de arriba a abajo del vector (esa operación aplicada a una matriz gira la matriz de arriba a abajo, y de izquierda a derecha al mismo tiempo). La nueva expresión para el error será

$$\varepsilon(n) = \mathbf{a}^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{x}}(n)$$

Llamaremos $\sigma_\varepsilon^2 = E\left\{ |\varepsilon(n)|^2 \right\}$ a la varianza del error. Para determinar los coeficientes a_i aplicaremos el principio de ortogonalidad que pide ([1] capítulo 8) que

$$E\left\{ x(n-i)\varepsilon^*(n) \right\} = 0 \quad para\ i=1, 2, \ldots, P$$
$$E\left\{ x(n)\varepsilon(n) \right\} = \sigma_\varepsilon^2$$

o lo que es lo mismo

$$E\left\{\tilde{\mathbf{x}}(n)\varepsilon(n)\right\}=\begin{bmatrix}\sigma_\varepsilon^2\\0\\\dots\\0\end{bmatrix}$$

desarrollando la definición del error en la fórmula anterior, se llega a ([1] capítulo 8)

$$E\left\{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}^{*T}\right\}\mathbf{a}=\tilde{\mathbf{R}}_x\mathbf{a}=\begin{bmatrix}R_x(0) & R_x(1) & \dots & R_x(P)\\ R_x(-1) & R_x(0) & \dots & R_x(P-1)\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ R_x(-P) & R_x(-P+1) & \dots & R_x(0)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\a_1\\\dots\\a_P\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sigma_\varepsilon^2\\0\\\dots\\0\end{bmatrix}$$

Resolviendo el anterior sistema de ecuaciones, llamado de Yule-Walker, se llega al valor de cada coeficiente del filtro así como de la potencia del error de estimación.

7.2.2.2. MODELADO AR EN FUNCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN

No sólo se demuestra que cualquier proceso estocástico regular y estacionario puede ser modelado por un sistema LTI excitado por ruido blanco sino que además se comprueba ([1] capítulo 10) que dicho sistema puede ser un filtro de función de transferencia del estilo de

$$H(z) = \frac{1}{A(z)}$$

El problema de predicción lineal nos facilita un método para calcular dicho filtro. En el apartado anterior vimos cómo se generaba un error de predicción a partir de una señal de entrada x(n).

$$\varepsilon(z) = (1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + ... + a_P z^{-P}) x(z) = A(z) x(z)$$

Este sistema está representado en la figura 7.8

Fig. 7.8: Sistema para predicción lineal

Sin embargo, podemos dar la vuelta a la ecuación y modelar x(z) como una función de un ruido blanco incorrelado con la señal de la misma potencia que el error de predicción.

$$x(z) = \frac{1}{A(z)} w(z)$$

Filtro cuya función de transferencia tiene P polos y un cero de orden P en el origen, de ahí su nombre de “todo polo”. La expresión en el dominio del tiempo para la muestra actual sería

$$x(n) = -a_1 x(n-1) - a_2 x(n-2) - ... - a_P x(n-P) + w(n)$$

que es la expresión temporal del error de predicción en la que se ha despejado la muestra x(n) y sustituido ε(n) por w(n).

Fig. 7.9: Sistema para modelado de señal

Ya tenemos perfectamente definida la manera de determinar el filtro y la potencia de ruido con que deberemos excitarlo para modelar la señal de entrada. Y si hemos modelado la señal de entrada también habremos modelado su densidad espectral de potencia que valdrá

$$S_x(w) = \left| \frac{1}{A(w)} \right|^2 \sigma_w^2$$

Decir que si la matriz de correlación implicada en el sistema de ecuaciones es construida con una función de autocorrelación definida positiva entonces se demuestra ([1] capítulo 8) que los polos caen todos dentro del círculo unidad, es decir, el filtro 1/A(z) es de fase mínima. Aspecto, éste último, importantísimo a la hora de asegurar la estabilidad del sistema. De los dos estimadores de función de autocorrelación conocidos tan sólo el sesgado es definido positivo por lo que será éste el que se utilice a la hora de plantear el sistema.

Respecto al orden a elegir para el filtro diremos que existen diversas aproximaciones como el criterio de información teórica de Akaike (AIC), criterio de transferencia autoregresiva de Parzen (CAT), el error final de predicción de Akaike (FPE), y la mínima longitud de descripción de Schwartz y Rissanen (MDL). En concreto, nosotros no utilizaremos ninguno de estos criterios sino que nos basaremos en un hecho mucho más simple: en el modelado AR de un proceso real AR, es decir, que de verdad se ajuste a un modelado autoregresivo, existe un límite para la potencia del error de predicción por debajo del cual no se puede bajar por mucho que aumentemos el orden del filtro. Mientras no se alcance dicho límite podremos elevar el orden del mismo que estaremos modelando mejor el proceso. El orden del filtro adecuado será aquel a partir del cuál se deje de disminuir la potencia del error de predicción.

Queda, por último, decir que este planteamiento de adivinar la muestra actual utilizando muestras a su izquierda se puede extender a un modelo anticausal en el que se estime a partir de únicamente P muestras a su derecha. Las fórmulas resultantes son totalmente paralelas a las aquí encontradas y tendrán especial importancia en el desarrollo de métodos de resolución del sistema de ecuaciones planteado como el de Levinson, el método de la covarianza modificado o el de Burg.

RESOLUCIÓN DE LEVINSON

En el caso particular de que el sistema de Yule-Walker coincida con una matriz de Toeplitz (todos los elementos en la misma diagonal con el mismo valor, y simetría respecto a la diagonal principal, cosa que ocurre en el caso de tratarse de la autocorrelación de una señal real) Levinson propone una técnica de resolución iterativa del sistema. Para ello, se parte de 3 vectores iniciales y se van construyendo poco a poco los modelos de diferentes órdenes (1, 2, ..., P). Esta técnica posee la ventaja adicional de que podemos parar en el momento que queramos porque tendremos un modelo mejor o peor de la señal. Además, va evaluando para cada modelo encontrado la bondad de su ajuste.

La resolución del sistema tiene en cuenta que el sistema anticausal correspondiente a la predicción de derecha a izquierda es el mismo, en el caso de coeficientes reales, que de izquierda a derecha. Así, pues, se producirá una acción equiparable a la conseguida por el método de Burg o de la covarianza modificado en el que se tratan de minimizar los errores de predicción en ambos sentidos. La deducción exacta del algoritmo se encuentra en [1] capítulo 8.

Se irá trabajando con los vectores **r** y **a** subindicados con el número de la iteración actual, su constitución exacta será

$$\mathbf{r}_p = \begin{bmatrix} R_x[1] \\ R_x[2] \\ \dots \\ R_x[p] \\ R_x[p+1] \end{bmatrix} \qquad \mathbf{a}_p = \begin{bmatrix} 1 \\ a_1^{(p)} \\ \dots \\ a_{p-1}^{(p)} \\ a_p^{(p)} \end{bmatrix}$$

Inicialmente se parte de

$$\mathbf{a}_0 = 1$$
$$\mathbf{r}_0 = R_x(1)$$
$$\sigma_0^2 = R_x(0)$$

y el paso recursivo

$$\gamma_p = \frac{\mathbf{r}_{p-1}^t \tilde{\mathbf{a}}_{p-1}}{\sigma_{p-1}^2}$$

$$\mathbf{a}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{p-1} \\ --- \\ 0 \end{bmatrix} - \gamma_p \begin{bmatrix} 0 \\ --- \\ \tilde{\mathbf{a}}_{p-1} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_p^2 = (1 - |\gamma_p|^2)\sigma_{p-1}^2$$

Al coeficiente gamma se le conoce con el nombre de coeficiente PARCOR (de correlación parcial) o coeficiente de reflexión. Su módulo, según se ve en la última ecuación, da una idea de cuánto se reduce el error de predicción en esta iteración respecto al modelo obtenido en la iteración anterior. Hay un teorema que dice que si el módulo de todos los coeficientes gamma que hayan aparecido en la recursión es menor que 1 entonces el filtro construido es estable.

Como se deduce de las ecuaciones, en cada iteración tenemos un conjunto de coeficientes como filtro y una potencia de ruido de entrada que modela a la señal. Observando los cambios en estos parámetros podemos decidir el momento en que dejar el algoritmo quedándonos con su último modelo.

En este punto no haremos todavía comparativas entre métodos ni estableceremos niveles de eficiencia de cada uno de ellos. Dejaremos ese asunto para la aplicación práctica del modelado AR a la señal mamográfica en este mismo capítulo. Aunque sí podemos adelantar que se trata de una resolución del sistema de lo más eficiente (del orden de P^2 operaciones).

SPLIT LEVINSON

Realizando una reordenación de los vectores implicados en la resolución del sistema de Levinson, definiendo alguno que otro y aplicando propiedades de los vectores se llega a una nueva formulación del método recursivo ([1] capítulo 8) que disminuye el número de operaciones en gran medida si el orden del predictor es relativamente alto.

Los vectores utilizados para la resolución del sistema carecen de sentido físico, a diferencia del método de

Levinson en el que claramente se interpretaba cada uno de ellos. La idea principal es basarse en un vector simétrico tal que

$$\mathbf{s}_p = \tilde{\mathbf{s}}_p$$

para el que no habrá que realizar la mitad de las operaciones puesto que ya las tendremos realizadas para la primera mitad del vector. Se parte inicialmente de

$$\tau_0 = R_x[0]$$
$$\mathbf{s}_0 = [2]$$
$$\mathbf{s}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

y el paso de recursión

$$\tau_p = \sum_{k=0}^{p} R_x[k] s_k^{(p)}$$
$$\alpha_p = \frac{\tau_p}{\tau_{p-1}}$$
$$\mathbf{s}_{p+1} = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{s}_p \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{s}_p \end{bmatrix} \right) - \alpha_p \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{s}_{p-1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Continuaremos aplicando el paso recursivo hasta llegar al orden elegido para el filtro, entonces deberemos calcular los parámetros del modelo desde estos vectores de trabajo por medio de las ecuaciones de fácil resolución

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_p \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 - 1 \\ a_2 - a_1 \\ \dots \\ a_p - a_{p-1} \\ -a_p \end{bmatrix} = \mathbf{s}_{p+1} - \frac{\sum(\mathbf{s}_{p+1})}{\sum(\mathbf{s}_p)} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{s}_p \end{bmatrix})$$

$$\sigma_P^2 = \frac{\sum(\mathbf{s}_{p+1})}{\sum(\mathbf{s}_p)} \tau_P$$

7.2.2.3. MODELADO AR EN FUNCIÓN DE LOS DATOS

Los dos métodos anteriores calculan un modelo a la señal a través de la función de autocorrelación de la misma. Sin embargo, no es necesario pasar directamente por la estimación de la matriz de autocorrelación. Los métodos descritos dentro de esta subsección lo hacen de una manera indirecta. Se basan en desarrollar el modelado AR a partir de un caso particular de filtrado óptimo ([1] capítulo 8).

Volvamos al problema de predicción lineal, recordemos que la expresión de la estimación de la muestra actual era

$$x(n) = -a_1 x(n-1) - a_2 x(n-2) - \ldots - a_P x(n-P)$$

Si deseásemos evaluar este estimador desde una muestra n_i hasta otra n_f podríamos hacerlo a través del siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{bmatrix} \hat{x}(n_i) \\ \hat{x}(n_i+1) \\ \ldots \\ \hat{x}(n_f) \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} x(n_i-1) & x(n_i-2) & \ldots & x(n_i-P) \\ x(n_i) & x(n_i-1) & \ldots & x(n_i-P+1) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x(n_f-1) & x(n_f-2) & \ldots & x(n_f-P) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \ldots \\ a_P \end{bmatrix}$$

esquema que se corresponde con un problema de filtrado de Wiener con mínimos cuadrados. El sistema puede ser modelado como la minimización de la potencia de error de predicción según

$$S = \sum_{n=ni}^{nf} \left| e[n] \right|^2$$

cuyo sistema de ecuaciones de mínimos cuadrados asociado es

$$-\mathbf{X}_1 \mathbf{a}' \overset{ls}{=} \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} x(n_i) \\ x(n_i+1) \\ \ldots \\ x(n_f) \end{bmatrix}$$

con solución ([1] capítulo 7)

$$\mathbf{a}' = -\mathbf{X}_1^{+}\mathbf{x}_0$$

donde el operador '+' representa la pseudoinversa de Moore-Penrose definida como

$$\mathbf{X}^{+} = (\mathbf{X}^{*T}\ \mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{*T}$$

Operando un poco sobre la definición del error de predicción y aplicando el teorema de ortogonalidad se llega al sistema

$$(\mathbf{X}^{*T}\ \mathbf{X})\mathbf{a} = \begin{bmatrix} S \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

donde

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \dots \\ a_P \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x(n_i) & x(n_i-1) & x(n_i-2) & \dots & x(n_i-P) \\ x(n_i+1) & x(n_i) & x(n_i-1) & \dots & x(n_i-P+1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x(n_f) & x(n_f-1) & x(n_f-2) & \dots & x(n_f-P) \end{bmatrix}$$

y S es la suma de los errores cuadráticos por lo que

$$S = (n_f - n_i + 1)\sigma_{\varepsilon P}^2$$

La matriz de coeficientes del sistema recibe el nombre de matriz de correlación. Como se ve, se ha vuelto a dar una versión de las ecuaciones de Yule-Walker aunque esta vez en función de matrices que no mencionan para nada a la función de autocorrelación ni tienen por qué coincidir con ésta. Este sistema no mantiene, en general, la simetría Toeplitz del sistema de ecuaciones con lo que no puede resolverse por medio herramientas potentes como la recursión de Levinson.

MÉTODO DE LA AUTOCORRELACIÓN

Esta técnica particulariza el desarrollo anterior para n_i=0 y n_f=N_S+P-1, donde N_S es el número de muestras conocidas de la señal. La matriz X queda

$$\mathbf{X}=\begin{bmatrix} x[0] & 0 & \dots & 0 \\ x[1] & x[0] & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x[P] & x[P-1] & \dots & x[0] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x[N_S-1] & x[N_S-2] & \dots & x[N_S-P-1] \\ 0 & x[N_S-1] & \dots & x[N_S-P] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & x[N_S-1] \end{bmatrix}$$

en la que se ve que se extiende la señal con ceros por los lados, esto no es demasiado correcto puesto que se está tratando de predecir una muestra a partir de ceros ficticios y predecir ceros ficticios a partir de muestras.

En este caso concreto, la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones de Yule-Walker sí que adopta una forma de Toeplitz con lo que se podrá aplicar la recursión de Levinson para resolver el sistema.

MÉTODO DE LA COVARIANZA

El nombre del método es un tanto desafortunado puesto que no está relacionado en absoluto con la covarianza de la señal. Esta vez, se particulariza el desarrollo para n_i=P y n_f=N_S-1. La matriz X será, por tanto,

$$\mathbf{X}=\begin{bmatrix} x[P] & x[P-1] & \dots & x[0] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x[N_S-1] & x[N_S-2] & \dots & x[N_S-P-1] \end{bmatrix}$$

y la matriz de correlación resultante es semidefinida positiva pero no Toeplitz. El sistema calculado no tiene por qué ser de fase mínima, es decir, el modelo puede ser inestable. Sin embargo, es raro que se dé este caso de inestabilidad y normalmente se prefiere este método al anterior puesto que no obliga a extender la señal con ceros que realmente no pertenecen a ella.

7.2.2.4. MODELADO AR CON PREDICCIÓN HACIA ATRÁS

En teoría se ha comentado que el predictor hacia atrás es el mismo, en el caso de señal real, que hacia adelante. En la realidad no son exactamente iguales, y tienen errores de predicción distintos en ambos sentidos. Sería, pues, conveniente traducir los resultados expuestos en la sección 7.2.2.3 en la que se expresaba el problema de la predicción lineal AR hacia adelante como función únicamente de los datos de entrada, a un nuevo conjunto de expresiones en el que se obtenga el predictor en el otro sentido.

El resultado es que el sistema asociado es ([1] capítulo 8)

$$(\tilde{\mathbf{X}}^{*T}\ \tilde{\mathbf{X}})\mathbf{a} = \begin{bmatrix} S^b \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

donde las únicas diferencias son el doble giro respecto a los dos ejes de la matriz X y que el error calculado será el de predicción hacia atrás (superíndice ‘b’). Se mantiene en la expresión el resultado teórico de que el filtro debe ser el mismo.

MÉTODO MODIFICADO DE LA COVARIANZA

Se puede modificar el método de la covarianza de manera que tenga en cuenta la doble direccionalidad de predicción. Las ventajas de este enfoque son dos: evita tener que decidirnos entre el filtro hacia adelante y el hacia atrás, al mismo tiempo que duplica el número de muestras de trabajo, con lo que se disminuye la varianza del modelo.

El objetivo del método es minimizar los errores tanto adelante como hacia atrás según

$$S = \sum_{n=P}^{N_s-1} (\left|e[n]\right|^2 + \left|e^b[n]\right|^2)$$

El sistema asociado a este planteamiento es

$$(\mathbf{X}^{*t}\mathbf{X} + \tilde{\mathbf{X}}^{t}\tilde{\mathbf{X}}^{*})\mathbf{a} = \begin{bmatrix} S \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

siendo X la misma matriz que en el método de la covarianza. La matriz de correlación no es Toeplitz pero sí tiene una simetría especial que permite su resolución rápida (aunque en este proyecto no se ha implementado esta versión). Hay que tener cuidado con el valor de S que ahora ya no es la suma de los errores cuadráticos del número de muestras comprendidas entre n_i y n_f, sino el doble de este valor al comprender el doble de muestras.

$$S = 2(n_f - n_i + 1)\sigma_{\varepsilon P}^2$$

MÉTODO DE MÁXIMA ENTROPÍA: BURG

El método de Burg llamado de máxima entropía se basa en modelado AR, como parte del método Burg desarrolló un algoritmo recursivo ([1] capítulo 8) para resolver iterativamente algo parecido a la covarianza modificada. Su idea es parecida a la recursión de Levinson: en cada momento se calcula un filtro, cada vez de mayor orden, en el que se minimiza el error de predicción en ambos sentidos, es decir,

$$S_P = \sum_{n=P}^{N_s-1}(\left|e_P[n]\right|^2 + \left|e_P^b[n]\right|^2)$$

Se definen los vectores de error en cada sentido, que adoptarán valores diferentes según la etapa de recursión en que nos encontremos

$$\mathbf{e_p^f} = \begin{bmatrix} e_p[p+1] \\ e_p[p+2] \\ \cdots \\ e_p[N_S-1] \end{bmatrix} \quad y \quad \mathbf{e_p^b} = \begin{bmatrix} e_p^b[p+1] \\ e_p^b[p+2] \\ \cdots \\ e_p^b[N_S-1] \end{bmatrix}$$

Las condiciones iniciales

$$\begin{bmatrix} \text{x} \\ --- \\ \mathbf{e_0^f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e_0^b} \\ --- \\ \text{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \cdots \\ x[N_S-1] \end{bmatrix}$$

y el paso de recursión

$$\gamma_p = \frac{2(\mathbf{e}^{\mathbf{f}}_{\mathbf{p-1}})^{*t}\,\mathbf{e}^{\mathbf{b}}_{\mathbf{p-1}}}{\left\|\mathbf{e}^{\mathbf{f}}_{\mathbf{p-1}}\right\|^2 + \left\|\mathbf{e}^{\mathbf{b}}_{\mathbf{p-1}}\right\|^2}$$

$$\begin{bmatrix} \text{x} \\ --- \\ \mathbf{e}^{\mathbf{f}}_{\mathbf{p}} \end{bmatrix} = \mathbf{e}^{\mathbf{f}}_{\mathbf{p-1}} - \gamma^{*}_{p}\mathbf{e}^{\mathbf{b}}_{\mathbf{p-1}}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}^{\mathbf{b}}_{\mathbf{p}} \\ --- \\ \text{x} \end{bmatrix} = \mathbf{e}^{\mathbf{b}}_{\mathbf{p-1}} - \gamma_{p}\mathbf{e}^{\mathbf{f}}_{\mathbf{p-1}}$$

Como se ve en el algoritmo sólo se calculan los coeficientes gamma, habrá que calcular los valores del filtro y de la potencia de ruido de entrada a través de las fórmulas de Levinson.

7.2.2.5. RESUMEN

A lo largo de las últimas páginas se ha presentado la teoría necesaria para el desarrollo de un modelado AR de los diferentes grupos de frecuencia presentes en la mamografía. Se han expuesto multitud de métodos, cada uno aborda el problema desde una orientación distinta pero todos deberían dar resultados concordantes. Destacan de entre ellos por su concepción el método de Levinson que resuelve rápidamente las ecuaciones de Yule-Walker cuando se plantean en función de la autocorrelación, y el de Burg que hace lo propio cuando se plantean en función de los datos. Ambos métodos tienen en cuenta que el sistema de predicción hacia adelante es el mismo que hacia atrás y tratan de minimizar los errores producidos en sendos sentidos. Habrá que tener cuidado con el método de Burg y posibles inestabilidades del sistema, que aunque son raras pueden darse al ser una derivación del método de la covarianza. No debemos caer en la falacia de que el método de Levinson es mucho más rápido que el de Burg puesto que en el de Levinson hay que calcular previamente la función de autocorrelación, paso que Burg obvia y trabaja directamente con los datos.

7.2.2.6. POTENCIA DE RUIDO POR FILTRADO INVERSO

Es éste un concepto no sólo aplicable al modelado AR sino a todos los modelos de serie temporal en general, no así a los modelos de identificación. En el caso AR los algoritmos para calcular el modelo del filtro generan también la potencia de ruido con que se deben excitar los mismos para constituir un modelo de la señal. Pero, en general, esto no es así. Esta técnica sirve para calcular dicha potencia. Nosotros la utilizaremos como mera comprobación de que se están realizando las cosas bien.

Supongamos que tenemos un filtro definido por una función de transferencia que sabemos es modelo de la señal x(n) pero que desconocemos la potencia de ruido con que deberemos excitarlo (figura 7.9 superior). Una posibilidad es invertir el filtro y filtrar la propia señal modelada, de manera que la salida del filtro tiene la potencia de ruido blanco que deberemos aplicar en el modelo.

Fig. 7.9: Sistemas para filtrado inverso

La demostración de este hecho se encuentra en que para el sistema de la izquierda se cumple que

$$S_x(w) = \left|\frac{B(w)}{A(w)}\right|^2 \sigma_w^2$$

de donde despejando el valor de la potencia desconocida tenemos que

$$\sigma_w^2 = \left|\frac{A(w)}{B(w)}\right|^2 S_x(w) = \frac{\sum_n |y(n)|^2}{N_s}$$

donde la primera igualdad representa la potencia de aplicar el filtro inverso al del modelo a la señal de entrada x(n), y(n) no es otra cosa que la expresión temporal de dicho filtro.

En nuestro caso de modelos AR, se reduce a filtrar la señal de entrada con el filtro A(z), pero eso ya sabíamos del desarrollo sobre predicción lineal que era la expresión de la potencia de error de predicción. En el proyecto comprobaremos que la potencia de error dada por los algoritmos de modelado se aproxima a la evaluada por este método directo. Es normal que no coincidan exactamente puesto que la que midamos así no es más que una realización de un proceso estocástico mientras que los métodos de modelado trabajan directamente con la función de correlación, o una matriz que la representa, por lo que se abstraen algo más de la realización concreta de la señal de entrada con que estemos trabajando en este momento.

7.2.2.7. PREDICCIÓN BIDIRECCIONAL

En materia de predicción sobre señales de las que se disponen de todas las muestras, o al menos de un buen trozo, como es el caso de las imágenes, no tenemos por qué restringirnos a una predicción de la muestra actual basándonos únicamente en muestras situadas a su izquierda (como ocurre en un campo de predicción causal), podemos utilizar muestras a su derecha. No se ha demostrado, pero sí comentado, que el filtro de predicción anticausal es el mismo, en el caso real, que el causal. Razonadamente es lógico, el filtro depende únicamente de los parámetros

estadísticos de la señal por lo que da igual el sentido en que predigamos.

La técnica de predicción bidireccional consistiría en producir unas estimaciones con el filtro utilizado de izquierda a derecha, estimar utilizando el filtro en el sentido contrario y promediar ambas salidas. He comprobado la mejora de predicción llegando, incluso, a tener una potencia de error de predicción hasta 4 veces menor.

Pero no nos engañemos, ese no es el modelo de la señal: el filtro correspondiente al modelo seguirá siendo el mismo y no podemos excitarlo con una potencia 4 veces menor que con la que deberíamos. Estamos buscando estimar el espectro de la señal de entrada y ese espectro necesita que la potencia que excita al filtro sea la proporcionada por el algoritmo y no otra, aunque podamos disminuir el error de predicción utilizando una predicción bidireccional.

Conclusión, el modelo de la señal será el entregado por los algoritmos de modelado en el que corroboraremos la potencia de excitación con la potencia de ruido por filtrado inverso.

7.2.3. EL ESPECTRO ESPERADO

En esta sección trataremos de predecir cuáles van a ser los espectros a cada una de los grupos de frecuencia. Es importante que tengamos en mente qué debería salir para poder decidir con un cierto criterio la actuación de los métodos. Para generar estos espectros artificiales emplearemos los resultados de potencia de salida para el ideal del capítulo 6 y la distribución en frecuencia del ruido del capítulo 10.

La distribución de la potencia de ruido en frecuencia es ampliamente estudiada en el capítulo 10. Allí se propone un método para estimar las densidades espectrales de ruido a cualquier nivel de gris por medio de la interpolación de una familia de curvas. Aquí utilizaremos directamente aquellos resultados.

En la sección 6.2.3 se hace un estudio detallado de la potencia de señal presente en los grupos que corresponden únicamente a la respuesta al ideal. En la tabla allí expuesta, y que aquí reproduciremos para mayor comodidad, las potencias estaban modificadas por un factor correspondiente al filtro multirate allí empleado. Como aquí no se filtra deberemos de eliminar dicho

factor, en la sección 6.1.2 se extrajeron un conjunto de coeficientes que tenían en cuenta la presencia del filtro para la señal ideal. Aunque la salida de la película no sea comparable con el ideal pues ha perdido mucha de la información de los armónicos, aplicaremos aquellos mismos coeficientes a efectos de tener una idea de con qué valores del espectro nos estamos moviendo. Supondremos que la salida se corresponde con un tono puro de la frecuencia espacial correspondiente. De esta forma definidas, las estimaciones de potencia de señal están sobrevaloradas, es decir, en realidad los resultados serán peores que los aquí estimados.

La figura 7.10 muestra los espectros de potencia del ruido sobre fondo negro y blanco. Entre ellos dos se define una familia de espectros estimados que son estudiados en el capítulo 10. Se han dibujado unas cruces a las frecuencias de los grupos de pares actuando de deltas con amplitud la potencia de señal. En el mejor de los casos, sobre fondo blanco, las frecuencias por encima de 9 tienen todas menos potencia que el ruido en esa banda. E incluso la señal a frecuencia 9 está por debajo de su curva de ruido (no representada).

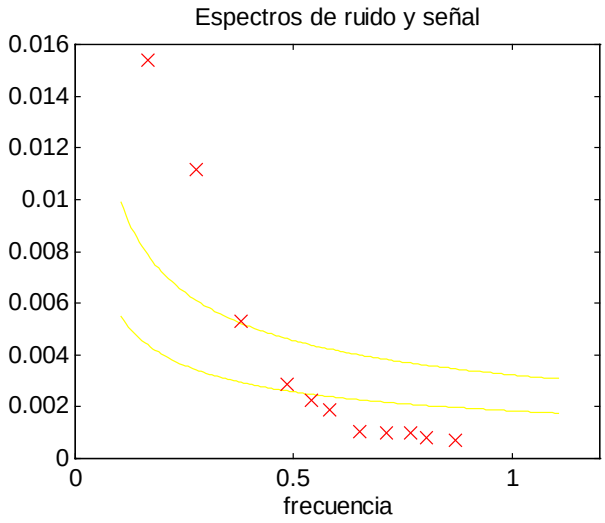


Fig. 7.10: Distribución en frecuencia del ruido sobre fondo negro, blanco y una estimación de la potencia de señal presente

Evaluemos la posible relación señal a ruido en cada uno de los grupos, dividamos la potencia de señal por la total de ruido presente en el grupo, sin tener en cuenta ningún tipo de filtro.

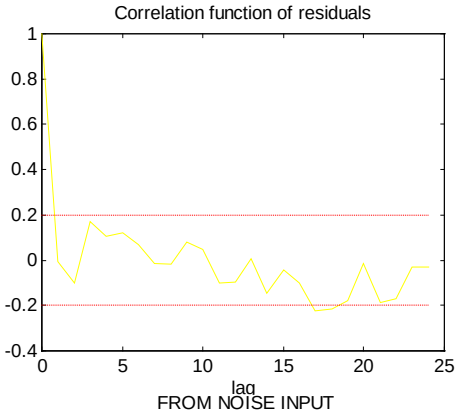
	SNR	SNR (dB)
Frec 3	6.4015250	18.56536
Frec 5	4.7473380	15.57584

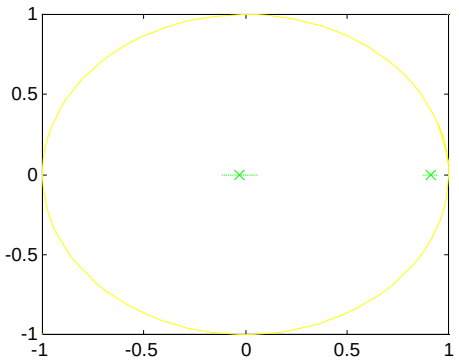
Frec 7	2.2829530	8.254696
Frec 9	1.2286130	2.058861
Frec 10	0.9739973	-0.263467
Frec 11	0.8047605	-2.172106
Frec 12	0.4412405	-8.181651
Frec 13	0.4078820	-8.967774
Frec 14	0.4120639	-8.865769
Frec 15	0.3407289	-10.76668
Frec 16	0.2978232	-12.11255

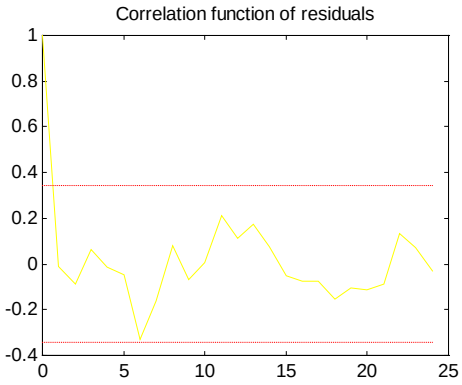
Estas relaciones señal a ruido están sobrestimadas, nuestros grupos tendrán estas cifras como cota superior. Como se ve la potencia de ruido viene a ser comparable a la de señal desde la frecuencia 9, llegando a ser mucho mayor que ella a frecuencias más altas. Esto como se verá en la sección siguiente representa un claro impedimento al modelado AR.

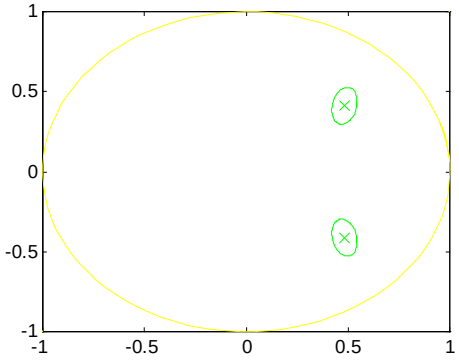
ESTUDIO DEL DIAGRAMA POLO-CERO

Cuando se calcula el modelo AR a un grupo de pares de línea siempre se tendrá una cierta incertidumbre sobre la posición de los polos del sistema encontrado. Otro asunto muy relacionado que podemos examinar es la confianza que tenemos en que el modelo propuesto efectivamente represente al proceso aleatorio que nos ocupa. Este último aspecto se lleva a cabo observando la función de autocorrelación del error residual y comprobando que se encuentra dentro de la banda de confianza al 99%, es decir, si la función se encuentra dentro de la banda podemos afirmar con un 99% de certeza que el modelo AR define de alguna manera a la señal.


Correlation function of residuals
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
0
5
10
15
20
25
lag


FROM NOISE INPUT
1
0.5
0
-0.5
-1
-1
-0.5
0
0.5
1


Correlation function of residuals
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
0
5
10
15
20
25
lag


FROM NOISE INPUT
1
0.5
0
-0.5
-1
-1
-0.5
0
0.5
1

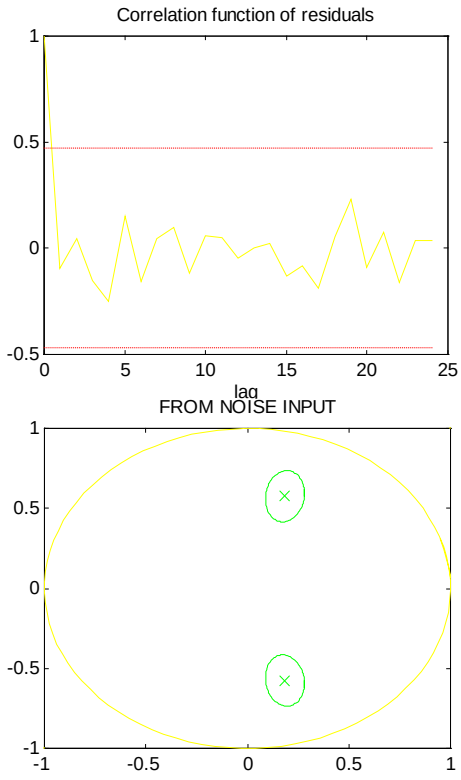


Fig. 7.14: Autocorrelación de los residuos y diagramas polo-cero para el modelo AR a las frecuencias espaciales 3, 9 y 16

Tanto la función de autocorrelación como el diagrama polo-cero son absolutamente razonables para todas las frecuencias. Nada hace pensar que habrá tanto movimiento de los polos con los cambios de línea como se verá en la siguiente fase.

ESTUDIO DE VARIANZA

Hemos comentado que la posición de los polos de los modelos AR de cada una de las líneas se mueven más que el pequeño margen de variación definido por las ecuaciones de incertidumbre en el estudio anterior del diagrama polo-cero. Podemos comprobar dicha afirmación en la figura siguiente, 7.15, en la que a frecuencia 3 la posición de los polos es razonable y a frecuencias más altas vemos como se dispara la varianza tanto de los dos polos complejos conjugados como en la aparición de modelos erróneos que tienen dos polos reales.

Es esta fortísima variación de los polos la que hace que el espectro promediado de la señal de salida tenga ese aspecto tan decrépito, no puede haber un pico claro de resonancia si los polos no ocupan una posición más o menos estable.

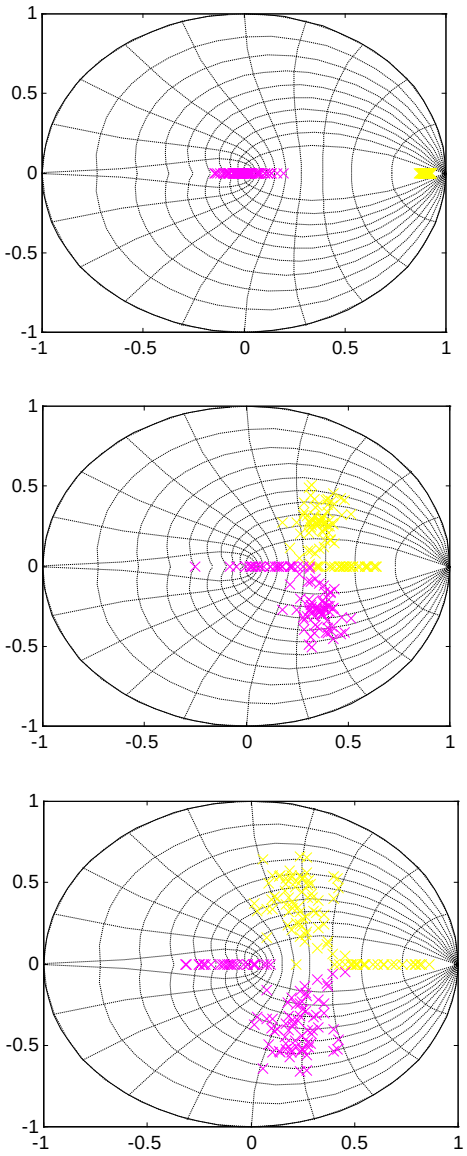


Fig. 7.15: Posición de los polos para 100 modelos AR a las frecuencias
espaciales 3, 9 y 16

CORRECCIÓN DE POTENCIA DE RUIDO

En la sección 6.2.3 vimos que la potencia de señal después de filtrar que obteníamos no sólo correspondía a la respuesta del sistema de adquisición de mamografías al ideal sino que también contenía parte de potencia correspondiente al ruido presente en la salida, para el cual estimábamos la potencia de ruido que había conseguido pasar el filtro.

Podemos trasladar aquel concepto y decir que la potencia del espectro en la banda de interés se corresponde una parte a potencia de la respuesta al ideal y otra parte a la potencia de ruido. En la sección 10.5 aprenderemos a modelar la potencia de ruido bajo cualquier condición. Ni que decir tiene que los resultados allí expuestos se corresponden únicamente a estimaciones de la potencia de ruido. Resulta imposible discernir con exactitud las dos fuentes de potencia y esta corrección sólo representa un intento de reproducir mejor la realidad. La tabla a continuación recoge las estimaciones de la potencia de ruido en banda para cada una de las frecuencias.

	Potencia de ruido en banda
Frec 3	0.00009154362
Frec 5	0.0000967527
Frec 7	0.0001165574
Frec 9	0.0001275759
Frec 10	0.0001394276
Frec 11	0.0001388201
Frec 12	0.0001478921
Frec 13	0.0001596536
Frec 14	0.0001537486
Frec 15	0.0001548574
Frec 16	0.0001707658

7.2.5. APLICACIÓN A LA SEÑAL FILTRADA

Durante el desarrollo del proyecto se propuso aplicar el modelo AR a la señal filtrada. De antemano se puede adelantar que es algo innecesario. Veíamos en el capítulo 4 que la señal filtrada prácticamente se correspondía con un tono, por lo que someterlo a un modelado AR que sirve para determinar su espectro es utilizar una técnica desproporcionada. Sabemos que su espectro se corresponderá con una delta a la frecuencia del tono, y que su modelo AR colocará el par de polos en el círculo unidad a la misma frecuencia que el tono.

Las siguientes gráficas para un grupo de frecuencia 9 acreditan las afirmaciones anteriores.

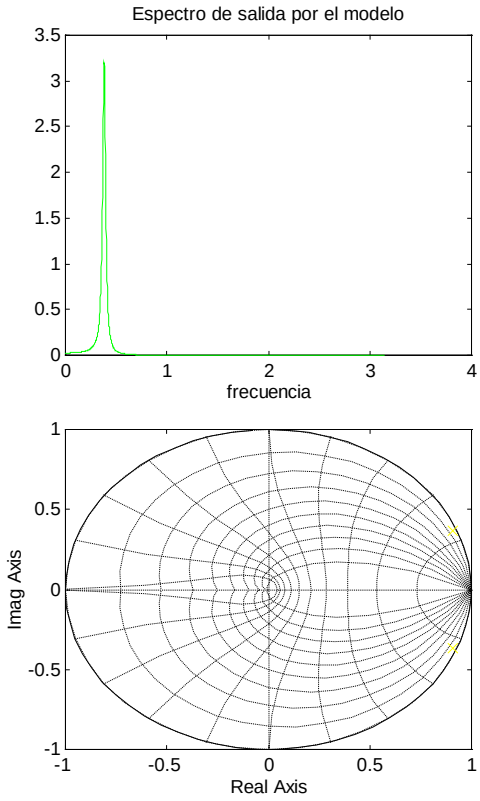


Fig. 7.16: Espectro de salida y diagrama de polos para un modelo AR(2) aplicado a la señal filtrada

No merece la pena aplicar un método tan complejo para estimar la potencia en la banda de interés cuando directamente podemos decir que vale la media de las muestras de la señal filtrada al cuadrado.

7.3. UN EJEMPLO

Aplicando la metodología desarrollada a lo largo del capítulo a la imagen ‘071’ completa se obtiene la siguiente función de transferencia.

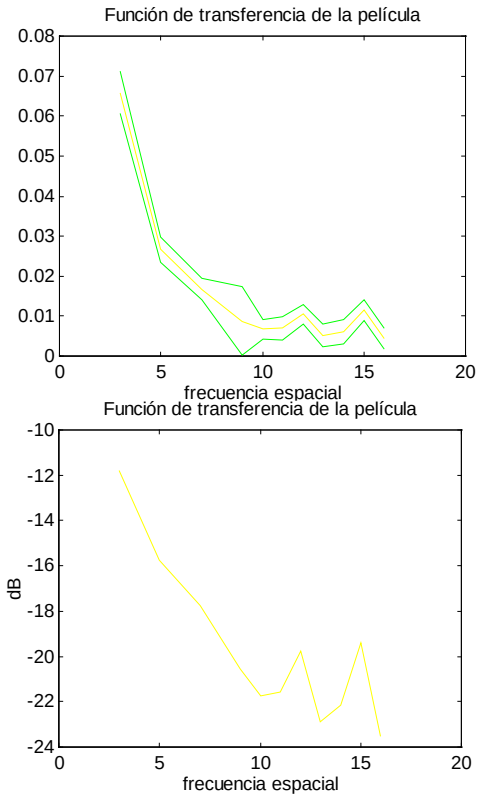


Fig. 7.17: Función de transferencia de la película en unidades lineales junto con su desviación típica (izquierda) y en unidades logarítmicas (derecha)

$\|H(w)\|^2$	Desviación típica	$\|H(w)\|^2$ (dB)
0.065718650	0.005283578	-27.22373
0.026677000	0.003132331	-36.23954
0.016750900	0.002790206	-40.89303
0.008795636	0.008609560	-47.33500
0.006725057	0.002538179	-50.01915
0.006926330	0.002837639	-49.72425
0.010513670	0.002478842	-45.55079
0.005135903	0.002814755	-52.71500
0.006072425	0.002982859	-51.03997
0.011520710	0.002622857	-44.63609
0.004470216	0.002600026	-54.10318

A frecuencia 9 por ejemplo se observa una fuerte varianza provocada por la existencia de multitud de modelos en los que se coloca erróneamente los polos en el eje real en vez de un par de polos complejos conjugados. Antes de esa frecuencia el modelo realmente consiste en esos polos reales y después el proceso de modelado se decanta más a favor de los polos complejos, pero justo a la frecuencia de transición entre ambos modelos la incertidumbre es mayor (unas veces se decide por una estructura de polos y otras por otra).

El método de estimación espectral claramente fracasa pues posee una fuerte varianza en la estimación de cada uno de los modelos (comentada en el apartado 7.2.4), proporciona una función de transferencia 10 veces menor que su valor real (aunque así todavía permitiría comparar películas), no aporta ninguna ventaja computacional, implementa un esquema muy simplificado del proceso que se está llevando a cabo, ... Además, el modelado AR no sólo tiene todos esos problemas sino que encima no es capaz de reproducir la función de transferencia en altas frecuencias: véase la falta de linealidad de la función de transferencia en escala logarítmica. Se puede comparar esta gráfica con las obtenidas por medio del cociente de potencias en el capítulo 6, o por medio de técnicas más completas de identificación de sistemas (capítulo 8).

8. IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS

8.0. INTRODUCCIÓN

El problema abordado por la identificación de sistemas es el de estimar un modelo de un sistema basándose en los datos observables a la salida y entrada. Es este aspecto de observabilidad de la entrada la que la diferencia fundamentalmente de un análisis de serie temporal (como el llevado a cabo en el capítulo 7). Allí determinábamos el esprectro de la

señal de salida, sin ningún conocimiento de la entrada, sino tan sólo basándonos en una excitación ruidosa; calculábamos teóricamente, por otro lado, la densidad espectral de potencia a la entrada y calculábamos el cociente entre ambas en aquellas zonas donde dicha división podía ser definida. El enfoque en este capítulo es diferente , si disponemos de la señal de entrada (o lo que suponemos era la entrada) ¿por qué no utilizarla para calcular la función de transferencia directamente?, aunque sólo sea un pequeño segmento de frecuencias.

La organización de este capítulo será la siguiente: primero, definiremos el modelo del sistema sobre el que trabajaremos; luego, determinaremos de un modo que se podría llamar clásico las variables, espectros y funciones implicadas; para finalizar haremos lo mismo pero desde un enfoque paramétrico.

La configuración básica de entrada/salida se dibuja en la figura posterior

Fig. 8.1: Esquema generalizado de sistema

donde u(t) es la entrada al sistema, y(t) la salida y v(t) un ruido no medible que perturba al sistema. Conocemos dichas señales entre t=1 y t=N, un total de N muestras. Supongamos que las 3 variables estén relacionadas por un sistema lineal, entonces podremos escribir

$$y(t) = G(q)u(t) + v(t)$$

Donde “q” es el operador desplazamiento cuya definición y propiedades son

$$q^{-1}u(t) = u(t-1)$$

$$G(q) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k}$$

$$G(q)u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)u(t-k)$$

La función de transferencia G(q) evaluada sobre el círculo unidad proporciona la función en frecuencia $G(e^{jw})$. Las propiedades del ruido no medible serán expresadas en términos de su (auto)espectro definido como

$$\phi_v(w) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} R_v(\tau) e^{-jw\tau}$$

donde $R_v(\tau)$ es la función de autocorrelación de v(t)

$$R_v(\tau) = E\{v(t)v(t-\tau)\}$$

Alternativamente la perturbación v(t) puede ser descrita como filtrado de un ruido blanco

$$v(t) = H(q)e(t)$$

en la que e(t) es ruido blanco de varianza λ. En este caso tenemos que

$$\phi_v(w) = \lambda \left| H(e^{jw}) \right|^2$$

Resumiendo una descripción temporal o paramétrica del proceso vendría dada por

$$y(t) = G(q)u(t) + H(q)e(t)$$

mientras que la descripción frecuencial del sistema sería determinada por

$$G(e^{jw}) \; y \; \phi_v(w)$$

8.1 IDENTIFICACIÓN FRECUENCIAL

En este apartado se tratará de calcular unos estimadores para la función de transferencia y el espectro del ruido por medio de una descripción frecuencial. Para una ampliación sobre los expresiones aquí mencionadas ver capítulo 6 de Ljung, 87.

8.1.1. EXPOSICIÓN TEÓRICA

OBTENCIÓN DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Definamos el estimador de función de transferencia empírico como

$$ETFE = \hat{G}_N^{'}(e^{jw}) = \frac{Y_N(w)}{U_N(w)}$$

Este estimador deberá ser una aproximación a la verdadera función de transferencia $G_0(e^{jw})$. Si muestreamos el espectro con un paso de frecuencia lo suficientemente pequeño, cada término de $\hat{G}_N^{'}(e^{jw_k})$ será una estimación insesgada e incorrelada de aproximadamente la misma constante $G_0(e^{jw_k})$ y de varianza

$$\frac{\phi_v(w_k)}{\left|U_N(w_k)\right|^2}$$

Podríamos mejorar la estimación a una frecuencia si promediásemos las estimaciones de la función de transferencia adyacentes

$$\hat{G}_N(e^{jw_0}) = \frac{\sum_{k=k_1}^{k_2} \alpha_k \hat{G}_N^{'}(e^{jw_k})}{\sum_{k=k_1}^{k_2} \alpha_k}$$

donde

$$\alpha_k = \frac{\left|U_N(w_k)\right|^2}{\phi_v(w_k)}$$

Cuando N, número de puntos en que se divida el espectro tienda a infinito, el sumatorio se convierte en integral, donde podemos sustituir los límites de suma por una convolución con una ventana en frecuencia centrada en $\xi = 0$ y con un parámetro γ de aspecto (discutido más tarde)

$$\hat{G}_N(e^{jw_0}) = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} W_\gamma(\xi - w_0)\alpha(\xi)\hat{G}_N^{'}(e^{j\xi})d\xi}{\int_{-\pi}^{\pi} W_\gamma(\xi - w_0)\alpha(\xi)d\xi}$$

Suponiendo que el espectro del ruido tampoco variara mucho en la pequeña banda dejada pasar por $W_\gamma(\xi)$ se puede decir que

$$\alpha(\xi) = \frac{\left|U_N(\xi)\right|^2}{\phi_v(w_0)}$$

por lo que finalmente el estimador de la función de transferencia queda

$$\hat{G}_N(e^{jw_0}) = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} W_\gamma(\xi - w_0)\left|U_N(\xi)\right|^2 \hat{G}_N'(e^{j\xi})d\xi}{\int_{-\pi}^{\pi} W_\gamma(\xi - w_0)\left|U_N(\xi)\right|^2 d\xi}$$

Pero es que el denominador de la expresión anterior es el promedio ponderado del periodograma. Conforme N tiende a infinito el periodograma tiende al verdadero espectro por lo que

$$\int_{-\pi}^{\pi} W_\gamma(\xi - w_0)\left|U_N(\xi)\right|^2 d\xi = \int_{-\pi}^{\pi} W_\gamma(\xi - w_0)\phi_u(\xi)d\xi = \hat{\phi}_u^N(w_0)$$

donde la última igualdad se deduce de suponer que el área bajo la ventana es 1 y que el ancho en frecuencia de la misma es lo suficientemente estrecho como para que el espectro del ruido no varíe.

Aplicando que

$$\hat{G}_N'(e^{j\xi}) = \frac{Y_N(\xi)}{U_N(\xi)}$$

en el numerador se llega a un resultado análogo por lo que finalmente el estimador de la función de transferencia queda como

$$\hat{G}_N(e^{jw_0}) = \frac{\hat{\phi}_{yu}^N(w_0)}{\hat{\phi}_u^N(w_0)}$$

donde ahora habrá que estimar las densidades espectrales de u y yu (cruzadas) a cada frecuencia como

$$\hat{\phi}_{yu}^N(w) = DFT_N(\hat{R}_{yu}(m))$$
$$\hat{\phi}_u^N(w) = DFT_N(\hat{R}_u(m))$$

y las funciones de autocorrelación se estiman de la manera habitual. γes un factor que define el espectro de las ventanas a aplicar. Por ejemplo, la ventana de Bartlett en el tiempo es

$$B(\tau) = 1 - \frac{|\tau|}{\gamma}$$

y su expresión frecuencial

$$W_\gamma(w) = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\gamma}\left(\frac{\text{sen}(\gamma w/2)}{\text{sen}(w/2)}\right)^2$$

OBTENCIÓN DEL ESPECTRO DE RUIDO

El modelo real del sistema viene dado por

$$y(t) = G_0(q)u(t) + v(t)$$

Una estimación del espectro de ruido sería

$$\hat{\phi}_v^N(w_0) = \int_{-\pi}^{\pi} W_\gamma(\xi - w_0)\left|V_N(\xi)\right|^2 d\xi$$

donde

$$V_N(\xi) = DFT_N(v(t))$$

pero es que v(t) no es conocido, pero sí podemos estimarlo con

$$\hat{v}(t) = y(t) - \hat{G}_N(q)u(t)$$

con lo que el nuevo estimador será

$$\hat{\phi}_v^N(w_0) = \int_{-\pi}^{\pi} W_\gamma(\xi - w_0)\left|Y_N(\xi) - \hat{G}_N(e^{j\xi})U_N(\xi)\right|^2 d\xi$$

que operando ([2] capítulo 6) y con las mismas suposiciones que en el desarrollo de la función de transferencia llegamos a

$$\hat{\phi}_v^N(w_0) = \hat{\phi}_y^N(w_0) - \frac{\left|\hat{\phi}_{yu}^N(w_0)\right|^2}{\hat{\phi}_u^N(w_0)}$$

8.1.2. APLICACIÓN

Ahora es el momento de aplicar las fórmulas anteriores para determinar unas aproximaciones a la función de transferencia del sistema y al espectro del ruido. Recordemos, primero, las cifras obtenidas en el capítulo 6 y 10 a objeto de tener por delante los resultados esperables.

Frecuencia	Media de la potencia de salida	Potencia de ruido	Potencia de ruido en banda después de filtrar	Media de la potencia de salida al ideal	$\|H(w)\|^2$
3	9,83	2,40119936	0,091543	9,738457	0.4469430
5	6,93	2,34914753	0,096752	6,833248	0.3443190
7	3,41	2,33076617	0,116557	3,293443	0.1720460
9	1,95	2,33763068	0,127576	1,822424	0.1005120
10	1,60	2,32998480	0,139428	1,460572	0.0640912
11	1,29	2,34257629	0,138820	1,151180	0.0512721
12	0,82	2,34543070	0,147892	0,672108	0.0321935
13	0,79	2,36415346	0,159654	0,630346	0.0293944
14	0,77	2,38499322	0,153749	0,616251	0.0283861
15	0,66	2,39818921	0,154857	0,505143	0.0227857
16	0,62	2,43156951	0,170766	0,449234	0.0213031

Construyendo una tabla parecida por medio de las fórmulas de la sección anterior para exactamente la misma imagen que compuso la tabla precedente (es decir, de las líneas 51 a 151 de la imagen ‘071’) tenemos que

Frecuencia	Media de la potencia de salida	Potencia de ruido	Potencia de ruido en banda	Media de la potencia de salida al ideal	$\|H(w)\|^2$
3	21,63802	2,432717	7,023356	14,614664	0,6289614
5	14,84197	2,138860	4,681347	10,160623	0,4148177
7	10,23491	2,034564	4,003690	6,231220	0,2614716
9	7,780267	1,924256	3,214572	4,565695	0,1814727
10	6,857778	1,861126	3,096370	3,761408	0,1547440
11	6,500662	2,252866	3,712208	1,151180	0,1270239
12	5,003372	1,713563	2,502315	2,501057	0,1010885
13	4,387458	1,604892	2,108201	2,279257	0,0843120
14	3,920408	1,786736	2,296243	1,624165	0,0629775
15	3,909349	1,684384	2,081187	1,828162	0,0648868
16	3,553988	1,750695	2,122184	1,431804	0,0521028

Veamos algunas gráficas sobre la función de transferencia y espectro de ruido en todo el eje de frecuencias cuando se realizan los cálculos sobre un grupo de frecuencia espacial determinado. En las representaciones siguientes hay 3 curvas que definen cada una de las gráficas, la central representa la estimación, mientras que las otras dos señalan el margen de incertidumbre debido a la desviación típica.

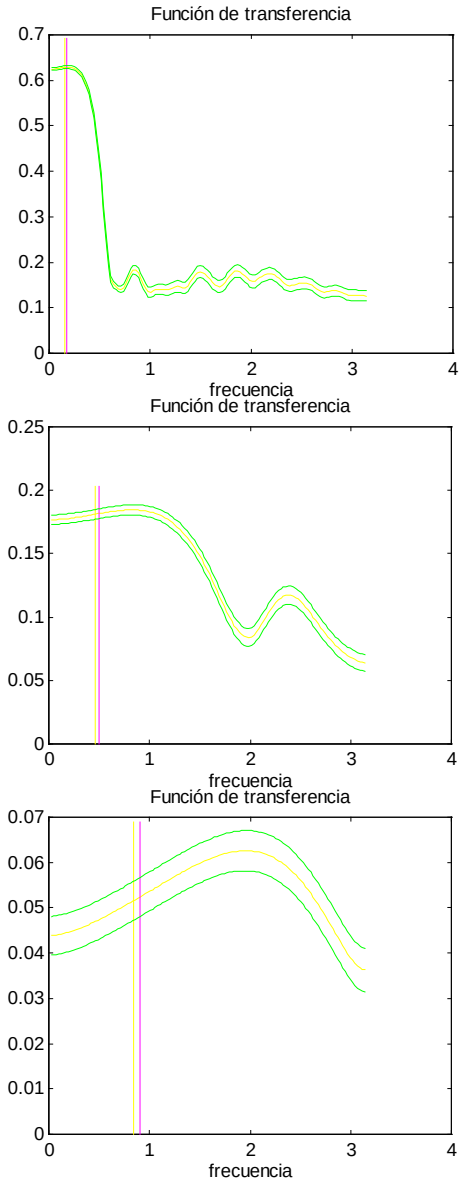


Fig. 8.2: Evolución de la función de transferencia con la frecuencia (gráficas para las frecuencias espaciales 3, 9 y 16 respectivamente)

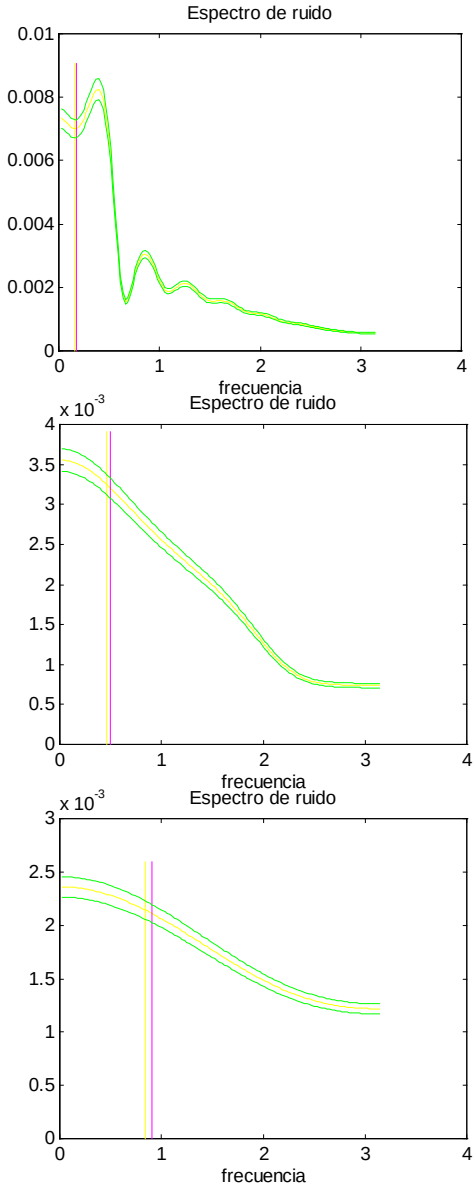


Fig. 8.3: Evolución del espectro de ruido con la frecuencia (gráficas para las frecuencias espaciales 3, 9 y 16 respectivamente)

En las gráficas de la página anterior se puede ver la evolución de las curvas de transferencia y espectro de ruido conforme sube la frecuencia espacial. Las líneas verticales en dichas gráficas representan la banda de interés, en qué banda del espectro se considera que se puede calcular con fiabilidad la función de transferencia. En este caso concreto se ha tomado que una frecuencia no es válida en el cálculo de la función de la película si la potencia del ideal cae, para esa frecuencia, por debajo del 90% de la potencia de pico. Se comprueba que este criterio tan estricto

da lugar a bandas muy estrechas donde prácticamente la función de transferencia y el espectro de ruido son constantes.

El cambio de forma de la función de transferencia no tiene mayor importancia pues sabemos que fuera de la banda de interés carece de cualquier validez. Sin embargo, sí es importante la evolución experimentada por el ruido. Al principio se trata de un espectro con ondulaciones, ello se debe a que para evaluarla se realiza una convolución con una ventana rectangular. Vemos como esa ventana en frecuencia va siendo cada vez más estrecha proporcionando resultados más fiables cuanto mayor es la frecuencia espacial. Las curvas del espectro de ruido confirman el resultado del capítulo 10 de que el ruido no es blanco.

A pesar de todo, si observamos el espectro estimado para el ruido a frecuencias bajas vemos como hay un pico de resonancia injustificado en principio. Este pico hace que antes del mismo la evaluación de la potencia de ruido sea algo errónea.

Comparando la última gráfica con la figura 10.12 vemos como la identificación no paramétrica subestima la potencia de ruido a todas las frecuencias. De este modo, se asigna una mayor potencia a todos los grupos de señal, es por ello que la función de transferencia está sobrestimada a todas las frecuencias. Es como si se hubiese elevado el nivel general de la función. Si representamos las dos funciones de transferencia comparables generadas hasta ahora (la del capítulo 6 y la de esta sección) tenemos que

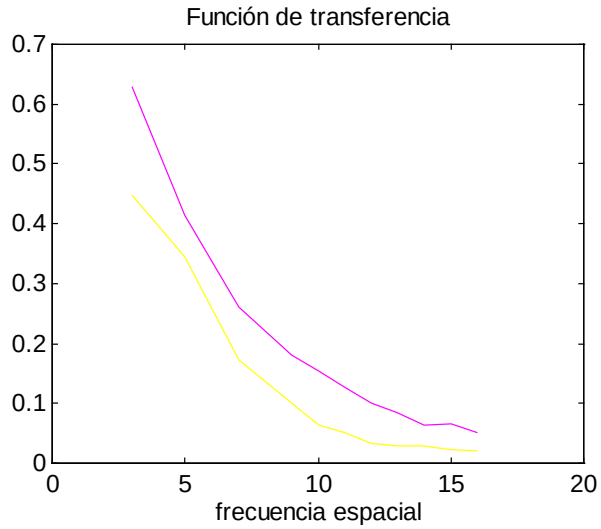


Fig. 8.4: Función de transferencia para 100 líneas de la imagen

La curva superior representa la función de transferencia estimada con la nueva técnica de identificación, parece que es un tanto más suave que su predecesora lo que hace pensar que es un método más fiable y de menor varianza. No es resoluble la cuestión de cuál de las dos curvas es la verdadera puesto que se desconoce la auténtica. Sin embargo, parece sensato pensar que éste último método es mejor en el sentido de que no necesita interpolar las potencias de ruido, no las adivina sino que las estima directamente. Esto ha sido una consecuencia directa de poder disponer de la señal de entrada. Con todo, ambas curvas servirán para comparar películas entre sí puesto que lo único que se necesita para ello son curvas que proporcionen unos factores de atenuación a cada frecuencia lo suficientemente estables como para ser utilizados como elemento de comparación.

8.2. IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA

La identificación paramétrica supone que el sistema a identificar es modelable por una función de transferencia racional correspondientes a un par de sistemas LTI. Tendríamos tan solo que determinar los parámetros adecuados para el modelo. Es, pues, un método que se basa en la descripción , en el dominio del tiempo del sistema

$$G(q)=\frac{G_n(q)}{G_d(q)} \quad y \quad H(q)=\frac{H_n(q)}{H_d(q)}$$

donde los subíndices “n” y “d” representan al numerador y denominador respectivamente. Para una descripción a fondo de los modelos, desarrollos y ecuaciones aquí mencionados véase [2].

8.2.1. EXPOSICIÓN TEÓRICA

El modelo más general que se nos puede ocurrir para describir un sistema es el definido por la siguiente ecuación en diferencias

$$A(q)y(t)=\frac{B(q)}{F(q)}u(t-n_k)+\frac{C(q)}{D(q)}e(t)$$

donde cada polinomio es del estilo

$$A(q) = a_0 + a_1 q^{-1} + \ldots + a_{nA} q^{-nA}$$

Cada polinomio tendrá un orden distinto y $a_0 = c_0 = d_0 = f_0 = 1$. Una vez determinemos por el método que se explicará a continuación los coeficientes será fácil reconstruir el sistema identificado como

$$G(q) = q^{-n_k} \frac{B(q)}{F(q)A(q)} \quad y \quad H(q) = \frac{C(q)}{D(q)A(q)}$$

Simplificaciones de este modelo tan genérico dan lugar a estructuras de sistemas bien conocidos como

AR	$A(q)y(t) = e(t)$
ARX	$A(q)y(t) = B(q)u(t - n_k) + e(t)$
OE	$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t - n_k) + e(t)$
ARMA	$A(q)y(t) = C(q)e(t)$
ARMAX	$A(q)y(t) = B(q)u(t - n_k) + C(q)e(t)$
ARARX	$A(q)y(t) = B(q)u(t - n_k) + \frac{1}{D(q)} e(t)$

Cada una de las estructuras anteriores poseen algoritmos de cálculo reducidos. Son casos particulares en los que se aprovecha alguna propiedad de las ecuaciones planteadas. En el caso más general, y por lo tanto en cualquier simplificación de éste, el objetivo al hallar

los parámetros de los modelos es minimizar la potencia del error de predicción.. Despejando e(t) de la expresión general del modelo tenemos que

$$e(t) = H^{-1}(q)\left[y(t) - G(q)u(t - n_k)\right]$$

Estos errores se puedan calcular para cada instante si conocemos y(t), u(t),G(t) y H(q). Es decir, e(t) es una función de los parámetros elegidos para cada polinomio ya que participan todos y cada uno de ellos en el cálculo de G(q) y H(q). La potencia del error viene determinada por

$$V_N(G, H) = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\frac{1}{2}e^2(t)$$

y elegiremos

$$[\hat{G}_N, \hat{H}_N] = \arg\, min \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\frac{1}{2}e^2(t)$$

El factor de un medio se ha introducido para simplificación de la expresiones que resultan. Este método recibe el nombre de "método del error de predicción". En el caso de perturbaciones (e(t)) gaussianas dicho método coincide con el método de Máxima Probabilidad (ML).

El error de predicción puede ser calculado de una forma más sencilla con

$$e(t) = y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - \varphi^t(t)\theta$$

donde en la última igualdad se han introducido la definición de dos nuevas variables

$$\varphi^t(t) = \left[-y(t-1) \quad -y(t-2) \quad \ldots \quad -y(t-nA) \quad u(t-1) \quad u(t-2) \quad \ldots \quad u(t-nB\right.$$

$$\theta = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_{nA} \\ b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_{nB} \end{bmatrix}$$

Las definiciones de arriba de $\varphi(t)$ y θ son para un modelo ARX, pero del mismo modo se podrían definir para cualquier otra estructura.

El problema anterior se reduce a

$$[\hat{G}_N, \hat{H}_N] = \arg min \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \frac{1}{2} \left(y(t) - \varphi^t(t)\theta \right)^2$$

problema que se conoce en matemáticas como regresión lineal y cuya solución se demuestra es ([2] Apéndice II)

$$\hat{\theta}_N^{LS} = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \varphi(t)\varphi^t(t) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \varphi(t) y(t) \right]$$

Obsérvese que el algoritmo no es capaz de determinar n_k por lo que habrá que hallarlo manualmente (calculando modelos iguales en todo salvo en n_k y buscando aquel n_k que minimiza el error de predicción).

8.2.2. APLICACIÓN

En el proceso de identificación de un sistema lo primero que debemos averiguar es qué tipo de modelo emplearemos. En la exposición teórica previa se ha propuesto una estructura muy general de modelado, dicha estructura tan potente rara vez se aplica tal como es. Normalmente se prefiere alguna simplificación de la misma que conduzca a un modelo más manejable y que, por regla general, suele calcularse utilizando algún algoritmo especialmente diseñado para él.

En esta sección nos dedicaremos a estudiar diferentes métodos aplicados a tres frecuencias representativas del sistema: una frecuencia baja (3), una intermedia (9) y otra alta (16). El estudio

se llevará a cabo sobre una única línea de la imagen, aunque ya sabemos que esta circunstancia lleva a una mayor varianza del modelo pero precisamente por eso nos servirá para conocer cómo de preciso se comporta el proceso de modelado cuando se disponen de pocos datos. A este aspecto de la varianza se dedica la sección 8.2.2.3.

La metodología empleada para este examen será la de seleccionar de cada estructura de modelo el sistema más sencillo (el que utiliza menos parámetros), e irlo complicando (aumentando de uno en uno el número de parámetros empleado) hasta que se compruebe que el sistema ha alcanzado su tope de complejidad (normalmente indicado por fuertes inestabilidades, grandes varianzas en los diagramas polo-cero, FPE's y funciones de pérdidas crecientes.

Para cada número de parámetros habrá varios polinomios que se ajusten a esa cantidad con diferentes características. De entre todos se irá escogiendo el que sistemáticamente tenga mejor FPE, sin reparar en su sentido físico. Este criterio nos llevará hasta la estructura más compleja posible. Al mismo tiempo, ponderaremos la FPE teniendo en cuenta la distribución de polos y ceros del sistema, los órdenes de los polinomios y nos preocuparemos de que se encuentren poco afectados por motivos de covarianza. Todos estos fenómenos están asociados con la falta de identificabilidad del modelo: la señal no posee información suficiente (relación señal a ruido) para poder determinar claramente los coeficientes de los polinomios.

Por último, relacionaremos el orden de cada polinomio con las estructuras que ya se hayan ido estudiando, pudiendo en esta fase decidirnos por una complejidad de modelo menor que el techo impuesto por la falta de identificabilidad.

8.2.2.1. ESTUDIO DEL RETARDO

Uno de los parámetros más importantes de la identificación de sistemas es el retardo con que el conjunto de muestras de entrada seleccionadas actúan sobre la salida. Es decir, un polinomio B(z) de la forma

$$B(z) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + ... + b_{Nb} z^{-Nb}$$

indica que la salida depende de la muestra de entrada inmediatamente anterior, a la anterior a ésta, ... y así sucesivamente hasta N_b muestras anteriores a la que actualmente nos encontramos. Pero, sin embargo, se permite que B(z) adopte una formulación como

$$B(z) = z^{-nk} (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + ... + b_{Nb} z^{-Nb})$$

Esta última expresión desplaza la dependencia con la entrada n_k muestras a la izquierda. Será, pues, importante conocer cómo depende nuestra salida con la entrada al sistema.

Este estudio de retardo hay que realizarlo previamente al de la estructura pues veíamos en la exposición teórica que el método de resolución del modelo no contemplaba la determinación de este parámetro. Habrá que recurrir a una inspección manual de diferentes retardos y elegir de entre todos el mejor para cada grupo de pares de líneas.

Expondré aquí únicamente un estudio realizado con un modelo ARX, pero los resultados son análogos a todos los modelos. Fijaremos el modelo ARX a dos polinomios de orden 2 (A y B en la estructura general de modelado) con un retardo variable. Estudiaremos la FPE para cada uno de los retardos posibles.

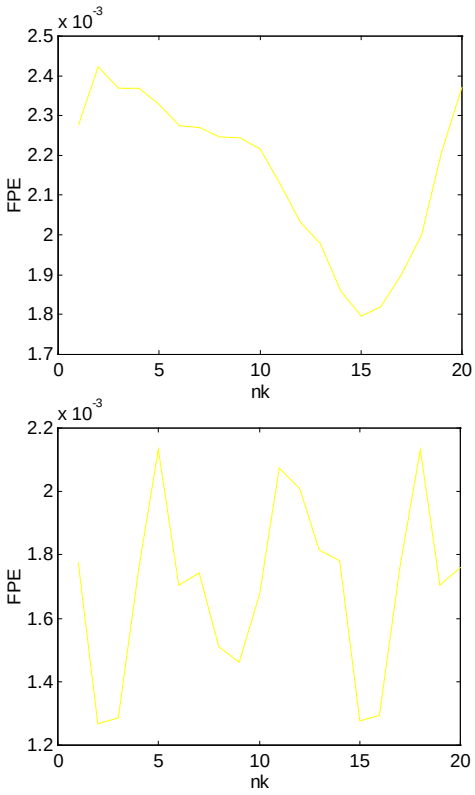


Fig. 8.5: FPE de un modelado ARX frente al retardo a frecuencia
espacial 3 (izquierda) y 9 (derecha)

En la figura izquierda aparece un mínimo hacia el retardo 16, deberíamos preguntarnos si es posible que si de haber estudiado mayores retardos hubiésemos obtenido FPE's más pequeñas. La respuesta es que no a la vista del mismo estudio llevado a cabo sobre la frecuencia 9. La FPE sigue una distribución cíclica de periodo exactamente igual a la mitad de la anchura en muestras de las líneas de plomo en el patrón.

Este estudio de retardo lo realizaremos una única vez por lo que conviene hacerlo bien desde el principio, promediaremos 100 líneas para decidir cuál es el mejor de los retardos posibles para cada frecuencia.

Los resultados se recogen en la siguiente tabla

Frec	3	5	7	9	10	11	12	13	14	15	16
n_k	16	9	6	4	4	3	3	3	2	2	2

Se observa como a medida que aumenta la frecuencia la entrada empieza a contar estando cada vez más cerca del comienzo del borde del grupo. Pero en la gráfica siguiente se ve que, en realidad, conforme sube la frecuencia da igual donde empecemos a ejercer la influencia de la entrada sobre la salida puesto que, aunque hay una diferencia en la FPE de los modelos, ésta se va suavizando. A frecuencias bajas sí que es muy importante elegir bien n_k, pero no así a frecuencias más altas.

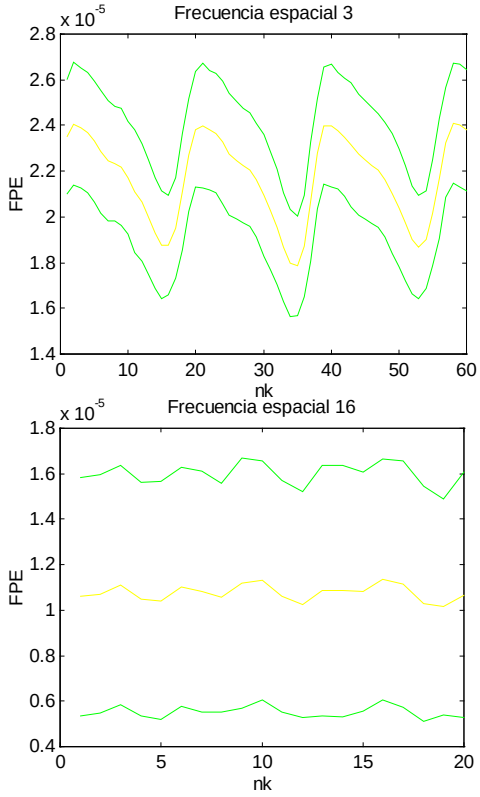


Fig. 8.6: FPE de un modelado ARX frente al retardo a frecuencia
espacial 3 (izquierda) y 16 (derecha)

8.2.2.2. UNA ESTRUCTURA: ARX

La estructura de modelado más simple que a uno se le puede ocurrir es la AR cuyo diagrama de bloques se representa en la figura 8.7 en la que se aprecia que tan sólo se emplea un polinomio. Por la disposición de las fuentes de información no se puede hablar de este método como un verdadero método de identificación de sistemas sino más bien de un problema de análisis de serie temporal. Para esta

estructura tan simple se han desarrollado multitud de métodos simplificados, considerados muchos de ellos en el capítulo 7. Allí se llevó a cabo un examen bastante exhaustivo de sus características y defectos por lo que me refiero a aquel capítulo para una mayor discusión del tema. Quedarnos con la idea de que allí se demostró que el modelo AR adecuado para los grupos de pares de línea era de orden 2.

$$A(q)y(t) = e(t)$$

Fig. 8.7: Estructura de modelado AR

Una extensión del modelo AR es introducir en él el concepto de que disponemos de la entrada al sistema. Para ello basta con añadir al polinomio calculado A una estimación de B.

$$A(q)y(t) = B(q)u(t - n_k) + e(t)$$

Fig. 8.8: Estructura de modelado ARX

La metodología de trabajo seguirá los siguientes pasos:

1) Seleccionar una línea de la imagen
2) Determinar cuál es la complejidad máxima admisible del modelo ARX
Análisis de complejidad máxima
3) Determinar cuál de todas las estructuras posibles es la verdadera
Análisis de modelo real
4) Comprobar si el modelo es válido para el resto de las líneas de la imagen
Sección 8.2.2.3: Problemas de varianza
5) Estudiar otras estructuras como OE, ARMA y ARMAX
Sección 8.2.2.4: Otras estructuras

Tal como anunciamos, realizaremos el modelado inicial de aproximación a frecuencias 3, 9 y 16 (una frecuencia baja, una media y otra alta).

FRECUENCIA 3: ANÁLISIS DE COMPLEJIDAD MÁXIMA

La tabla a continuación representa el criterio FPE de Akaike para cada uno de los modelos determinados por los valores de nA y nB correspondientes. Comenzando por la casilla más al noroeste, podemos ir avanzando a través de la tabla como si fuese un grafo buscando un mínimo del criterio. Desde una casilla tan sólo está permitido saltar a las casillas inmediatamente abajo, o a su derecha, nunca en diagonal. Cada vez que nos movamos estaremos complicando el modelo. Éste es nuestro objetivo: partir de un modelo muy simple e irlo complicando hasta que veamos que es innecesario. Esta “innecesariedad” viene descrita, sobre todo, por pequeños cambios (e incluso incrementos) en la FPE, grandes varianzas en el diagrama polo-cero del sistema y cancelaciones polo-cero.

Se ha marcado en negrita dicho camino, lo iremos analizando casilla a casilla hasta determinar el modelo adecuado ARX. Sobre la tabla se ha recuadrado doblemente una casilla indicando el modelo más complejo admisible para una estructura ARX. Este modelo óptimo se descubrirá a lo largo del análisis casilla a casilla.

	nB=1	nB=2	nB=3	nB=4	nB=5
nA=1	**0.001899788**	0.001894144	0.001752321	0.001734842	0.00173053

nA=2	**0.001867593**	0.001866429	0.001749835	0.001733495	0.00173017
nA=3	**0.001738173**	**0.001731358**	**0.001658088**	0.001657228	0.00165593
nA=4	0.001734613	0.001728040	**0.001648307**	0.001648054	0.00164801
nA=5	0.001733516	0.001725706	**0.001646507**	**0.001645883**	0.00164588

Podemos ver muchas gráficas sobre un modelo (espectro estimado de la señal de salida, función de transferencia, modelo de ruido, ...) pero las más interesantes desde el punto de vista de determinación del modelo máximo son las de correlación de los residuos entre sí y con la entrada (fig. 8.9 izquierda) y el diagrama polo-cero de la función de transferencia con la varianza de los mismos (fig. 8.9 derecha).

Las bandas de las gráficas de correlación representan los intervalos de confianza al 99%, es decir, el modelo buscado será el correcto con 99% de probabilidad si sus funciones de autocorrelación y correlación cruzada se mantienen dentro de la banda de confianza. Es importante comprobar dos cosas para ver si estamos extrayendo toda la información posible de los vectores de datos: primero, que los residuos no tienen una importante correlación entre sí (y mucho menos periódica); segundo, que la correlación cruzada de los residuos con la entrada tampoco es muy alta para desplazamientos positivos (para desplazamientos negativos no importa porque tan sólo son indicativos de una realimentación de la salida a la entrada).

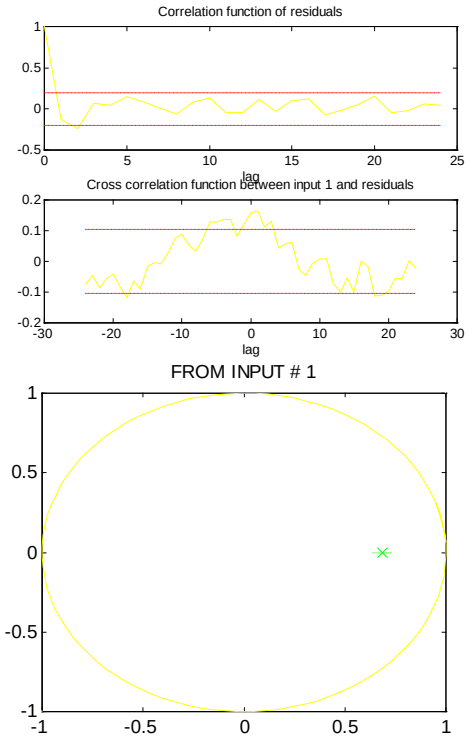


Fig. 8.9: Correlaciones de residuos y diagrama polo-cero para nA=1, nB=1

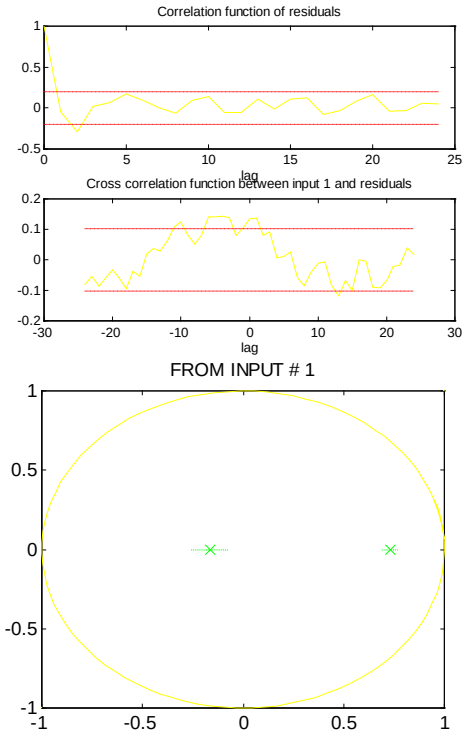


Fig. 8.10: Correlaciones de residuos y diagrama polo-cero para nA=2, nB=1

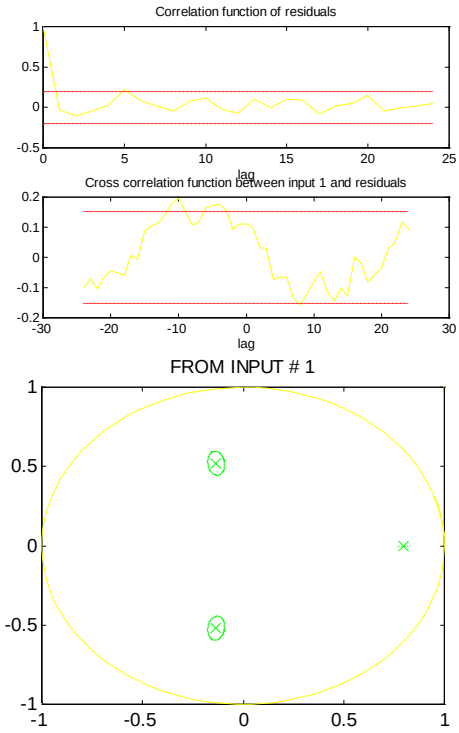


Fig. 8.11: Correlaciones de residuos y diagrama polo-cero para nA=3, nB=1

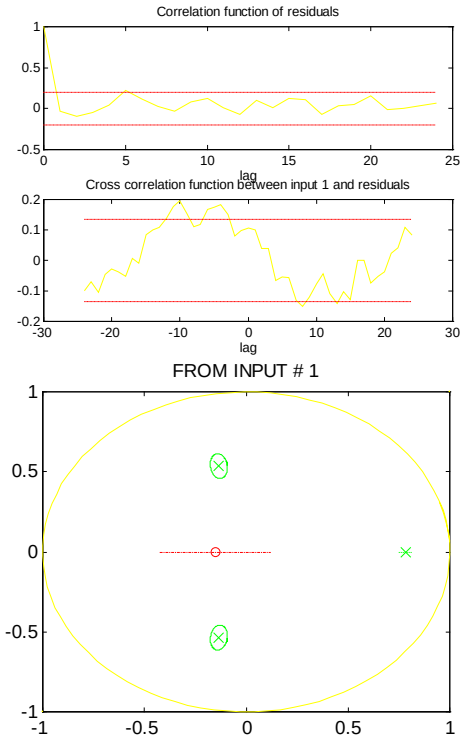


Fig. 8.12: Correlaciones de residuos y diagrama polo-cero para nA=3, nB=2

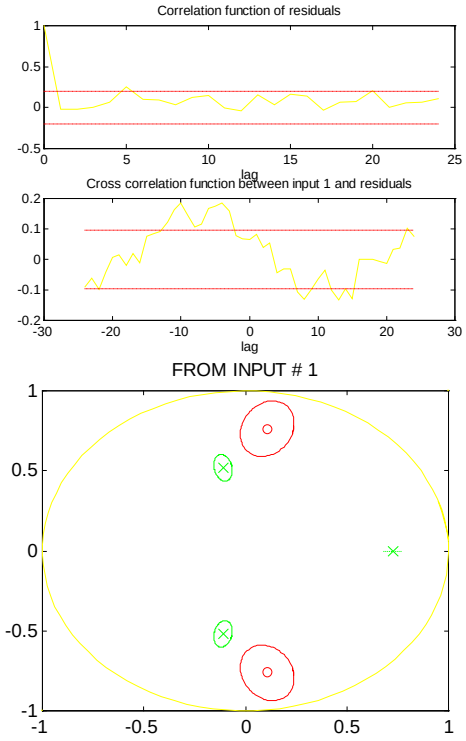


Fig. 8.13: Correlaciones de residuos y diagrama polo-cero para nA=3, nB=3

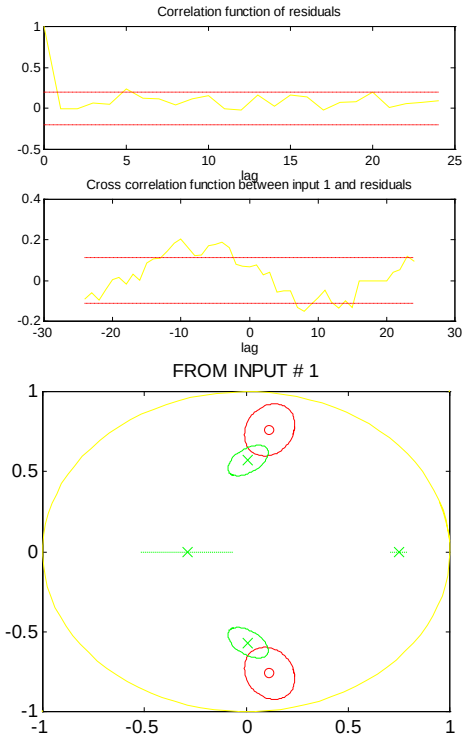


Fig. 8.14: Correlaciones de residuos y diagrama polo-cero para nA=4, nB=3

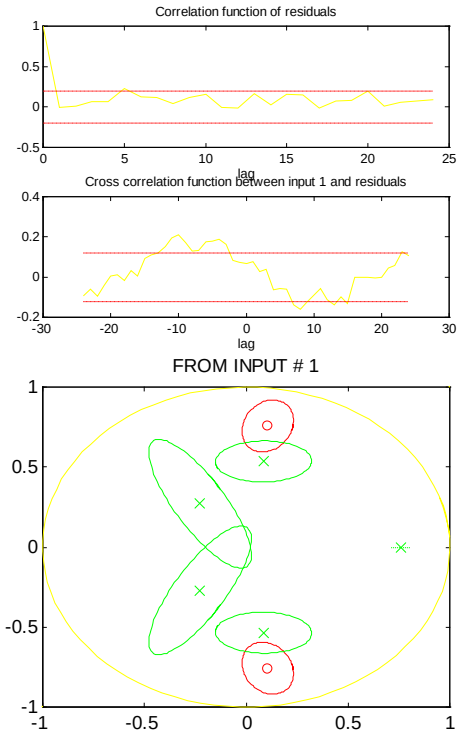


Fig. 8.15: Correlaciones de residuos y diagrama polo-cero para nA=5, nB=3

A lo largo del proceso de complicado del modelo se ve como los residuos mantienen más o menos la misma correlación entre sí, van degenerando en una realimentación respecto a la entrada, y es curioso ver como se van desdoblando los polos y ceros. Un cero, o polo, antes de desdoblarse tiene una varianza media, de manera que la varianza también es un indicador de que el modelo necesita ser más complejo. En los dos últimos estadios desarrollados vemos como ocurre precisamente eso: primero un polo tiene una alta varianza (fig. 8.14) y luego se desdobla en otros dos polos de altísima incertidumbre (fig. 8.15) lo cual quiere decir que hemos tocado techo en cuanto a la complejidad del modelo. La mayor elección para una estructura ARX será la de nA=3 y nB=3.

FRECUENCIA 3: ANÁLISIS DE MODELO REAL

Una vez visto cuál es el modelo máximo que se puede alcanzar con una estructura ARX habrá que buscar de entre todos los posibles cuál es el que de verdad describe el proceso ante el que nos encontramos. Para ello, no sólo nos fijaremos en que el trozo de señal tenga información suficiente como para que los coeficientes sean identificables (cosa que ya se ha hecho), sino que compararemos con estructuras ya conocidas y estudiaremos el espectro de salida de la señal.

Si la estructura ARX es una extensión de la AR parece lógico pensar que tendrán órdenes parecidos. De hecho, $H(e^{jw})$ es la misma en ambos casos e igual a

$$H(e^{jw}) = \frac{1}{A(e^{jw})}$$

Esto induce a pensar que el verdadero orden del polinomio A será 2, sin embargo esta hipótesis resultará ser falsa. Estudiaremos los espectros de salida de diferentes modelos. El espectro esperado deberá ser algo como lo siguiente

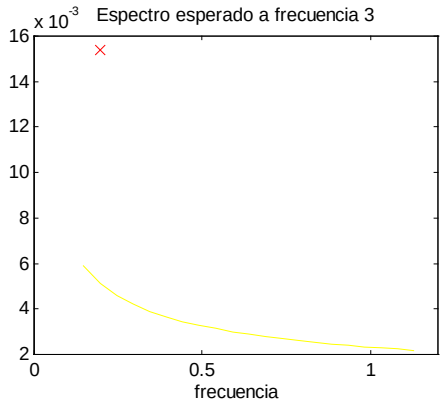
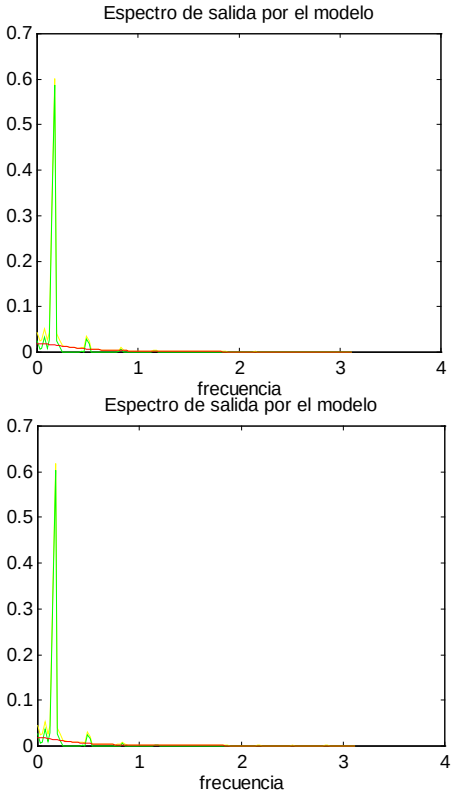


Fig. 8.16: Espectro esperado a frecuencia espacial 3



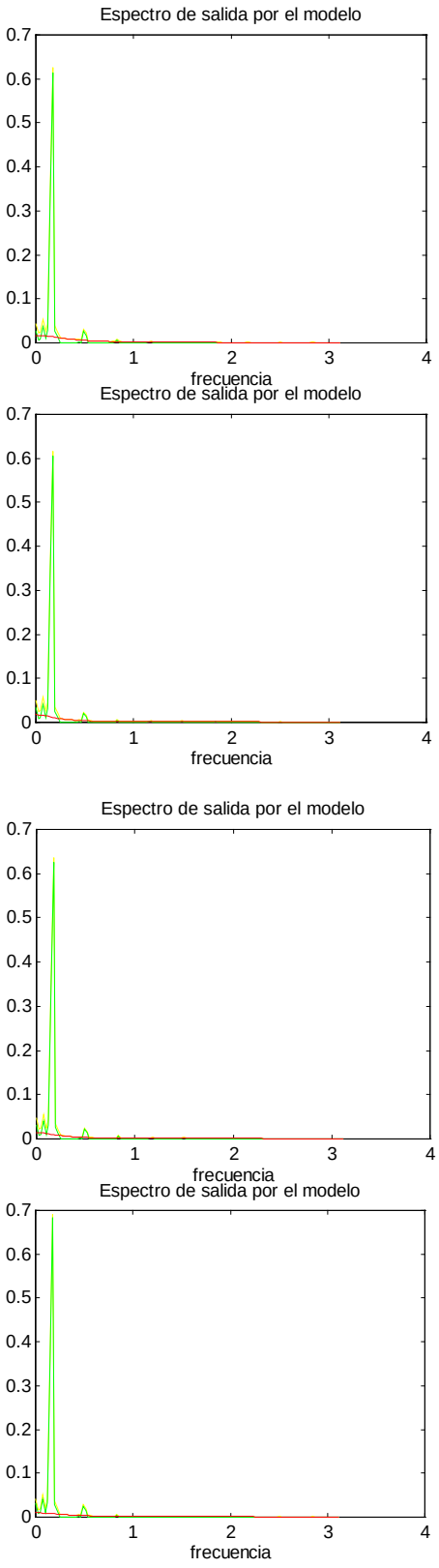


Fig. 8.17: Espectros de salida para un modelo ARX (1,1),(2,1),(2,2),(3,1),(3,2) y (3,3)

Modelo	Potencia
real	0.01286000
ARX(1,1)	0.01222788
ARX(2,1)	0.01215928
ARX(2,2)	0.01219068
ARX(3,1)	0.01184074
ARX(3,2)	0.01197206
ARX(3,3)	0.01231201

No hay indicios para desechar todavía ninguna de las estructuras, la forma de los espectros es en todas aproximadamente la misma y la potencia total de señal prácticamente también. Tendremos que esperar a frecuencias mayores para poder determinar la verdadera estructura del modelo.

FRECUENCIA 9: ANÁLISIS DE COMPLEJIDAD MÁXIMA

La tabla de FPE's para la frecuencia 9 se encuentra debajo, en ella se ha marcado la ruta de FPE mínimo y no represento ningún diagrama polo-cero ni funciones de correlación por no abundar en gráficas superfluas (puesto que ya se ha comprendido el mecanismo de selección del modelo máximo).

La diferencia de ruta mínima con la frecuencia 3 se debe a que tan sólo se ha procesado una línea y a la diferencia de la relación señal a ruido entre ambas frecuencias.

	nB=1	nB=2	nB=3	nB=4	nB=5
nA=1	**0.001526750**	**0.001366655**	0.001308261	0.001306673	0.00130129
nA=2	0.001445528	**0.001264725**	0.001232045	0.001203826	0.00118657
nA=3	0.001419667	**0.001218730**	**0.001174639**	**0.001157475**	0.00115746
nA=4	0.001405662	0.001209566	0.001158723	**0.001132836**	0.00113267
nA=5	0.001404813	0.001203575	0.00115353	**0.001129287**	**0.00112859**

Se observa como desde el primer momento de su aparición (nB=2), el cero es muy difícil de estimar, es decir, tiene una gran varianza. Ello indica que los datos no son lo suficientemente buenos como para determinar los coeficientes del modelo. En términos de identificación de sistemas se diría que los datos no son lo suficientemente

informativos y, por lo tanto, la estructura no es identificable. Veámoslo gráficamente.

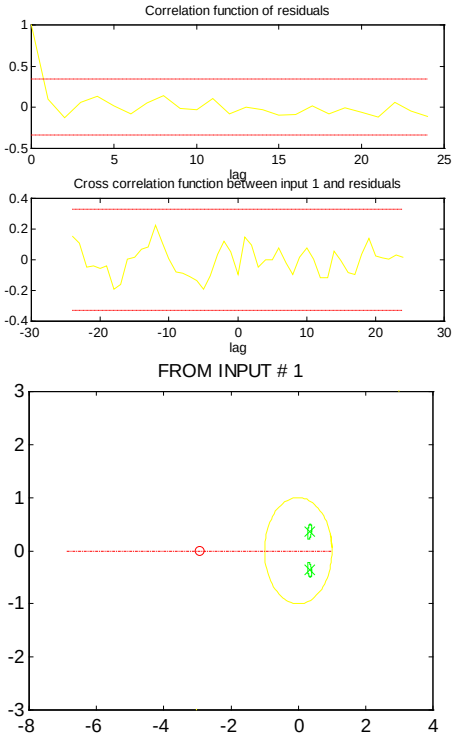


Fig. 8.18: Correlaciones de residuos y diagrama polo-cero para nA=2, nB=2

FRECUENCIA 9: ANÁLISIS DE MODELO REAL

Esta vez la gama de órdenes de polinomio a estudiar se ha reducido notablemente, sabemos que la estructura debe tener orden (1,1) o (2,1).

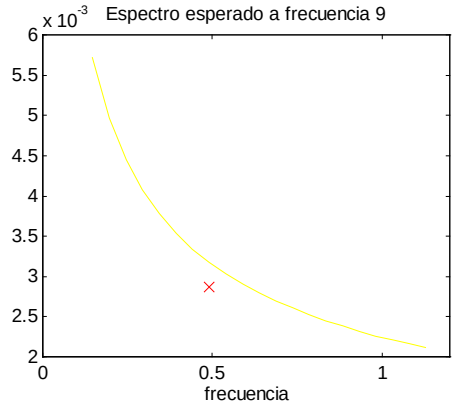


Fig. 8.19: Espectro esperado a frecuencia espacial 9

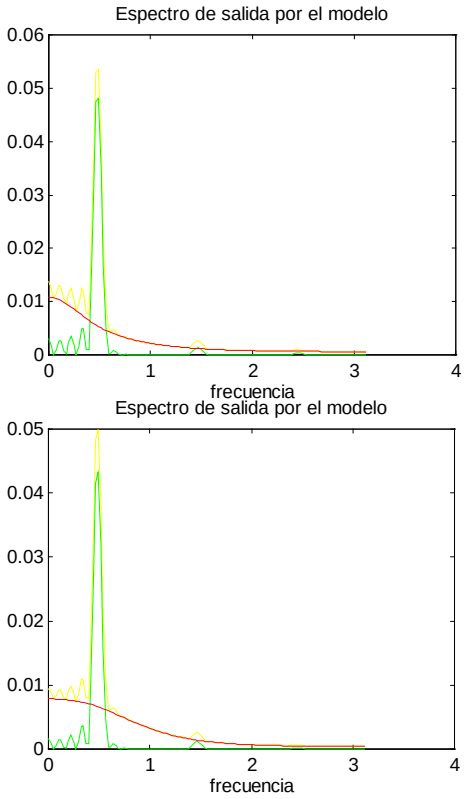


Fig. 8.20: Espectros de salida para un modelo ARX (1,1) y (2,1)

Modelo	Potencia
real	0.004485000
ARX(1,1)	0.004422765
ARX(2,1)	0.004241762

Los espectros son muy parecidos y aun no podemos decidirnos por ninguna de las dos estructuras.

FRECUENCIA 16: ANÁLISIS DE COMPLEJIDAD MÁXIMA

La tabla de FPE's es

	nB=1	nB=2	nB=3	nB=4	nB=5
nA=1	**0.001628553**	**0.001438204**	**0.001296580**	0.001290579	0.00129055
nA=2	0.001455179	0.001372218	**0.001261842**	0.001259849	0.00125862
nA=3	0.001363787	0.001304592	**0.001231879**	0.001229957	0.00122342
nA=4	0.001338174	0.001252501	**0.001189756**	**0.001181068**	**0.00117174**
nA=5	0.001329980	0.001248252	0.001189574	0.001181018	**0.00117135**

De nuevo para cualquier $nB > 2$ se da una varianza enorme en el cálculo de los ceros.

FRECUENCIA 16: ANÁLISIS DE MODELO REAL

Trataremos de decidirnos, finalmente, sobre el dilema entre ARX(1,1) y ARX(2,1) planteado en las frecuencias previas.

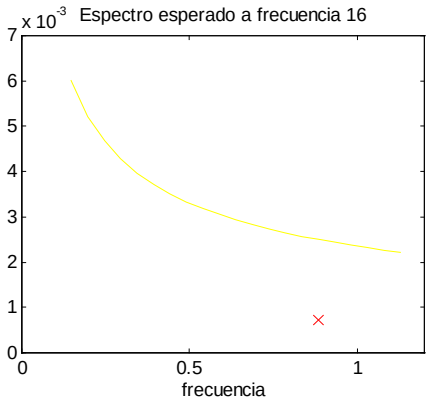


Fig. 8.21: Espectro esperado a frecuencia espacial 16

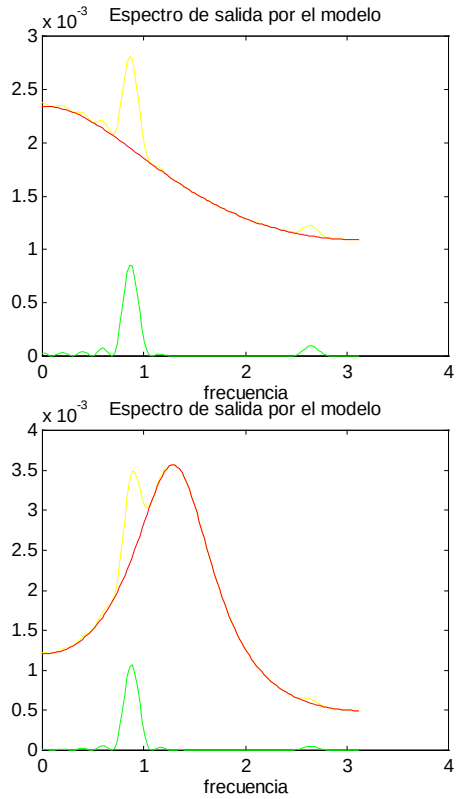


Fig. 8.22: Espectros de salida para un modelo ARX (1,1) y (2,1)

Modelo	Potencia
real	0.001692000
ARX(1,1)	0.001662661
ARX(2,1)	0.001718399

Ahora sí que estamos en condiciones de decir algo sobre la estructura ARX. Si observamos la salida para ARX(2,1) vemos como el espectro del ruido tiene un pico de resonancia más allá de frecuencia 1. Esto no se corresponde con el modelo de ruido que conocemos. Sin embargo, la estructura ARX(1,1) sí que tiene un modelo de ruido adecuado, un pico correcto a frecuencia espacial 16 y área bajo la curva parecida a la real.

Podemos decir que hemos encontrado la estructura ARX que define al proceso, la (1,1). Es importante remarcar el hecho de que el polinomio A es de grado 1, puesto que así se consiguen perfiles de ruido como el mostrado en la figura 8.22 izquierda. De tratarse de un A de mayor orden se producen resonancias en el ruido como la que se

contempla en la misma figura a la derecha, y si fuera B más complejo el trozo de señal no tiene información suficiente para determinar los coeficientes adecuados.

La ecuación en diferencias correspondiente al modelo será, pues,

$$(1 + a_1 q^{-1}) y(t) = b_0 u(t - n_k) + e(t)$$

La siguiente tarea será la de calcular los coeficientes adecuados para cada grupo de pares de frecuencia, pero esto se hará en el apartado 8.3. Previo a ese trabajo estudiaremos la estabilidad de este modelo cuando cambiamos de línea y exploraremos otras estructuras.

8.2.2.3. PROBLEMAS DE VARIANZA

Es ahora el momento de comprobar si la estructura encontrada ARX(1,1) es la correcta para el resto de las líneas de la imagen. Para ello, deberíamos estudiar la estructura en todas las líneas. El resultado debería ser que los polos del sistema se moviesen en torno a la varianza representada en la figura 8.9. El final no es estrictamente ese, pero sí algo parecido. Los polos del sistema andan por la zona predicha para la primera línea salvo excepciones que se separan de su posición pronosticada debido sobre todo a bajas relaciones señal a ruido. Por ejemplo, la figura 8.23 izquierda representa la posición del polo para la frecuencia 16 de la línea 51 y la derecha la situación del mismo polo en la línea 56.

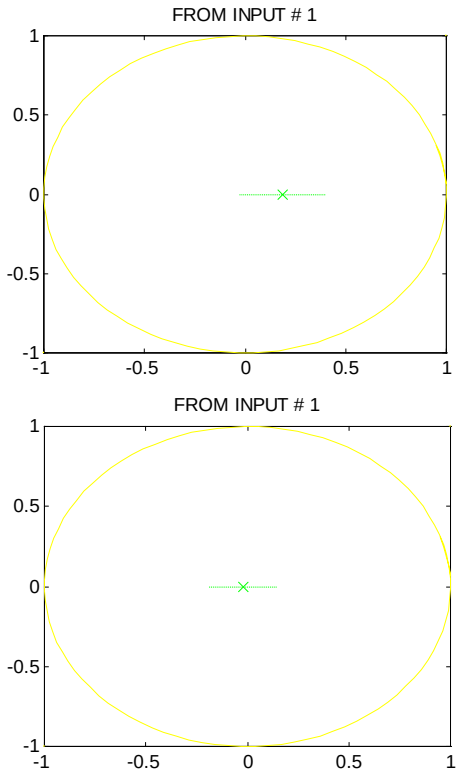


Fig. 8.23: Diagramas polo-cero para un modelo ARX(1,1) a frecuencia 16 en la línea 51 (izq.) y 56 (der.).

Con todo se supone que con un número suficiente de promediados se podrá eliminar mucha de la incertidumbre y elegir un modelo ARX(1,1) correcto.

Esta estructura es muy sencilla de promediar puesto que si nos fijamos en su ecuación en diferencias

$$(1+a_1 q^{-1})y(t) = b_0 u(t-n_k) + e(t)$$

vemos que tan sólo tiene un coeficiente distinto de 1 en cada uno de los polinomios implicados, promediar polos se reduce en este caso a promediar polinomios.

Pero esto, en general, no es cierto: el polinomio promedio de un conjunto de polinomios no tiene sus raíces situadas en los promedios de cada uno de los conjuntos de ceros diferentes. Esta afirmación tan inocente provocará que en otras estructuras más complejas, como podía haber sido la ARX(2,1) en caso de resultar ser la verdadera, el promediar los modelos se tenga que resolver promediando el lugar de

los polos y ceros y luego reconstruyendo los polinomios que tendrían esas raíces.

Promediar la posición de los polos y ceros no es tarea sencilla, primero porque las raíces se encuentran ordenadas por magnitud compleja y no siguiendo un orden estricto. Esto puede hacer que si promediamos todos los primeros polos, todos los segundos polos, y así sucesivamente, en un conjunto así formado de polos estemos metiendo polos que no pertenecen al grupo, es decir, que se trata de otro polo en otra posición con un módulo parecido y que por motivos de varianza el polo que hasta ahora ha venido siendo el de mayor magnitud, ahora pasa a ser el segundo y en ese momento participa del promediado un polo que no le corresponde.

Una solución a este problema es tener un conjunto dinámico de polos representativos en cada paso. Es decir, con cada polo que queramos introducir en los conjuntos ya promediados miraríamos a qué grupo se parece más y en ese lo introducimos. Deberíamos poner un umbral de parecido para poder generar nuevas clases que acojan a polos que aún no han tenido ningún representante. Éste es, precisamente, el planteamiento de los sistemas autoorganizados basados en redes neuronales. En ellas se utiliza un aprendizaje competitivo (aprendizaje de Kohonen) en el que sólo una neurona da una salida positiva cada vez (aquella neurona representante de la clase del conjunto de polos al que pertenece el polo que le hemos mostrado). Luego se refuerzan sus pesos, que en nuestro caso equivale a un promediado, generando un nuevo representante de clase. Si no hay una neurona claramente ganadora se genera una nueva clase con el polo recién introducido al sistema.

Como se ve la solución no es nada sencilla, y no es que se esté exagerando la posibilidad de existencia del problema, el problema descrito en el orden por magnitud de las raíces de los polinomios es real y aunque no se resuelva con una red neuronal, su solución con otras técnicas más directas no es inmediata.

Un segundo problema emergente de la varianza de los datos respecto a las líneas es que pueden surgir modelos absolutamente erróneos para una misma estructura. O sea, que si para la línea 51 un modelo ARMA(2,1) resuelve bien

el espectro de la señal de salida, puede ser que ese mismo modelo no funcione para la misma frecuencia en otra línea. Veámoslo gráficamente.

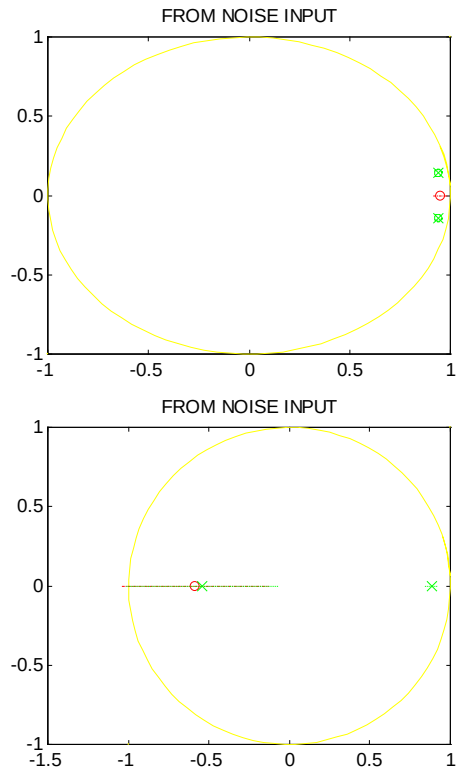


Fig. 8.24: Modelos ARMA(2,1) a frecuencia 3 para las líneas 51 y 52

En la figura de arriba se recogen los diagramas polo-cero de dos modelos ARMA(2,1) a frecuencia espacial 3 en las líneas 51 y 52 respectivamente. Obsérvese qué diagramas tan opuestos, el correcto es el de la izquierda mientras que el de la derecha se trata de una degeneración de los cálculos. Nótese que este problema se ha presentado a frecuencia 3, no es que se dé únicamente cuando hay falta de puntos sobre los que calcular o cuando la relación señal a ruido es muy baja.

La única solución a este problema es la de desestimar los modelos erróneos, pero ¿cómo se decide automáticamente que un modelo es erróneo o no?. Éste es un grave impedimento para desarrollar estructuras con varios polos y ceros, estructuras muy complejas, o estructuras con muchos polinomios (aunque éstos sean de bajo orden). La conclusión que debemos extraer es que diseñaremos un modelo de la señal que sea lo más robusto posible frente a

estas perturbaciones. Esta robustez solamente se consigue con modelos muy sencillos. De hecho, tan sólo el ARX(1,1) es capaz de traspasar este serio problema. Otros modelos expuestos en la siguiente sección, aunque de concepción más flexible, de mejores resultados en cuanto a espectro de salida, ..., deberán ser dejados a un lado por, primero, este inconveniente de no poder decidir cuando los polos y ceros del modelo no están bien situados y, segundo, la enorme dificultad que entraña agrupar los polos y ceros de aquellos modelos buenos para promediarlos.

Como ejemplo de la seriedad del problema de polos y ceros no estables consideremos la siguiente gráfica en la que un modelo ARMAX(1,3,2) describe perfectamente el espectro a frecuencia 16 en la línea 51 y como se equivoca de un modo absoluto en la línea 52.

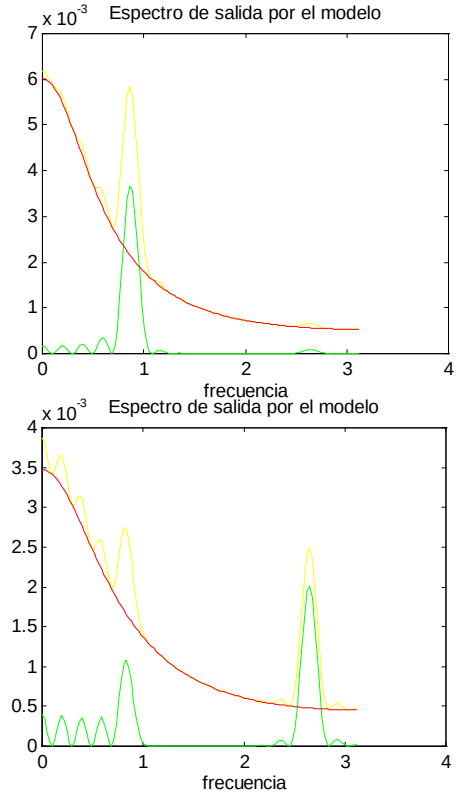


Fig. 8.25: Modelos ARMAX(1,3,2) a frecuencia 16 para las líneas 51 y 52

8.2.2.4. OTRAS ESTRUCTURAS

Desalentados por las dificultades explicadas en la sección precedente, acometemos la tarea de buscar otras estructuras

robustas que sean capaces de definir el proceso aleatorio que se produce en la película mamográfica. Iremos revisando diversas estructuras, encontraremos los órdenes precisos pero tendremos que abandonarlas por falta de robustez frente a fallos de cálculo.

Como nota de diseño podemos apuntar que, como ya se vio durante el modelado ARX, las estructuras se resuelven mejor en frecuencias altas que en bajas.

ESTRUCTURA OE (Output Error)

Se trata de una simplificación del esquema general de modelado en el que tan sólo se tienen en cuenta los polinomios B y F. La ecuación en diferencias que relaciona la entrada con la salida es

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t - n_k) + e(t)$$

Fig. 8.26: Estructura de modelado OE

Como vemos el ruido blanco forma parte directamente de la salida sin estar ponderado por ninguna función de transferencia. Sabiendo como sabemos por el capítulo 13 que el ruido no es blanco, podemos intuir que claramente este modelo no será aplicable a nuestra señal. He aquí un ejemplo en el que se demuestra la conveniencia de comprender exactamente las características de las estructuras y de la señal a modelar. Es importante disponer de una cierta información a priori de la señal con vistas a desechar estructuras que nunca podrían servir.

Como ejemplo que corrobore nuestra tesis utilizaremos el grupo de frecuencia 3 junto con la estructura OE de menor FPE para él (figura 8.27). En ella se comprueba como la función de autocorrelación de los residuos está completamente fuera de la banda de confianza. No malinterpretemos este hecho, significa que no podemos asegurar con un 99% de certeza que el modelo se corresponda con el real. En este caso concreto, incluso, hemos demostrado en el párrafo anterior que con toda seguridad el modelo no reproduce la realidad.

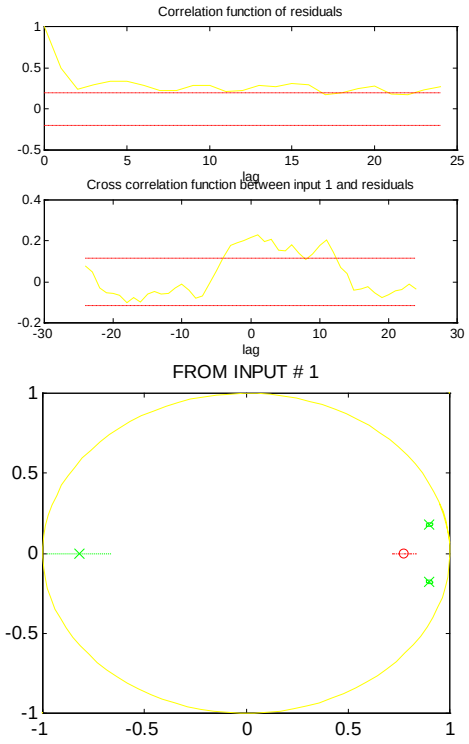


Fig. 8.27: Correlaciones de residuos y diagrama polo-cero para nB=2, nF=3

ESTRUCTURA ARMA (AutoRegressive Moving Average)

La estructura ARMA es otra extensión del modelo AR en la que se persigue una mejor modelización de la serie temporal, atención que no usa para nada la señal de entrada al sistema como en la estructura ARX. Esto no tiene por qué suponer un claro inconveniente para determinar el espectro de salida. Otro asunto es que los coeficientes del modelo sean más o menos identificables por culpa de la baja relación señal a ruido. Pero no debemos quedarnos con la idea de que una identificación de serie temporal es mucho peor que una identificación completa.

Nótese que en esta estructura no hay por qué preocuparse del retardo a aplicar a la entrada puesto que no se cuenta con ella para generar la salida.

$$A(q)y(t) = C(q)e(t)$$

Fig. 8.28: Estructura de modelado ARMA

El resultado es que la mejor estructura ARMA es la (2,1) cuya ecuación en diferencias y algunas gráficas para el grupo de frecuencia 16 se representan a continuación.

$$(1+a_1q^{-1}+a_2q^{-2})y(t)=(1+c_1q^{-1})e(t)$$

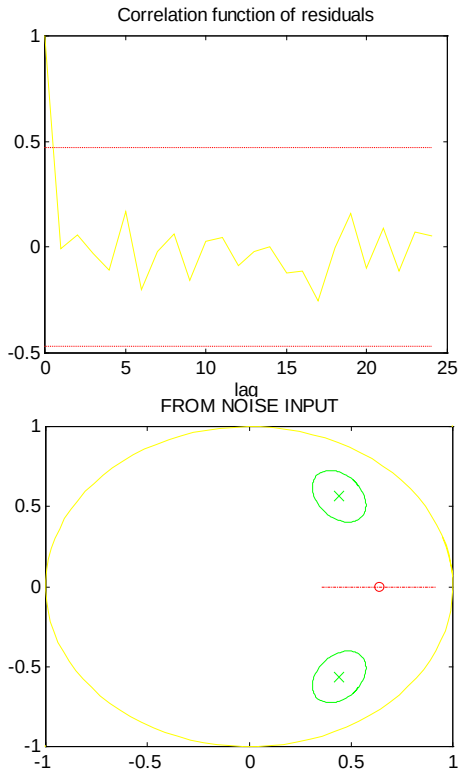


Fig. 8.29: Correlaciones de residuos y diagrama polo-cero para nA=2, nC=1

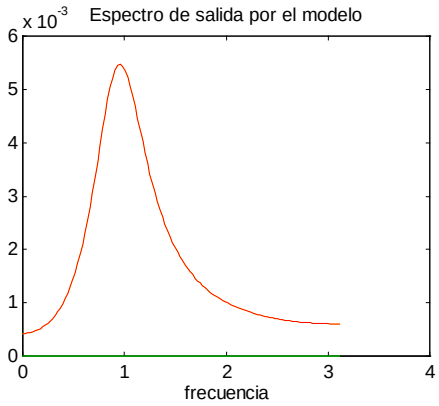


Fig. 8.30: Espectro de salida para nA=2, nC=1

A pesar de ser la mejor elección ARMA no es capaz de dar una estimación correcta del espectro, que vemos como a baja frecuencia no capta toda la potencia de ruido. Concentra más potencia en el tono que en ruido cuando esto no es realmente así.

La configuración de polos y ceros no es estable como podemos confirmar en la siguiente figura para la línea 58 y misma frecuencia.

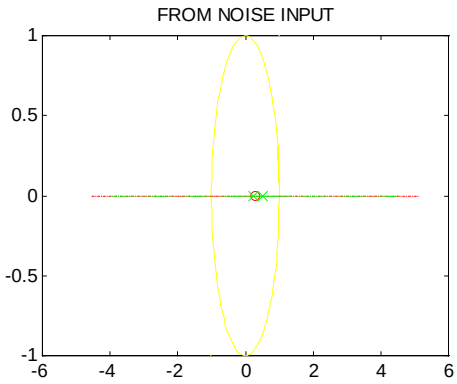


Fig. 8.31: Diagrama polo-cero para un modelo ARMA(2,1) erróneo

ESTRUCTURA ARMAX (AutoRegressive Moving Average eXtra input)

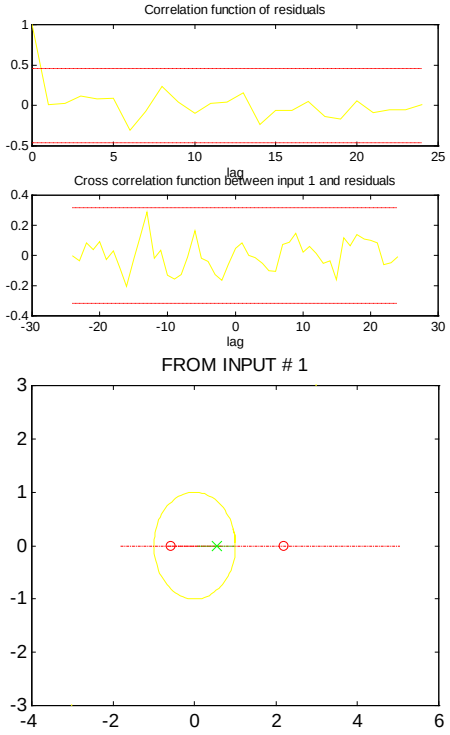
Ésta será la última estructura que probaremos. Parece una estructura bastante flexible puesto que tiene en cuenta la entrada al sistema, y mantiene una expresión lo suficientemente compleja para el ruido como para que pueda modelarse como nosotros queramos.

$$A(q)y(t) = B(q)u(t - n_k) + C(q)e(t)$$

Fig. 8.32: Estructura de modelado ARMAX

Ya sabemos que los órdenes de los polinomios no tienen por qué estar heredados de su antecesor ARMA, según vimos en la relación entre AR y ARX.

Los órdenes de los polinomios óptimos son, según se anticipó, en la sección 8.2.2.3, nA=1, nB=3, nC=2. Podemos comprobar cómo producen una estimación muy buena a frecuencia 16 aunque sorprende la distribución de polos y ceros, además de su fuerte varianza.



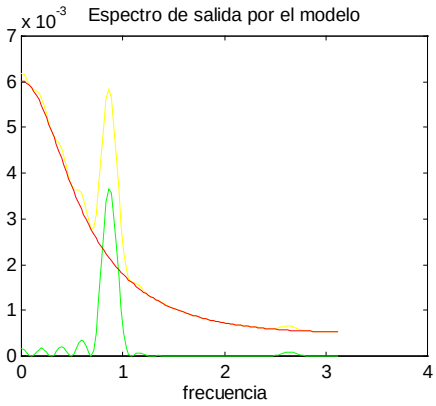


Fig. 8.33: Correlaciones de residuos, diagrama polo-cero y espectro de salida para nA=2, nC=1

La ecuación en diferencias para esta estructura será

$$(1+a_1q^{-1})y(t)=(b_0+b_1q^{-1}+b_2q^{-2})u(t)+(1+c_1q^{-1}+c_2q^{-2})e(t)$$

No hace falta decir que una estructura tan compleja acusa aun más los problemas de fuerte variación de los modelos de una línea para otra.

8.3. UN EJEMPLO

En este apartado trazaremos la función de transferencia para la película '071' desde los dos enfoques abordados en el capítulo: primero, desde la identificación frecuencial; y después, desde la identificación paramétrica, en concreto, con una estructura ARX que es la única que se ha demostrado robusta y suficientemente precisa.

8.3.1. IDENTIFICACIÓN FRECUENCIAL

La función de transferencia evaluada en las 11 frecuencias es

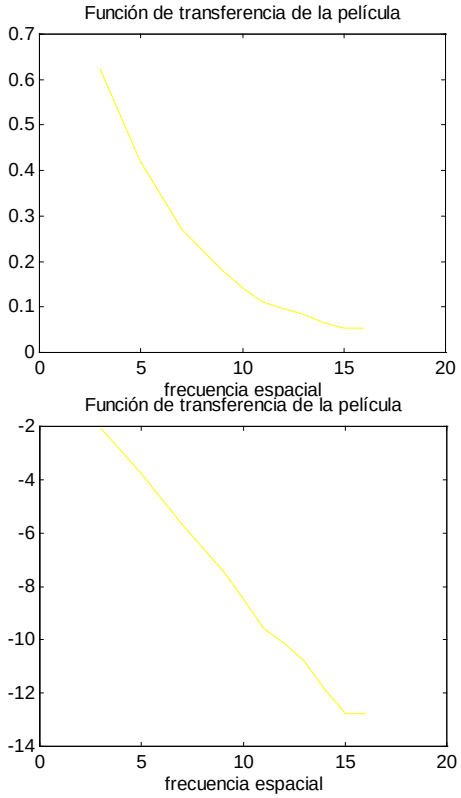


Fig. 8.34: Función de transferencia para la película '071': en escala lineal (izquierda) y logarítmica (derecha)

	$\lvert H(w)\rvert^2$	Desviación típica	$\lvert H(w)\rvert^2$ (dB)
Frec 3	0.6227766	0.001321187	-2.056677
Frec 5	0.4194573	0.001428109	-3.773122
Frec 7	0.2703325	0.001565038	-5.681018
Frec 9	0.1816168	0.001853483	-7.408441
Frec 10	0.1416955	0.001593792	-8.486438
Frec 11	0.1100701	0.001729935	-9.583307
Frec 12	0.09704979	0.001597777	-10.13005
Frec 13	0.08317756	0.001523771	-10.79994
Frec 14	0.06517227	0.001510367	-11.85937
Frec 15	0.05273351	0.001544127	-12.77913
Frec 16	0.05301292	0.001594402	-12.75618

Un ajuste exponencial de la curva da

$$\lvert H(w)\rvert^2 = e^{-4.7687-0.0154w}$$

con un coeficiente de correlación de -0.9944.

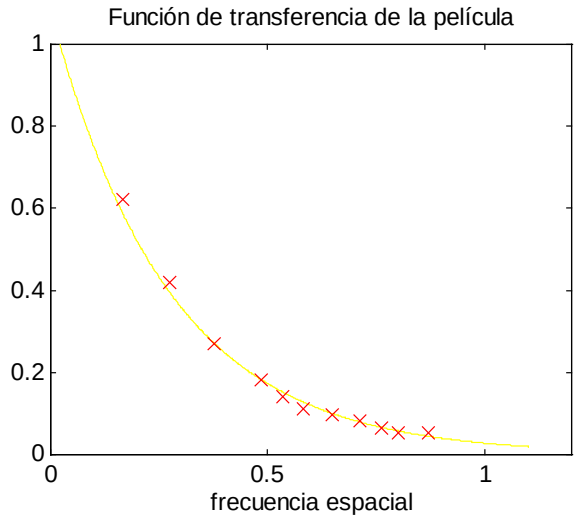


Fig. 8.35: Ajuste exponencial a la función de transferencia

Pero sería deseable que pudiésemos calcularla en más frecuencias. Esta técnica de identificado perfectamente nos permite conocer dicha función a cualquier frecuencia, siempre que tengamos seguridad de que se ha calculado con un margen de seguridad (relación señal a ruido) suficiente. El criterio aquí seguido es que una frecuencia es válida si para ella la potencia del espectro de entrada no cae por debajo del 90% de su valor de pico. El resultado se representa en la figura 8.36 izquierda junto con su desviación típica (derecha). Vemos que la desviación típica de la función es muy pequeña, no superando nunca el 2% de su valor nominal.

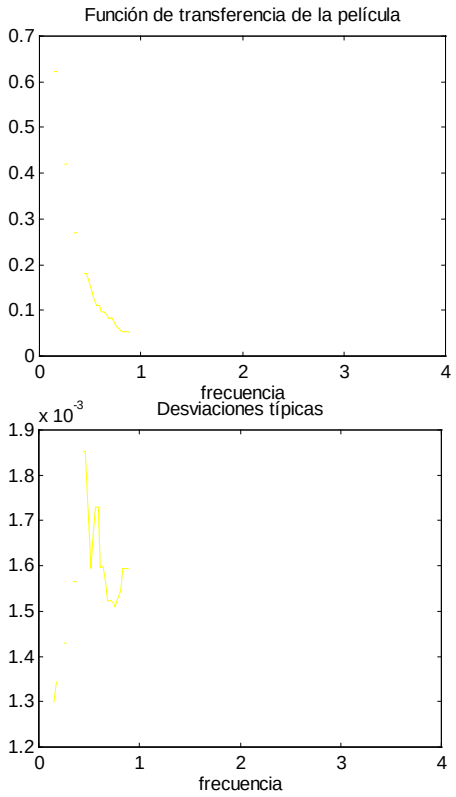


Fig. 8.36: Función de transferencia de la película a trozos continuos (izquierda) y desviación típica de la estimación (derecha)

Esta nueva función de transferencia puede volver a ser interpolada con una curva exponencial (coeficiente de correlación = -0.9918)

$$\left|H(w)\right|^2 = e^{-3.5392-0.00360w}$$

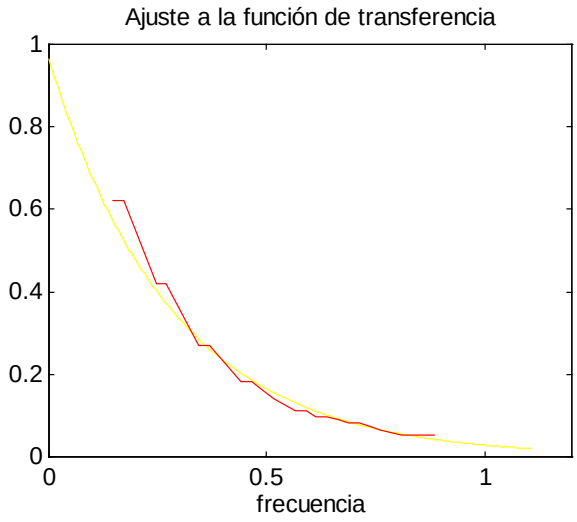


Fig. 8.37: Ajuste exponencial a la función de transferencia

El ligero empeoramiento del coeficiente de correlación se debe a que ahora hay que ajustar muchos más puntos por lo que es más fácil cometer errores en más de ellos. Cotejando este ajuste con el realizado para 11 puntos vemos que es prácticamente el mismo, se ajustan especialmente bien las altas frecuencias y con un poco más de error las frecuencias bajas.

8.3.2. IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA

Haciendo lo mismo con una identificación paramétrica ARX(1,1) llegamos a la siguiente tabla de valores que se representan en la figura más abajo.

	$\|H(w)\|^2$	$\|H(w)\|^2$ (dB)
Frec 3	0.27503700	-12.90850
Frec 5	0.13506920	-20.01968
Frec 7	0.06378176	-27.52288
Frec 9	0.03211819	-34.38333
Frec 10	0.02351592	-37.50078
Frec 11	0.01640700	-41.10047
Frec 12	0.01243092	-43.87569
Frec 13	0.008383614	-47.81476
Frec 14	0.005932620	-51.27289
Frec 15	0.005268453	-52.46019
Frec 16	0.004118234	-54.92331

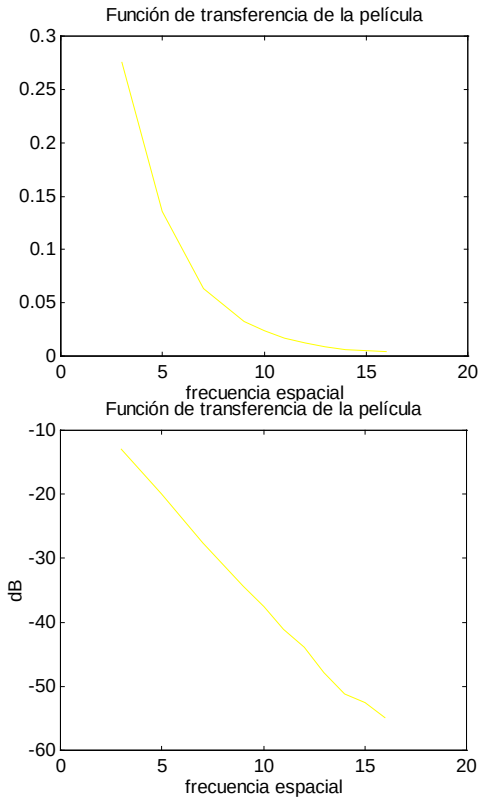


Fig. 8.38: Función de transferencia para la película '071': en escala lineal (izquierda) y logarítmica (derecha)

Se ve como hay una clara disminución de la función de transferencia respecto a las versiones anteriores (tanto en cociente de potencias como en identificación frecuencial). Sin embargo, se mantienen las buenas propiedades para poder comparar películas, especialmente se conserva la tendencia de la curva. De hecho, se puede interpolar la misma con un coeficiente de correlación de -0.9967 (el más alto de los obtenidos hasta ahora). Si todas las películas se evaluasen respecto a esta identificación podrían compararse entre sí.

El método paramétrico no aporta ninguna ventaja computacional y no acierta a dar con la verdadera función de transferencia del sistema. Además no se pueden desarrollar unas expresiones claras que proporcionen la incertidumbre del método. Lo más que se puede determinar es la incertidumbre en cada uno de los coeficientes de los polinomios, véase la tabla de abajo. En ella reconocemos como el coeficiente del polinomio A tiende a crecer y el de B a decrecer con la frecuencia. Pero sus varianzas son muy altas en comparación con el valor nominal del coeficiente, esto hace que dicha tendencia de crecimiento o decrecimiento se vea empañada por puntos intermedios que están fuera de lugar, por

ejemplo el coeficiente a_1 a frecuencia 11. Las desviaciones típicas crecen con la frecuencia, esto es justificable por medio del gradual deterioro de la relación señal a ruido presente en la señal.

	a_1	Desviación típica de a_1	b_0	Desviación típica de b_0	λ	Desviaci típica de
Frec 3	-0.7113170	0.02934836	-0.1718554	0.01813297	0.00203958	0.000198
Frec 5	-0.5976549	0.05265519	-0.1680910	0.02177750	0.00189354	0.000248
Frec 7	-0.5282038	0.07599102	-0.1378922	0.02384271	0.00176979	0.000265
Frec 9	-0.5449112	0.1092131	-0.1038319	0.02773619	0.00190087	0.000514
Frec 10	-0.4126769	0.1153727	-0.1042727	0.03091443	0.00159796	0.000289
Frec 11	-0.4805450	0.1214791	-0.0841601	0.02992172	0.00168915	0.000312
Frec 12	-0.3959482	0.1335336	-0.0813549	0.03311510	0.00155121	0.000296
Frec 13	-0.3343006	0.1415150	-0.0715609	0.03598749	0.00151472	0.000332
Frec 14	-0.3764754	0.1582902	-0.0601196	0.03456540	0.00145092	0.000310
Frec 15	-0.3317231	0.1768868	-0.0588995	0.03534179	0.00142163	0.000321
Frec 16	-0.3141564	0.1740344	-0.0536929	0.03867011	0.00141745	0.000336

CONCLUSIÓN

Por todos los inconvenientes mencionados deberemos abandonar la vía de identificación paramétrica en pos de otros métodos más claros, más precisos y que determinen mejor la curva y no den sólo una curva proporcional a la real. Su hermana, la identificación frecuencial, sí se ha mostrado como una herramienta útil, precisa, de varianza calculable y con una estimación bastante buena tanto de la función de transferencia como de la densidad espectral de ruido. Aunque esta última estimación la dejaremos en manos del procedimiento desarrollado en el capítulo 10.

9. UN ENFOQUE BIDIMENSIONAL

9.0. INTRODUCCIÓN

En nuestro intento por reconocer la función de transferencia del sistema de adquisición de mamografías podemos considerar, como realmente es, que el conjunto es un sistema bidimensional que trabaja con señales bidimensionales, es decir, imágenes. El sistema recoge una imagen de entrada y produce una imagen de salida. A lo largo de todo el proyecto hemos supuesto que dicho sistema era isotrópico, o sea, que trataba una excitación independientemente de la dirección en que ésta fuese aplicada, por lo que podíamos reducir en un grado la complejidad del problema.

Pudiera ser que el sistema no fuese tan isotrópico como nosotros suponemos. Entonces deberíamos estudiarlo como un sistema con dos

variables libres en el “tiempo” correspondientes a una base ortogonal espacial (llamadas X e Y), y sus dos frecuencias espaciales homólogas (ω_x y ω_y). Si llamamos I(x,y) a una imagen la relación entra la descripción frecuencial y temporal viene dada por la transformada bidimensional de Fourier.

$$VI(k,l) = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} I(m,n) e^{-j\frac{2\pi}{M}km} e^{-j\frac{2\pi}{N}\ln}$$

Y en este marco bidimensional deberíamos aplicar ahora conceptos parecidos a los desarrollados a lo largo del proyecto: función de transferencia como cociente de potencias, como cociente de espectros, identificación de sistemas, ...

A nadie se le escapa que este enfoque bidimensional conlleva una complejidad computacional mucho mayor que la perspectiva en una sola dimensión. Además, al disponer para cada imagen de una sola imagen (valga la redundancia) estamos sujetos fuertemente a problemas de varianza. No podemos reducirla por promediado como en el caso unidimensional. Otro aspecto a tener en cuenta es la falta de documentación sobre identificación de sistemas en imágenes, modelados paramétricos, ... La versión unidimensional es mucho más rica en métodos de estimación espectral, de potencias, de identificación de sistemas, ... que su contraparte para imágenes.

Demostraremos, además, en este capítulo que por la construcción propia de la señal patrón es absurdo aplicar este enfoque bidimensional.

9.1. ALGUNOS ESPECTROS 2D

En esta sección demostraremos la inviabilidad de un análisis de la función de transferencia a nivel de imágenes completas. El razonamiento básicamente es que si observamos el patrón de líneas (figura 9.1) vemos que en la dirección vertical (Y) no hay cambios, siempre es la misma imagen. De esta forma tampoco hay información en esa dirección y, por tanto, el espectro será nulo. Este espectro nulo imposibilitará realizar un cociente de espectros, o una estimación paramétrica de la función de transferencia al no disponer de una relación SNR adecuada, realmente es que no existe señal en esa zona del espectro.

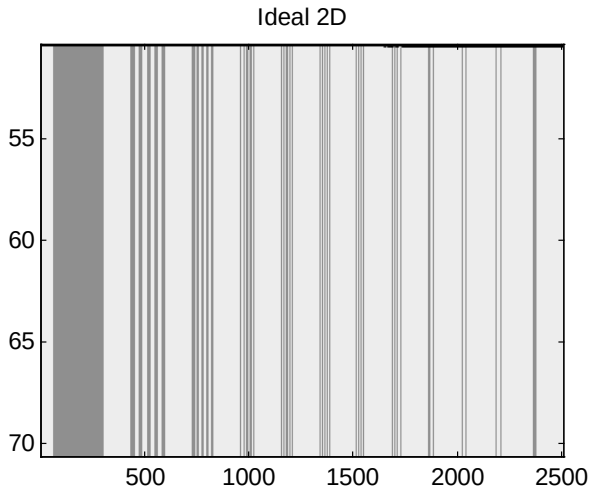


Fig. 9.1: Imagen correspondiente a un trozo del patrón de líneas

Podemos aplicar en este análisis de imágenes el mismo concepto que hemos venido empleando a lo largo de todo el proyecto, será más fácil una identificación por grupos de frecuencia en vez de a toda la imagen. Es por ello que nos quedamos con el trozo de imagen de frecuencia 16 (se ha elegido esta frecuencia por claridad de representación) comprendida entre las líneas 51 y 100 de la imagen '071'.

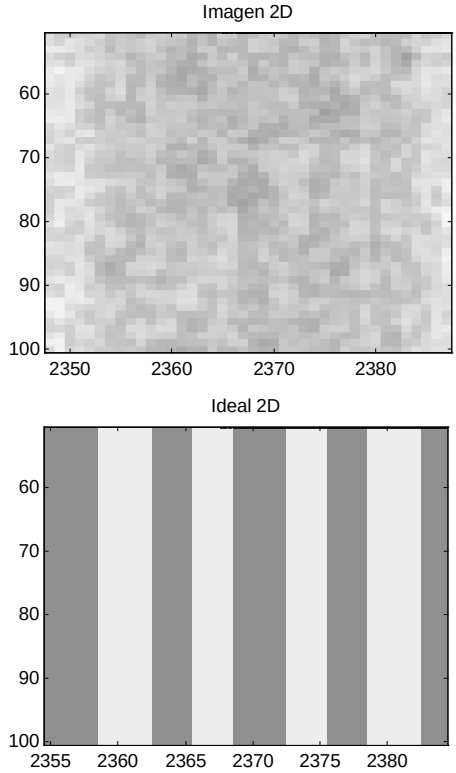


Fig. 9.2: Imagen a frecuencia 16 y su correspondiente ideal

La figura 9.2 no sorprende en absoluto, sabemos que a frecuencia 16 prácticamente sólo se ve ruido y la señal es irreconocible. Sin embargo nosotros deberemos encontrar entre todo el ruido un tono espacial como el representado en el ideal (figura 9.2 derecha) aunque de mucha menos amplitud.

El ejercicio fundamental que ratificará la hipótesis de que no hay información en uno de los ejes será comprobar que en el espectro del ideal no se dispone de dicha información. La figura 9.3 representa el primer cuadrante (los espectros bidimensionales tienen simetría en los 4 cuadrantes, basta con ver uno para saber cómo es el espectro) del espectro correspondiente al ideal de la figura 9.2. Realmente se dibuja sólo el módulo (y no al cuadrado) de dicho espectro por claridad de representación.

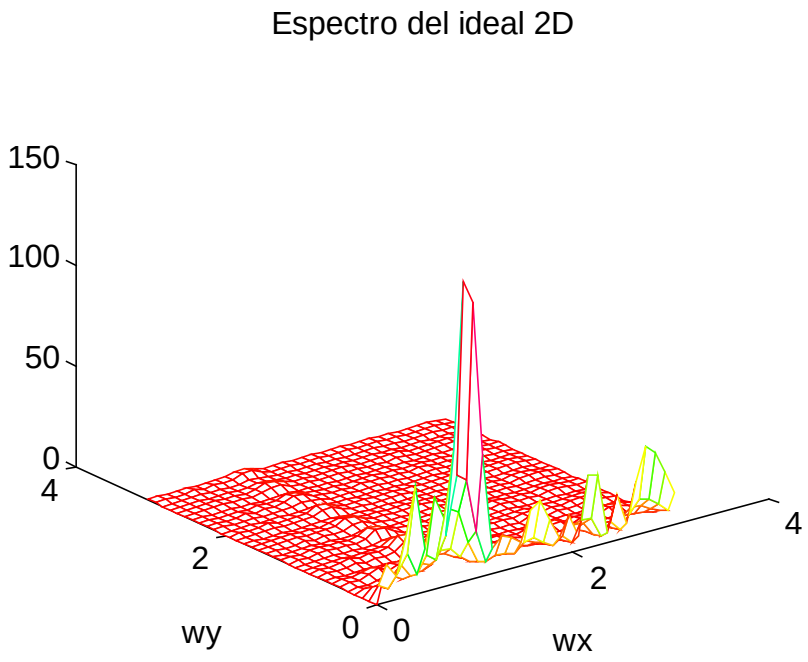


Fig. 9.3: Espectro del ideal 2D a frecuencia 16

Véase como lo que afirmábamos es cierto, las variaciones del espectro se producen en el eje ω_x, mientras que en el ω_y las variaciones son despreciables. Tan sólo el espectro situado sobre el eje X tiene una amplitud significativa y no a todas las frecuencias. En el resto del cuadrante el espectro es prácticamente nulo. Esto quiere decir que no se ha excitado en plan imagen sino en plan señal “temporal”. Esto justifica los esfuerzos que se han dedicado en el proyecto en estimar el espectro de una

señal unidimensional y el tratamiento que se le ha dado a la función de transferencia.

De hecho, los propios fabricantes de películas mamográficas adoptan este mismo enfoque unidimensional y no porque no se pueda disponer de una señal de test que posea información en las dos direcciones sino porque realmente la película, o el conjunto pantalla-película, se comporta como un sistema isotrópico.

Para finalizar podemos ver el espectro de la señal de salida de mamografía como una señal bidimensional. Dicho espectro se encuentra en la figura 9.4, en ella se aprecia como el ruido sí que ocupa todo el cuadrante pero con una distribución frecuencial correspondiente a una simetría de revolución de la descripción dada por la figura 10.12. Además vemos que el pico a frecuencia 16 sí se extiende un poco sobre el eje ω_y, ello explica el no alineamiento de los idealizados particulares de cada fila sobre la imagen.

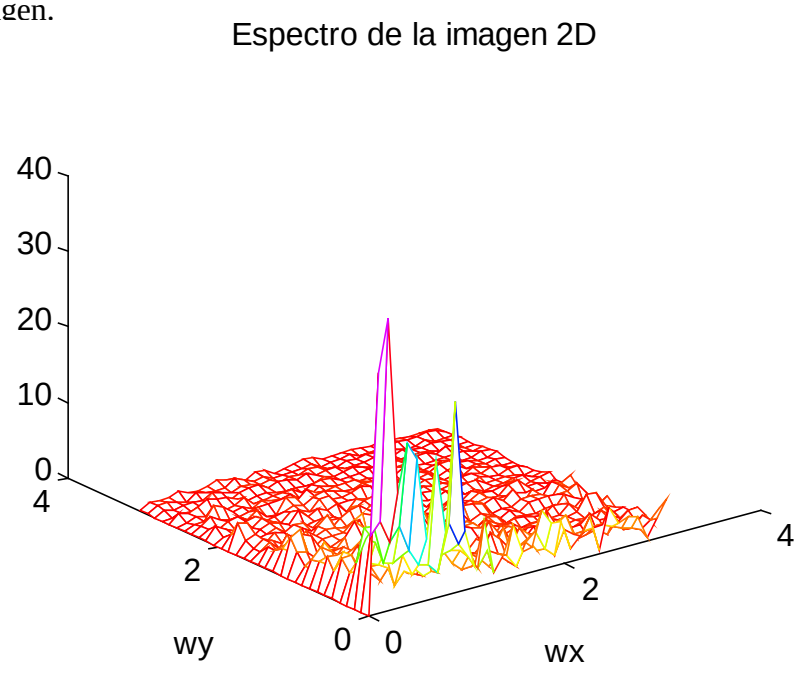


Fig. 9.4: Espectro de la imagen a frecuencia 16

Para concluir el capítulo diremos que se demuestra claramente la imposibilidad de abordar un enfoque bidimensional con la señal de test disponible, aunque esto no supone una pérdida grande puesto que el conjunto pantalla-película se comporta como un sistema isotrópico.

10. ESTUDIO DEL RUIDO Y DENSIDADES ÓPTICAS

10.0. INTRODUCCIÓN

Aparte de la función de transferencia de la película de la que ya se ha hablado ampliamente a lo largo de los capítulos precedentes, un aspecto muy importante a tener en cuenta es la cantidad de ruido introducida por la película, éste será sin duda uno de los parámetros de comparación fundamental a la hora de la elección de una marca y modelo y no otra. Es importante que el nivel de dicho ruido sea el menor posible dejando de este modo mamografías más claras en las que los más pequeños detalles de interés diagnóstico no queden enmascarados. Será, pues, objetivo primordial de este proyecto establecer la potencia de dicho ruido de la manera más exacta posible.

Los escalones del patrón de líneas son los lugares más apropiados para extraer los valores máximos y mínimos de la densidad óptica. Esta densidad óptica depende de parámetros tales como factores intrínsecos a la constitución de la película pero también a otros factores meramente circunstanciales como pueden ser la iluminación uniforme o no de rayos X al hacer la radiografía; la distancia del foco de rayos a la película, la pantalla y el patrón; el voltaje y amperaje aplicado entre ánodo y cátodo; o la iluminación más o menos homogénea en el momento de digitalizado. Por todas estas razones la densidad óptica y su posterior traducción a nivel de gris normalizado puede variar de unas zonas de la misma imagen a otras.

En este capítulo se estudiarán los valores máximo y mínimos de dicha densidad óptica, así como su evolución a lo largo de la radiografía. Al mismo tiempo se evaluará la potencia de ruido presente en los dos niveles estables de la mamografía (blancos y negros) puesto que un estudio más detallado para el nivel de gris requeriría un patrón de escalera en vez del actual patrón de líneas de que se dispone.

Supondremos que el ruido sigue una distribución gaussiana de media 0. Esta suposición de media nula es arbitraria, pero no conlleva ningún peligro puesto que desconocemos los valores reales de las densidades ópticas máxima y mínima. Si la media del ruido fuese, por ejemplo, mayor que 0 el único error en que estaríamos incurriendo es en que daríamos valores más altos de las densidades máxima y mínima a los reales, pero en la sección 6.1 se discutió la imposibilidad de conocer con exactitud dichos valores, tan sólo podemos conocer la forma del ideal y no su amplitud, por lo que cometer dicho error es algo inherente a la concepción del problema y algo con lo que debemos coexistir.

De este modo, matemáticamente hablando, la densidad óptica máxima o mínima y la potencia de ruido asociada a cada nivel se encuentran estrechamente relacionadas por medio de una variable aleatoria de distribución gaussiana cuya media será la densidad óptica correspondiente y su varianza la potencia de ruido. Nuestros esfuerzos se dirigirán,

entonces, a estimar dichas medias y varianzas en aquellas zonas de la imagen que por características uniformes así lo permitan (los escalones y espacios intermedios entre grupos de pares de línea).

10.1. ESTIMACIÓN DE NIVELES MEDIOS Y POTENCIA DE RUIDO

10.1.0. ALGUNOS CONCEPTOS ESTADÍSTICOS

Repasaremos brevemente, y sin entrar en demostraciones ya que no es el propósito de este proyecto, las características deseables de un estimador θ‘ de un parámetro θ calculado como una función de una serie de muestras X_1, X_2, ..., X_N de una determinada variable aleatoria. Esta revisión servirá en la sección siguiente cuando se enuncien las propiedades de los estimadores utilizados para averiguar los valores de la densidades ópticas máxima y mínima así como la potencia de ruido. Para más información sobre las ideas aquí expuestas véase [4] capítulo 6.

CARENCIA DE SESGO

Se dice que un estimador θ‘ de un parámetro θ es insesgado si $E\{\theta'\} = \theta$ donde el operador ‘E’ representa a la esperanza matemática.

Esta propiedad nos dice que un operador es insesgado si después de repetir muchas veces el experimento, la media de los estimadores es el parámetro buscado. Esta propiedad es buena en el sentido de que sabemos que repitiendo muchas veces la estimación sobre conjuntos de muestras distintas seremos capaces finalmente de conocer con exactitud el valor buscado.

CONSISTENCIA

Se dice que θ‘ es un estimador consistente de un parámetro θ si

$$lim_{n\to\infty} E\{\theta'\} = \theta$$
$$lim_{n\to\infty} Var\{\theta'\} = 0$$

donde el operador ‘Var’ representa a la varianza.

Si se cumple esta propiedad para un estimador, entonces sabremos que cogiendo muestras de la variable aleatoria lo suficientemente largas podremos obtener el parámetro θ con toda seguridad.

SUFICIENCIA

Se dice que θ‘ es un estimador suficiente de un parámetro θ si $P\{ X_1 = x_1; X_2 = x_2; ...; X_N = x_N | \theta' = a \}$ no depende de θ para cualquier valor posible de θ. El operador ‘P’ representa la probabilidad.

Lo que viene a decir de un modo un tanto oscuro, es que un estimador es suficiente si extrae toda la información posible de las muestras de que dispone.

EFICIENCIA

Se dice que θ_1’ es un estimador más eficiente que θ_2’ de un parámetro θ si $Var\{ \theta_1' \} < Var\{ \theta_2' \}$. Es decir, si es más preciso.

ESTIMADORES DE MÁXIMA VEROSIMILITUD

Supongamos que las muestras N muestras de la variable aleatoria tienen una función densidad de probabilidad conjunta dada por

$$f_c(x_1, x_2, ..., x_N; \theta) = f(x_1, x_2, ..., x_N; \theta) f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) ... f(x_N; \theta)$$

Se define el estimador máximo verosímil como la variable aleatoria tal que

$$\theta'_{MV} = máx_{\theta \in R} f(X_1, X_2, ..., X_N; \bar{\theta})$$

Las propiedades de estos estimadores se enuncian a continuación:

- son consistentes
- son invariantes frente a transformaciones biunívocas
- si θ‘ es un estimador suficiente de θ, su estimador máximo verosímil θ'_{MV} es función de la muestra a través de θ‘.
- son asintóticamente normales, entendiendo por asintótico el hecho de que el número de muestras disponibles crezca indefinidamente
- son asintóticamente eficientes
- no siempre son insesgados

10.1.1. ESTIMADORES DE MEDIA Y VARIANZA

Ya hemos dicho que plantearemos el problema de determinar la densidad óptica máxima y mínima y la potencia de ruido como la estimación de la media y la varianza de una única variable aleatoria que engloba a las dos variables en cada una de las zonas del patrón de líneas que no son grupos de frecuencia. Para ello dispondremos de una serie de muestras X_1, X_2, ..., X_N de dicha variable aleatoria. Bajo el supuesto de que la variable aleatoria en cuestión obedezca a una distribución normal de media μ y varianza σ^2 tendremos las siguientes propiedades para cada uno de los estimadores.

ESTIMADOR DE LA MEDIA

El estimador de media más intuitivo es

$$\overline{X} = \frac{1}{N}\left(X_1 + X_2 + ... + X_N \right)$$

para el que en el caso concreto de la distribución normal para X coincide con el estimador de máxima verosimilitud y sigue una distribución normal de media μ y varianza σ^2/N.

$$X \to N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow \overline{X} \to N(\mu, \frac{\sigma^2}{N})$$

ESTIMADOR DE LA VARIANZA

El estimador más natural para la varianza sería

$$S^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{X})^2$$

Se puede comprobar que en el caso particular de que la variable aleatoria a la que se le está estimando la varianza siga una distribución gaussiana este estimador es de máxima verosimilitud aunque tiene el inconveniente de ser sesgado (existe una versión insesgada llamada cuasivarianza en la que en vez de dividir por N se hace por N-1). Se puede demostrar que el valor esperado y la varianza del estimador son las expresiones de abajo.

$$E\left\{S^2\right\} = \frac{N-1}{N}\sigma^2$$
$$Var\left\{S^2\right\} = \frac{2(N-1)}{N^2}\sigma^4$$

En nuestro caso, el número de muestras deberá ser lo suficientemente alto no sólo como para que este sesgo sea despreciable, sino para que también se elimine la elevada varianza del estimador, ¡mayor que lo que se quiere estimar!

Resumiendo, se han definido los estimadores que utilizaremos para evaluar la media y varianza de la señal, resultando ser estimadores de máxima verosimilitud. Las estimaciones serán razonablemente buenas siempre que el número de muestras involucradas sea lo suficientemente elevado.

10.1.2. SOBRE FONDO NEGRO

Es el momento de aplicar los estimadores definidos a las imágenes. Por fondo negro se entiende el trozo más oscuro perteneciente al escalón que está más a la izquierda de la imagen. Sobre este trozo calcularemos la media de la señal mamográfica y la potencia de ruido superpuesta. Calcularemos asimismo las varianzas de dichos estimadores teórica y prácticamente.

El número de muestras aproximado para el tramo estudiado es de 245 muestras, los valores obtenidos por inspección de las filas entre la 51 y la 151 de la imagen '071' se recogen en la siguiente tabla.

	Media	Desviación típica (%)	Varianza	Varianza teórica
id0	0.57226	1.02	34.11e-6	11.80e-6
potencia ruido	0.00289	11.05	102e-9	67e-9

Se refleja en la tabla que la varianza real de las medidas son mayores que las predichas por las fórmulas teóricas, esto se debe a que las teóricas definen una cota inferior de la que no se puede bajar, además hemos utilizado el valor medio de la potencia de ruido que no se trata de una medida muy fiable. Por lo menos en el orden de magnitud sí están de acuerdo lo cual es tranquilizador.

La desviación típica es muy pequeña en el caso de la media, y algo mayor en el caso de la potencia de ruido, resultados lógicos a la vista de sus expresiones de varianza. Con todo, sorprende que con tan sólo 245 muestras se pueda dar una expresión tan fiable (≅10% de variación) de la potencia de ruido.

Modifiquemos ahora la extensión del cálculo, en vez de evaluar la media y la varianza de la señal con una única línea hagámoslo con 3, 5, 7, ... centradas alrededor de la fila en estudio. Por ejemplo, si decidimos hacerlo con 3 líneas, el valor de id_0 en una fila será el valor medio de la señal en el negro del escalón de la fila de arriba, de ella y de la de abajo. Procederíamos de forma análoga con la potencia del ruido. En la página siguiente se relacionan tablas separadas para cada parámetro debido a la extensión de las mismas.

El cálculo de la desviación teórica se ha realizado utilizando las medias para 23 líneas promediadas como los valores reales de media y varianza. Conforme sube el número de líneas a promediar

aumenta la probabilidad de que en la ventana de líneas utilizadas caigan filas rechazadas por el control de artefactos por lo que no participarían en el cálculo de estos parámetros disminuyendo así el número efectivo de muestras conocidas. De esta forma se limita la consecución del límite teórico.

En las tablas se muestra como la variación típica real es siempre mayor que la esperada, ésta supone un límite inalcanzable. También se comprueba como para a partir de 13 líneas promediadas, tanto la desviación teórica como la real disminuyen a menor ritmo que como lo han ido haciendo hasta ese momento.

Así que escogemos este valor de 13 líneas promediadas como parámetro de diseño en la medida del ruido sobre fondo negro. Con este valor tendremos una desviación típica traducida a niveles de grises de 0.572x255x0.6%=0.88 niveles de negro, estamos muy cerca de la resolución de digitalización (en teoría 0.5), o sea, el digitalizador se equivocará poco menos que nosotros. El bajar de la precisión del scanner está más allá del promediado de 61 líneas, lo cual me parece excesivo.

TABLA PARA NIVEL DE GRIS NORMALIZADO

Líneas promediadas	Media	Desviación típica	Desviación típica (%)	Desviación teórica (%)
1	0,572260417	0,005816139	1,01634	0,60
3	0,572293548	0,005050453	0,88249	0,35
5	0,572293768	0,004396698	0,76826	0,27
7	0,572313987	0,004049919	0,70764	0,23
9	0,572299568	0,003831980	0,66958	0,20
11	0,572303612	0,003629367	0,63417	0,18
13	0,572299783	0,003419595	0,59752	0,17
15	0,572290700	0,003253342	0,56848	0,16
17	0,572292037	0,003150697	0,55054	0,15
19	0,572297871	0,003048208	0,53263	0,14
21	0,572327752	0,002957400	0,51673	0,13
23	0,572356937	0,002883741	0,50384	0,13

TABLA PARA LA POTENCIA DE RUIDO

Líneas promediadas	Media	Desviación típica	Desviación típica (%)	Desviación teórica (%)
1	0,002898829	0,000321160	11,07896	9,04
3	0,002908998	0,000242185	8,32538	5,22
5	0,002913989	0,000202268	6,94128	4,04

7	0,002919357	0,000175901	6,02533	3,41
9	0,002922032	0,000161048	5,51151	3,01
11	0,002922239	0,000147072	5,03285	2,72
13	0,002923256	0,000135234	4,62614	2,51
15	0,002924875	0,000127551	4,36090	2,33
17	0,002926025	0,000122356	4,18165	2,19
19	0,002926255	0,000118253	4,04110	2,07
21	0,002926780	0,000114195	3,90173	1,97
23	0,002927185	0,000110500	3,77496	1,88

Respecto a la tabla de potencia de ruido es importante ver que el ruido, para 13 líneas promediadas, se determina con un 5% de precisión. Un valor razonablemente alto si lo comparamos con el inicial del 11% y el final de 3.77%. Además se trata de una desviación típica más que pequeña a la vista de la fórmula teórica para la varianza según la cual la desviación típica es del mismo orden que la media del estimador. Así, pues, podemos estar satisfechos con la precisión alcanzada tanto en la medida del valor mínimo de nivel de gris como en el de potencia de ruido.

Al principio de este capítulo decíamos que el nivel de gris mínimo podía variar dentro de una misma imagen debido a distintas condiciones de iluminación tanto al tomar la radiografía como al digitalizarla. Bien, ha llegado el momento de revisar dicha afirmación, un estudio llevado a cabo sobre la imagen ‘071’ (fig. 10.1) nos revela que, efectivamente, dicho nivel de gris decrece hacia la parte de abajo de la misma, es decir, la parte oscura se hace ligeramente más negra (entre 3 y 4 niveles de gris de diferencia). Los picos de esta gráfica, como los de la siguiente, pueden estar provocados por cálculos en zonas con artefactos, o por lo menos con muchas líneas eliminadas, en las que disminuye el número de muestras eficaces usadas para la computación aumentando con ello la varianza en esos puntos.

Respecto a la evolución de la potencia de ruido no se detecta ninguna tendencia especial salvo la de los picos con mayor desviación que acabamos de comentar.

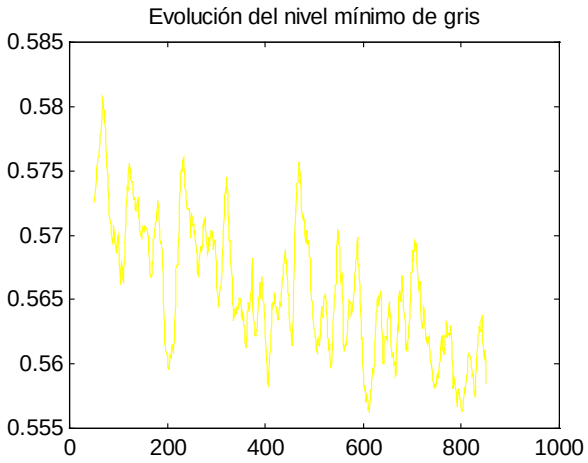


Fig. 10.1: Evolución del nivel mínimo de gris a lo largo de la radiografía.

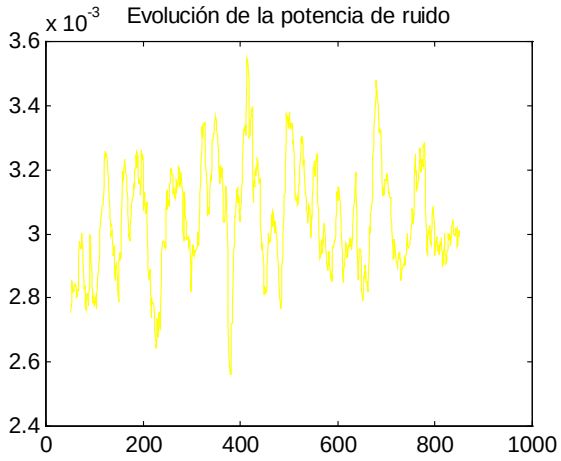


Fig. 10.2: Evolución de la potencia de ruido sobre fondo negro a lo largo de la radiografía.

10.1.3. SOBRE FONDO BLANCO

Las zonas blancas se encuentran en el escalón y entre los grupos de frecuencia. Repetiremos un estudio totalmente paralelo al desarrollado en la sección anterior comenzando directamente promediando filas de la imagen y observando las desviaciones típicas. El número de muestras por línea es de unas 1575, de donde se ve que no será necesario promediar mucho para alcanzar valores bajos de varianza.

TABLA PARA NIVEL DE GRIS NORMALIZADO

Líneas	Media	Desviación	Desviación	Desviación

promediadas		típica	típica (%)	teórica (%)
1	0,932594040	0,001519868	0,16297	0,12
3	0,932597995	0,001231330	0,13203	0,07
5	0,932583468	0,001144734	0,12275	0,05
7	0.932602895	0.001071238	0,11487	0,04
9	0.932610821	0.001045983	0,11216	0,04
11	0.932614398	0.001029951	0,11044	0,04

TABLA PARA LA POTENCIA DE RUIDO

Líneas promediadas	Media	Desviación típica	Desviación típica (%)	Desviación teórica (%)
1	0.001861885	0.000102912	5,52730	3,56
3	0.001862601	0.000071729	3,85101	2,06
5	0.001862958	0.000056783	3,04800	1,59
7	0.001862302	0.000050081	2,68920	1,35
9	0.001862585	0.000046855	2,51559	1,19
11	0.001862546	0.000044903	2,41084	1,07

En ambas tablas se observa como la desviación teórica sigue siendo una cota inferior al valor real, y cómo a partir de 5 líneas promediadas los aumentos de precisión son cada vez menores. Así, escogemos 5 como el número de líneas a promediar. Para el valor máximo de nivel de gris ni siquiera haría falta tanto promediado pero como son estudios que se realizan juntos no cuesta ningún trabajo promediar también 5 líneas.

Falta comprobar si también hay una deriva del nivel de blanco a lo largo de la imagen. Las figuras 10.3 y 10.4 muestran la evolución vertical del nivel máximo de gris y de la potencia de ruido respectivamente. De nuevo comentar que los picos representan aumentos de la varianza debidos a zonas en las que participan menos muestras al rechazar filas del entorno. El ruido no experimenta ninguna tendencia especial, mientras que el nivel de gris describe una curva que muestra efectos de bordes, son los bordes los que alcanzan menores niveles. Lo cual confirma nuestra teoría de que el nivel de gris puede variar por razones de iluminación. En el apartado de conclusiones extraeremos una interesante relación sobre el foco bien de rayos X bien de luz al digitalizar.

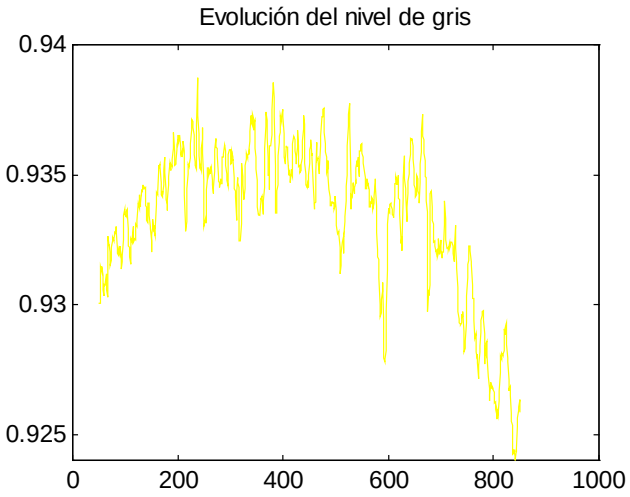


Fig. 10.3: Evolución vertical del nivel máximo de gris a lo largo de la radiografía.

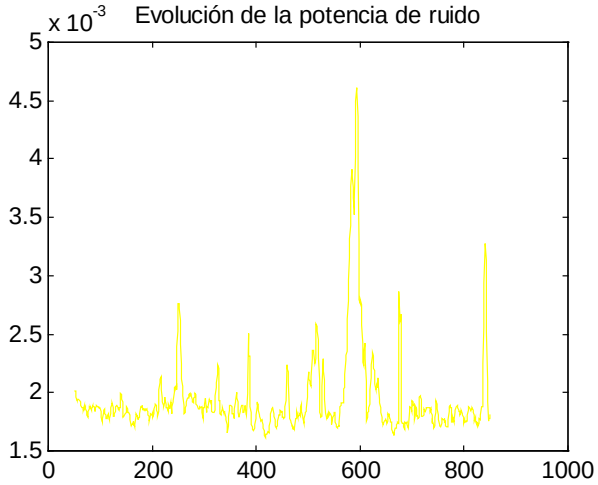


Fig. 10.4: Evolución vertical de la potencia de ruido sobre fondo blanco a lo largo de la radiografía.

No sólo deberíamos estudiar la variación vertical sino también la horizontal, pudiera ser que estos cambios de condiciones de iluminación afectaran a los niveles de blanco en la dirección transversal a la imagen. Para estudiar este posible efecto se escoge una zona estrecha de la imagen para que no influya la variación vertical, en este caso hemos elegido entre las líneas 51 y 151 de la imagen ‘071’ de características ya familiares, promediando para cada trozo 15 líneas. Los resultados se han representado en las figuras 10.5 y 10.6. La primera y última muestras no cuentan puesto que se corresponden con zonas muy estrechas y por tanto de mucha varianza. Descontando estas 2 muestras se observa que el

ruido sigue siendo independiente de la iluminación, pero no así el nivel de gris máximo que es menor cuanto más a los extremos nos encontremos, llegando a serlo hasta en 8 niveles de gris.

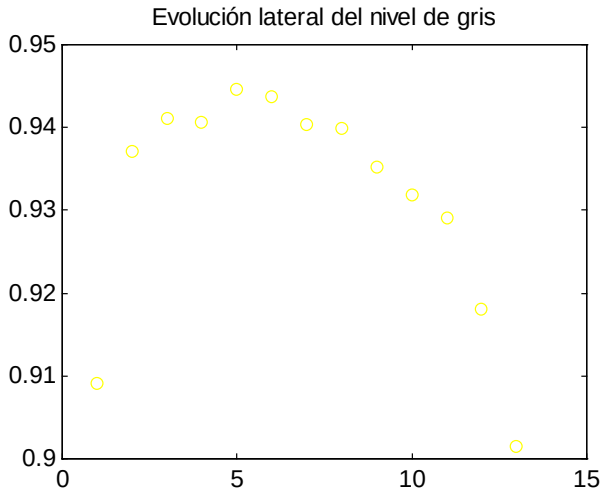


Fig. 10.5: Evolución horizontal del nivel de gris

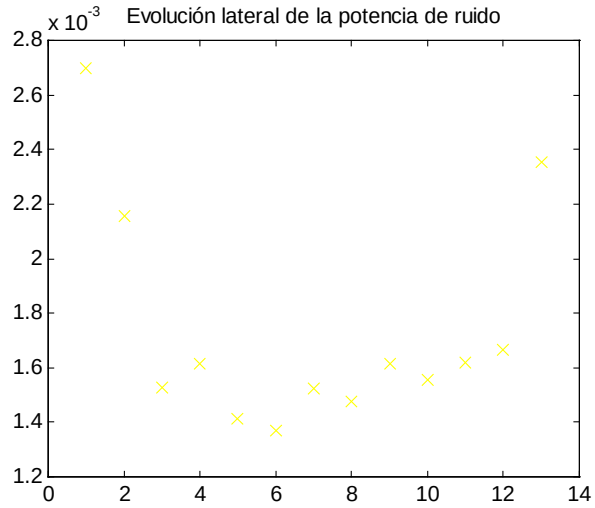


Fig. 10.6: Evolución horizontal de la potencia de ruido

10.1.4. CONCLUSIONES

Sobre el estudio llevado a cabo podemos deducir varios aspectos muy importantes sobre las películas:

- la potencia del ruido es independiente de las condiciones no homogéneas de iluminación tanto durante la toma de la radiografía como en la digitalización

- no así los niveles máximo y mínimo de densidad óptica que varían según la posición dentro de la mamografía, se debe con seguridad a una iluminación no homogénea, aunque no sea determinable si fue al radiografiar el patrón o digitalizar la mamografía.
- componiendo las curvas de evolución de los niveles de densidad óptica en las dos direcciones se desprende que había una máxima iluminación por el centro del patrón quedando ligeramente menos alumbrados los bordes. Este efecto es tanto mayor cuanto mayor es la distancia al centro del patrón como puede apreciarse en la evolución lateral horizontal frente a la vertical.
- la potencia de ruido sí depende de la densidad óptica a la que se encuentre siendo mayor para menores valores de densidad óptica. Con este patrón tan sólo podemos estudiar dicha dependencia en 2 puntos (blanco y negro), sería necesario un examen al patrón de escalera para conocer la función que los relaciona.
- el punto anterior nos obliga a pensar que el ruido es fruto, por lo menos en una de sus componentes principales, de la interacción de los fotones de rayos X con la película y la pantalla. A mayor número de fotones incidentes mayor ruido.
- las pequeñas variaciones de iluminación provocarían variaciones en la potencia de ruido asociadas a cada tramo, pero el carácter aleatorio de la estimación de la potencia enmascara dicha dependencia.

No es éste el momento de evaluar si se debe utilizar un ideal que se adapte a los diferentes niveles máximos y mínimos de densidad óptica sino aquellos capítulos que trabajen directamente con la idealización de la señal. De todos modos, es de presumir que no hará falta puesto que el ideal debe ser algo estable para evitar introducir ruido en el cálculo de la función de transferencia. Las condiciones de iluminación suponemos que afectarán por igual a todas las imágenes porque todas las mamografías se toman y digitalizan de la misma manera con lo que permanecerá intacta la propiedad de comparar diferentes películas.

10.2. INTERVALOS DE CONFIANZA

El concepto desarrollado en esta sección es el siguiente: hemos estimado unos valores para el nivel de gris máximo y mínimo así como la potencia de ruido asociada en cada uno de los casos. Sabemos que dicha estimación tiene una desviación típica que la cualifica, pero ¿seremos capaces de dar un intervalo en el que con toda seguridad deban encontrarse las estimaciones de dichos parámetros?.

Este problema es abordado por la inferencia estadística de la cual expondremos en la sección 10.2.0 los resultados más relevantes que nos afecten en este proyecto, para luego aplicarlos en los dos apartados inmediatamente posteriores. Este tema de inferencia estadística es ampliamente tratado en [4] sección III por lo que me remito a esa fuente para más información.

10.2.0. ALGUNOS CONCEPTOS ESTADÍSTICOS

Revisemos nuestro problema: tenemos una variable aleatoria (la señal de mamografía) supuesta sigue una distribución normal, de la que nos interesa conocer su media (porque se identifica con el nivel máximo o mínimo del nivel de gris alcanzable por la película para unas condiciones de iluminación determinadas) y su varianza (ya que es reconocible como la potencia de ruido presente en la película en esa zona). En principio, nada sabemos de la media y la varianza, salvo las dos estimaciones realizadas, y queremos saber entre qué márgenes se deberían mover dichas evaluaciones.

En estimación confidencial, nombre que recibe esta disciplina dentro de la estadística, no se puede determinar dicho intervalo con toda seguridad sino con una probabilidad asociada. Así se dirá que la media pertenece a este intervalo con una probabilidad tal, pudiendo extender la probabilidad tanto como deseemos.

Supongamos que disponemos de N muestras de la señal mamográfica. Llamaremos $\overline{X}$ a la estimación de su media, μ a su media real, S^2 a la cuasivarianza (que en el caso de N elevado coincide con el estimador de la varianza, S^2) y σ^2 a la varianza real. Construimos la variable aleatoria Z según

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}} \rightarrow N(0,1)$$

que sigue una distribución gaussiana normalizada. Por otro lado, sabemos que la variable aleatoria Y definida como

$$Y = \sum_{i=1}^{N} \frac{(X_i - \overline{X})^2}{\sigma} \rightarrow \chi^2_{N-1}$$

sigue una distribución ji-cuadrado con N-1 grados de libertad. Combinando las dos variables anteriores podemos obtener aún una tercera, T

$$T = \frac{Z}{\sqrt{\frac{1}{N-1}Y}} \rightarrow t_{N-1}$$

que responde a una distribución t de Student con N-1 grados de libertad.

Dado un nivel de significación, α, es decir, la probabilidad de que las estimaciones estén en el intervalo buscado será 1-α, basta con buscar las abcisas simétricas respecto al eje de ordenadas que hacen que el área bajo la distribución de Student sea 1-α. A dichos valores los llamaremos $t_1=t_{\alpha/2}$ y $t_2=t_{1-\alpha/2}$ (fig. 10.7).

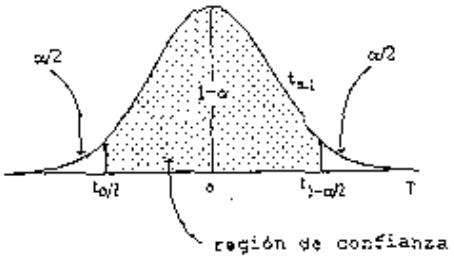


Fig. 10.7: Área buscada en la distribución t de Student

$$1-\alpha = P\left\{t_1 \le T \le t_2\right\} = \ldots = P\left\{\overline{X} + t_1 \frac{\hat{S}}{\sqrt{N}} \le \mu \le \overline{X} + t_2 \frac{\hat{S}}{\sqrt{N}}\right\}$$

Luego, ya hemos encontrado el intervalo que con una confianza de 1-α contiene a la media.

Encontraremos el intervalo correspondiente para la varianza en la variable Y, por medio de una ecuación parecida a como lo hicimos con la media. La idea vuelve a ser encontrar aquellos valores dentro de la distribución ji-cuadrado que hacen que el área bajo la función densidad de probabilidad sea 1-α, teniendo cuidado de dejar $\alpha/2$ por cada lado (fig. 10.8)

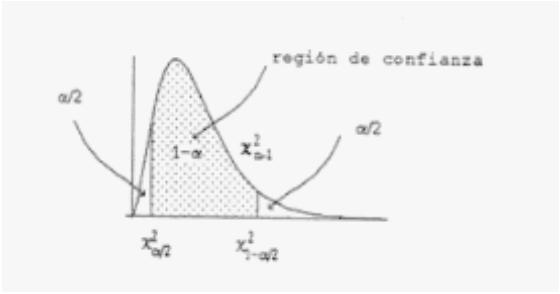


Fig. 10.8: Área buscada en la distribución ji-cuadrado

$$1-\alpha = P\{y_1 \le Y \le y_2\} = \ldots = P\left\{\frac{(N-1)\hat{S}^2}{y_1} \le \sigma^2 \le \frac{(N-1)\hat{S}^2}{y_2}\right\}$$

De este modo ya hemos localizado los intervalos de confianza 1-α tanto para los niveles máximo y mínimo de nivel de gris, traducción directa de la densidad óptica, y la potencia de ruido.

10.2.1. PARA EL NIVEL DE DENSIDAD ÓPTICA

Apliquemos, pues, las fórmulas anteriores para determinar el intervalo de confianza al 99% de la media de señal mamográfica. Recordemos que sobre fondo negro se promediaban 13 líneas (13x245=3185 muestras) y que sobre fondo blanco se hacía con 5 (5x1545=7725 muestras). Estos valores tan elevados de N hacen que la cuasivarianza (estimador de la varianza sin sesgo) tome un valor muy parecido a la varianza. Además, la distribución t de Student con tantísimos grados de libertad se aproxima muy bien por una gaussiana tipificada (en el límite cuando N tiende a infinito la igualdad es cierta). Recordemos, por último, que la varianza que debemos utilizar no es la del estimador sino la de la variable aleatoria, es decir, lo que hemos llamado potencia de ruido.

Los valores de t_1 y t_2 para una confianza del 99% son -3.62 y 3.62 respectivamente con lo que los intervalos para los valores medios sobre fondo negro y blanco quedan.

	FONDO NEGRO	FONDO BLANCO
$\overline{X}$ (nivel de gris)	0,572299783	0,932583468
S^2 (potencia de ruido)	0,002923256	0.001862958
S	0.054067143	0.043161997
N	3185	7725
Intervalo	±0.00346806	±0.00177771
Intervalo en niveles de gris	**±0.88**	**±0.45**

En ambos casos estamos por debajo de 1 nivel de gris, con lo que podemos afirmar que con una probabilidad del 99% el nivel máximo o mínimo real se encuentra no más alejado de 1 nivel de gris de nuestra estimación. Es una aproximación bastante buena como se puede comprobar, volvemos a confirmar lo que ya sabíamos, estamos evaluando el nivel de gris muy cerca de la resolución del digitalizador, e incluso por debajo para el nivel de blanco.

10.2.2. PARA LA POTENCIA DE RUIDO

Respecto a la potencia de ruido no sería difícil realizar un estudio similar al seguido en la sección anterior ya que nada más tenemos que sustituir valores en una pequeña fórmula. El único inconveniente es que la función densidad de probabilidad ji-

cuadrado no está tabulada ni se puede evaluar para tantos grados de libertad. Además, no se puede aproximar por ninguna otra función cuando N tiende a infinito. Esta es la razón por la que no se efectúa la estimación confidencial sobre este parámetro.

10.3. ESTIMACIÓN EN PRESENCIA DE ARTEFACTOS

Es de suponer que los artefactos no influirán mucho dado el carácter global del estudio al tomar valores en toda la imagen. Los artefactos no son lo suficientemente grandes como para distorsionar en gran manera las estimaciones de niveles de gris medios y potencias de ruido. De hecho, las desviaciones típicas de los estimadores relacionadas a lo largo del capítulo así lo demuestran. Con todo, realizaremos un pequeño estudio local para comprobar cómo afectan los artefactos en dichas estimaciones. Tan sólo distinguiremos dos tipos de artefactos: los que caen dentro de un grupo de pares de línea y los que no. Seguiremos con los artefactos estudiados en el capítulo de idealizado (capítulo 5).

ARTEFACTO 1

Recordemos que se trata de una raya más oscura a frecuencia 9 hacia las filas 350. La consecuencia debería ser una disminución local del nivel medio de gris como efectivamente se observa en la figura 10.9, pero la aparición de dicho artefacto no obliga a que la frecuencia 9 desentone con el carácter de la curva en la gráfica 10.14. Así vemos que el control de artefactos y la medida de parámetros en toda la imagen protegen a la función de transferencia de contaminaciones innecesarias.

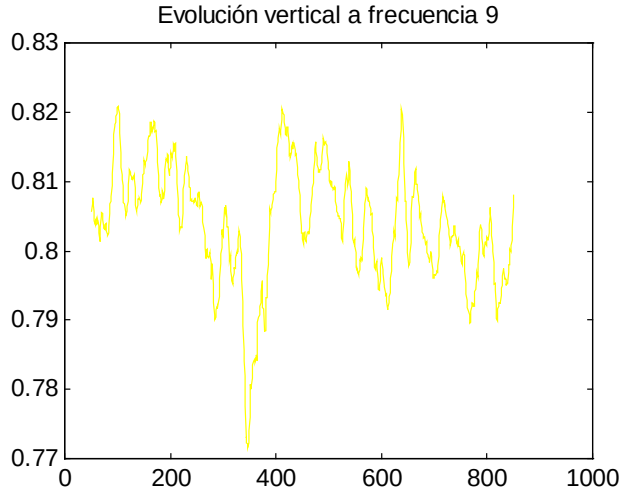


Fig. 10.9: Artefacto en el grupo de frecuencia 9 hacia la muestra 350

ARTEFACTO 2

Este artefacto consistía en una mancha negra antes de llegar al grupo de frecuencia 13 entre las muestras 505 y 515. Los resultados locales se muestran a continuación, la figura muestra la evolución del nivel máximo de gris para esa columna a distintas filas. Como se ve la disminución de nivel de gris medio no es mayor de 0.04*255=10 niveles, valor casi igualado, por ejemplo, por las condiciones de iluminación no uniformes. No afecta gravemente a la consecución de un nivel estable para el nivel alto de la imagen.

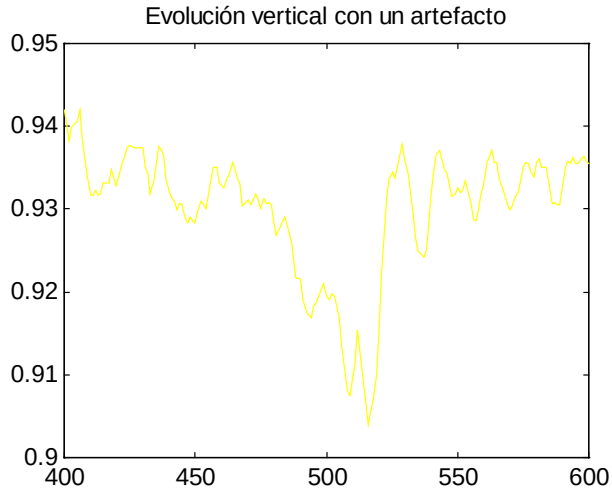


Fig. 10.10: Artefacto en trozo blanco

CONCLUSIÓN

Hemos comprobado cómo la existencia de artefactos no afectan gravemente a los cálculos globales de la imagen debido a tres factores: primero, lo pequeño que son en comparación con la imagen completa; segundo, el control antiartefactos que evita se hagan operaciones con filas de imagen muy deterioradas; y tercero, el promediar en toda la imagen diluye los posibles efectos que los artefactos pudieran traer consigo.

10.4. DISTRIBUCIÓN DEL RUIDO EN FRECUENCIA

El último estudio que nos queda por realizar es averiguar cómo se distribuye este ruido a lo largo de la frecuencia. Sería idóneo que fuese blanco pero a lo largo de la sección demostraremos que no es así.

La estimación del espectro de ruido lo realizaremos clásicamente, en concreto utilizaremos un correlograma (ver sección 7.2.1) enventanando la función autocorrelación del ruido a la mitad de su longitud máxima. El

procedimiento seguido será establecer la función de autocorrelación para cada trozo diferenciable de la imagen, y promediar las funciones correspondientes a los trozos negros por un lado y por otro las correspondientes a tramos claros. De este modo, se consigue una función de autocorrelación bastante buena, con una desviación típica máxima del orden de 1e-6 alcanzada justo en el centro de la correlación y un valor medio inferior a 1e-9 en el resto de la función. Podemos afirmar que aproximadamente esa será la función de autocorrelación del ruido al haber sido estimada sobre tantas realizaciones. Ahora a esa función de autocorrelación se le haya la transformada de Fourier y obtenemos la densidad espectral de potencia asociada a ella.

Una segunda posibilidad es la de promediar las densidades espectrales en vez de promediar sobre la autocorrelación, pero ya se vio que el correlograma tiene unas propiedades malas de varianza, es peor promediar muchos correlogramas debido a su varianza que hallar una buena función de autocorrelación y calcular con ella la densidad espectral de potencia a través de la definición, es decir, la transformada de Fourier.

Realizando el proceso arriba descrito sobre los grupos de trozos negros y blancos respectivamente se obtienen las gráficas representadas en la figura 10.11. A modo de comprobación con el resto del capítulo diremos que la potencia de ruido sobre fondo negro se ha estimado en 0.003025 mientras que para fondo blanco se hace en 0.001705. Aunque no se alcanza el valor exacto con toda la precisión deseada, sí son indicadores de que, salvo pequeños desplazamientos verticales de la curva para adaptarse a las verdaderas potencias sobre cada fondo, las curvas están bien calculadas, máxime cuando lo realmente importante de ellas es su tendencia.

En los espectros se ve que claramente el ruido en absoluto es blanco, es más la dependencia casi lineal del logaritmo del espectro con la frecuencia denota una distribución del ruido en frecuencia de forma exponencial del estilo

$$Potencia_ruido(frec) = Ae^{-Bfrec}$$

Es más si somos puristas podemos establecer dos pendientes diferentes según la frecuencia a la que nos encontremos (hecho constatable sobre ambos fondos)

$$Potencia_ruido(frec) = \begin{cases} A_1 e^{-B_1 frec} & frec < 0.7 rad/s \\ A_2 e^{-B_2 frec} & frec > 0.7 rad/s \end{cases}$$

Esta frecuencia de codo se corresponde con una frecuencia espacial de unos 12 pares de línea por milímetro. En el capítulo 6 vimos como la

función de transferencia tiene una dependencia con la frecuencia similar. La explicación física de este fenómeno puede ser la siguiente: el sistema de adquisición tiene una función de transferencia exponencial negativa con la frecuencia. Ajeno a este sistema el patrón de mamografía es contaminado por una fuente de ruido blanco o no que al pasar a través del sistema adopta la misma forma en el espectro que éste. La existencia de un codo puede ser síntoma de dos cosas: o bien la fuente de ruido anterior se compone en realidad de 2 fuentes y hasta la frecuencia 12 una de ellas no entra en funcionamiento; o bien la fuente de ruido es no lineal con la frecuencia. Más bien me inclino por la primera al parecer más plausible, debemos entonces pensar que hay dos mecanismos de generación de ruido y uno de ellos tan sólo se pone de manifiesto para frecuencias altas.

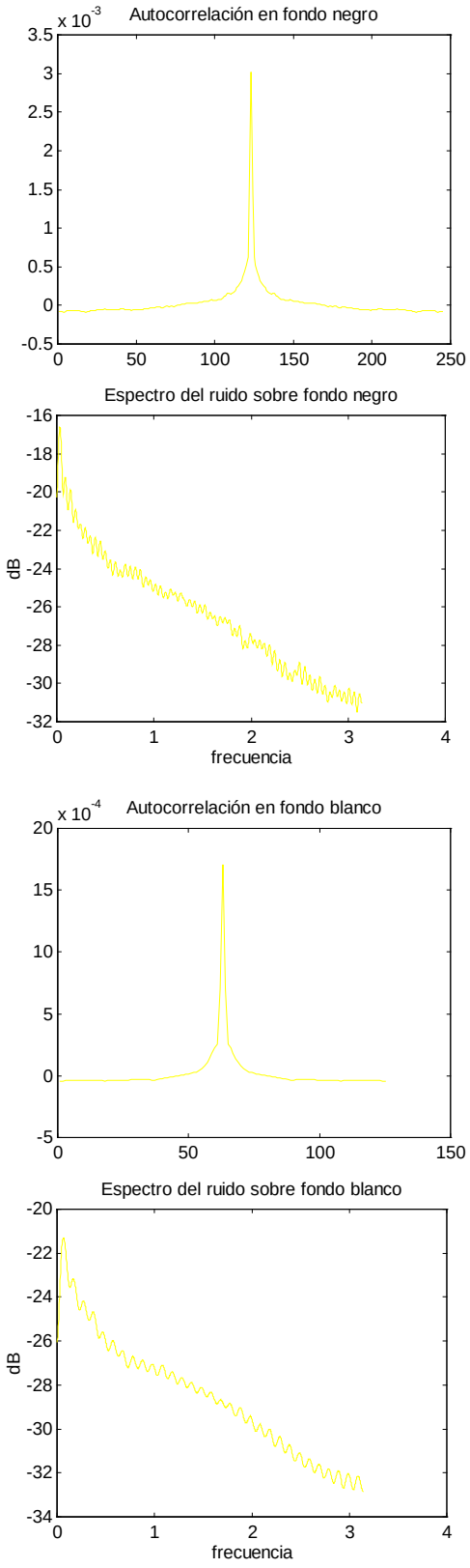


Fig. 10.11: Autocorrelaciones y espectro en decibelios del ruido sobre fondo blanco y negro.

Respecto a la suposición inicial de ruido blanco gaussiano hemos demostrado que se trata de ruido coloreado que hemos supuesto gaussiano y del que hemos estimado sus principales estadísticos. La densidad espectral de potencia de ruido blanco equivalente a las dos anteriores se representa en la figura a continuación junto con las densidades espectrales reales en unidades lineales.

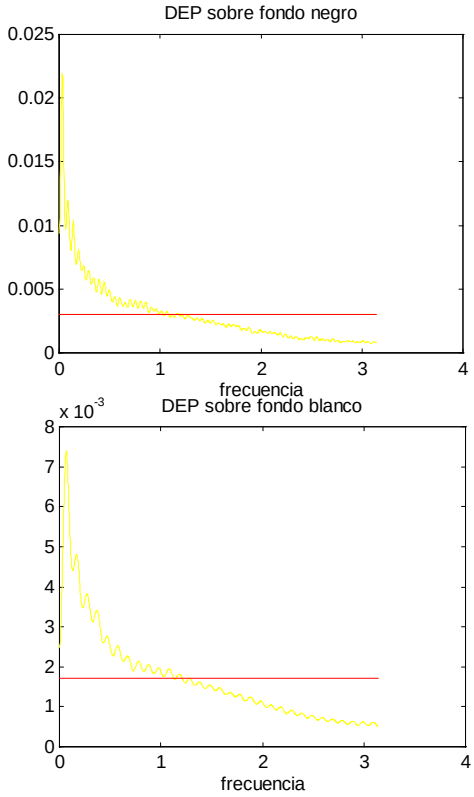


Fig. 10.12: Densidades espectrales y densidad espectral de ruido blanco de la misma potencia

10.5. ESTIMACIÓN DE RUIDO EN LOS GRUPOS DE PARES

En el capítulo 6, y en general, siempre que se calcule la potencia de salida de la señal mamográfica, se efectuará una corrección en la que se tendrá en cuenta la potencia de ruido en cada uno de los grupos de pares. Según hemos visto en la sección 10.1.4, la potencia de ruido depende del nivel de gris en el que nos encontremos, por lo que la potencia de ruido asociada a cada uno de los grupos de pares de línea no será ninguno de los dos estudiados con anterioridad, sino más bien uno intermedio. Habrá que interpolar una recta que pase por los dos niveles de gris máximo y mínimo y elegir del interior de dicha recta algún punto que nos parezca representativo de la potencia de ruido en el grupo tratado.

Por otra parte, la potencia de ruido depende de la frecuencia al tratarse de ruido coloreado. La potencia media será determinada por la corrección de nivel de gris arriba mencionada, pero para cada potencia nominal habrá que volver a corregirla según la distribución frecuencial del apartado 10.4, habrá que preocuparse de qué potencia de ruido cae dentro de la banda asociada al grupo de frecuencia.

10.5.1. CORRECCIÓN DEL NIVEL DE GRIS

ELECCIÓN DEL NIVEL DE GRIS ASOCIADO A UN GRUPO

No es tarea sencilla la de seleccionar un nivel de gris único para un grupo de pares de línea: primero, porque sabemos que la iluminación no es uniforme según se ha visto; segundo, porque no se puede elegir el mismo nivel de gris para todos los grupos, según se ve en la figura 10.13 al principio los grupos son cada vez más claros a medida que aumenta la frecuencia llegando a un máximo hacia el centro de la imagen, a partir de ahí comienzan a ser ligeramente más oscuros; y tercero, porque, aunque para los últimos grupos sí resulte más fácil pues prácticamente son una mancha gris, para las frecuencias bajas se distinguen claramente las líneas claras de las oscuras y habrá que elegir el nivel convenientemente.

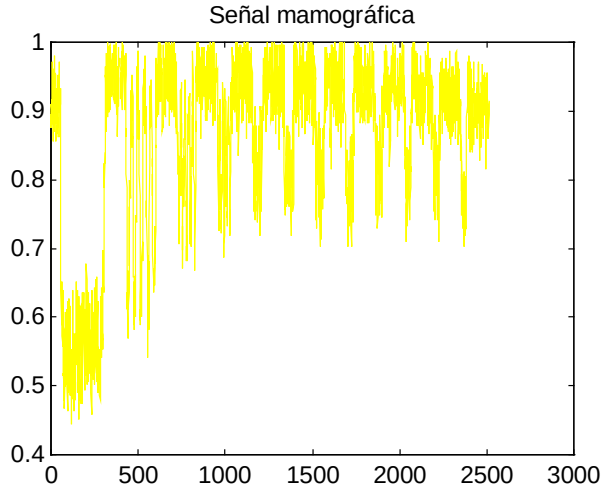


Fig. 10.13: Señal del patrón de líneas

La aproximación al nivel de gris a adoptar será algo parecido a lo que se ha estado desarrollando a lo largo del capítulo, promediar en el espacio comprendido por el grupo para averiguar el valor medio de gris en él, y complementar esta información con la de las filas adyacentes a fin de disminuir las desviaciones aleatorias.

Claramente es una propuesta válida para acercarnos al nivel de gris medio en altas frecuencias. Pero podemos comprobar que también es buena en el caso de las bajas. Supongamos que nos encontramos en el grupo de frecuencia 3, en él habrá N_0 muestras a nivel bajo y N_1 a nivel alto guardando entre sí una proporción de 5 a 4. Supongamos que el nivel alto para este grupo lo definimos como la media del nivel de gris en la N_1 muestras y similarmente el nivel bajo la media en las N_0. Así, pues, la media total del grupo será

$$Gris_medio = \frac{4}{9} id_1 + \frac{5}{9} id_0 = \frac{4}{9} \frac{\sum_{"1"} x(i)}{N_1} + \frac{5}{9} \frac{\sum_{"0"} x(i)}{N_0} = \frac{\frac{4}{9}\sum_{"1"} x(i)}{\frac{4}{9}N} + \frac{\frac{5}{9}\sum_{"0"} x(i)}{\frac{5}{9}N} = \frac{\sum_{"1"+"0"}}{N}$$

Donde la última expresión no es otra cosa que la media que nosotros acabamos de proponer como aproximación.

Hechos los preparativos no nos queda más que lanzarnos a estudiar durante cuántas líneas será necesario promediar para obtener un valor fiable del gris a aplicar en cada grupo. Se han ejecutado diversos ensayos resultando el número 15 una cifra conveniente que alcanza un compromiso entre número de operaciones y varianza.

La tabla a continuación y la gráfica muestran los resultados obtenidos cuando se procesa una pequeña porción de la imagen a efectos de aislar el fenómeno de iluminación no uniforme en sentido vertical.

Frecuencia	Media	Desviación típica	Desviación típica (%)
3	0,7771427	0,0039792	0,512
5	0,7971898	0,0039432	0,495
7	0,8042910	0,0067750	0,842
9	0,8086611	0,0047618	0,589
10	0,8090859	0,0045348	0,560
11	0,7970803	0,0065970	0,828
12	0,7997686	0,0052388	0,655
13	0,7941048	0,0082748	1,042
14	0,7909467	0,0052455	0,663
15	0,7806072	0,0097740	1,252
16	0,7705094	0,0067976	0,882

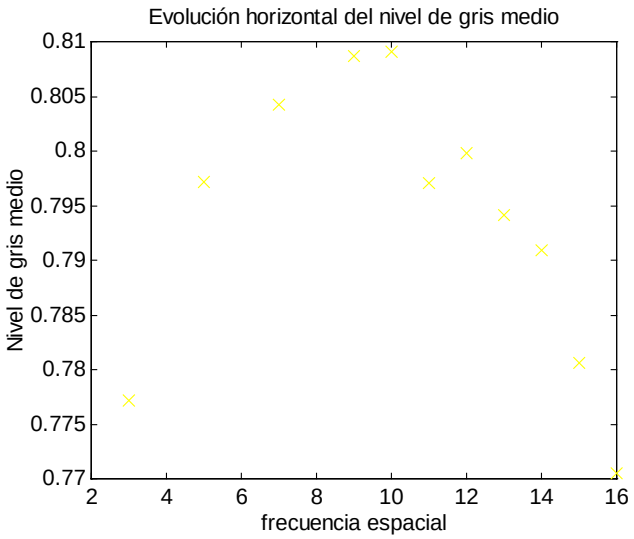


Fig. 10.14: Evolución lateral del nivel de gris medio para cada frecuencia espacial

La precisión alcanzada en la evaluación del nivel de gris dentro del grupo es suficiente. En la gráfica se combinan dos efectos bien distintos: por un lado, la iluminación no uniforme que induce una menor densidad óptica en los bordes laterales de la imagen y que ésta sea máxima justo en el centro; por otro, el hecho de que el sistema es paso bajo con lo que la salida en alta frecuencia no puede seguir la rápida variación de la entrada y tiende a quedarse más pegado al nivel de la excitación “continua” de los espacios entre grupos de frecuencia. Estos dos efectos se combinan constructivamente a frecuencias bajas dando por ejemplo un valor mucho más bajo a frecuencia 3 que a 5, y se cancelan mutuamente a frecuencias altas. La diferencia neta entre niveles de gris medios puede llegar a ser de hasta 10 niveles de gris.

Toca ahora abordar el problema de la variación vertical, no es algo nuevo que los bordes estarán peor iluminados (figura 10.15 izquierda), quizás lo que sí sorprende algo más es la aparente excentricidad del foco ya que a frecuencia 10 (justo en el centro del patrón) no aparece dicha disminución de iluminación en el borde superior.

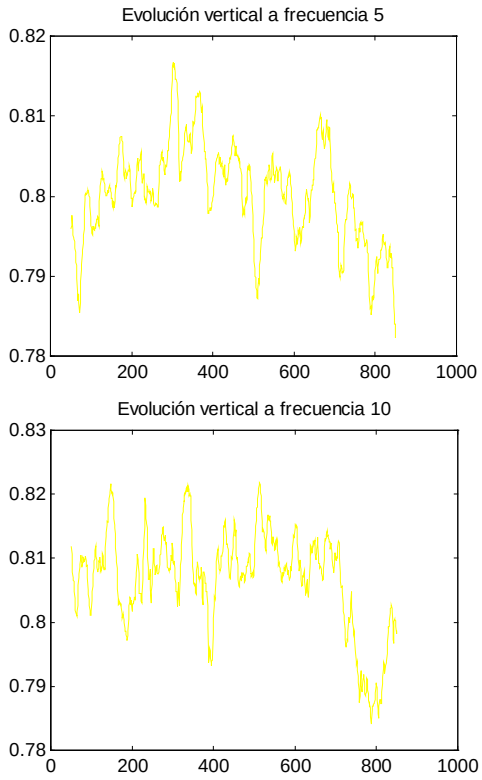


Fig. 10.15: Evolución vertical del nivel de gris medio dentro del grupo para las frecuencias espaciales 5 y 10

La resolución tomada respecto al nivel medio de gris será la de tomar un único valor por grupo de frecuencia, resultado de promediar en toda la imagen los valores medios. Con este valor medio podremos ir a la recta interpoladora de la potencia de ruido y averiguar qué nivel de ruido corresponde a cada grupo de frecuencia.

POTENCIA DE RUIDO EN EL GRUPO DE FRECUENCIA

Una vez calculados los niveles de gris medios en cada uno de los grupos de frecuencia nada más que falta interpolar las potencias asociadas por medio de una recta que pase por los dos valores conocidos (potencia en el máximo del nivel de gris y en el mínimo) se obtiene fácilmente la tabla a continuación.

	Nivel de gris medio	Potencia Ruido
Oscuro	0.56574	0.00304895360
Claro	0.93327	0.00195184459
Frec 3	0.78273	0.00240119936
Frec 5	0.80017	0.00234914753

Frec 7	0.80633	0.00233076617
Frec 9	0.80403	0.00233763068
Frec 10	0.80659	0.00232998480
Frec 11	0.80237	0.00234257629
Frec 12	0.80142	0.00234543070
Frec 13	0.79514	0.00236415346
Frec 14	0.78816	0.00238499322
Frec 15	0.78374	0.00239818921
Frec 16	0.77256	0.00243156951

En la tabla se pone de manifiesto que hay frecuencias para las que el ruido es ligeramente mayor que a otras, precisamente conforme aumenta la iluminación disminuye el ruido, es decir, los grupos que están más al centro de la imagen están contaminados con una menor cantidad de ruido debido a que la iluminación es más intensa por esa zona.

10.5.2. CORRECCIÓN DE RUIDO COLOREADO

Ahora deberemos tener en cuenta que las potencias de ruido arriba mencionadas son potencias medias, sería el nivel de ruido blanco de la figura 10.12. Hay que determinar para cada una de las frecuencias espaciales que nivel de ruido real hay en su banda.

Es éste un problema de compleja solución puesto que la potencia de error media ha sido una estimación al no disponer de ella para el nivel de gris asociado a cada grupo, y mucho más lo será su distribución en frecuencia. Sin embargo, podemos trazar alguna curva que se asemeje a su distribución en frecuencia.

Si interpolamos las dos densidades espectrales conocidas hasta ahora (sobre fondo blanco y sobre fondo oscuro) por una curva de la forma

$$Potencia_ruido(frec) = Ae^{-Bfrec}$$

Obtendremos los siguientes coeficientes para ln(A) y B

	ln(A)	B
Fondo Negro	-5.7352	0.4964
Fondo Blanco	-6.2979	0.4838

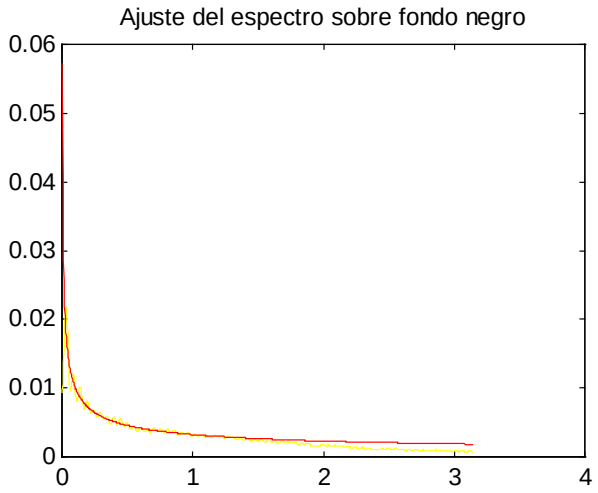


Fig. 10.16: Ajuste exponencial de la densidad espectral de ruido

Este ajuste se ha llevado a cabo entre las frecuencias 0.1 y 1.1 rad/s, ello se debe a que es en esta zona donde se encontrará nuestra señal por lo que es importante que esté bien ajustado dicho tramo.

Se comprueba fácilmente que los coeficientes de las dos curvas de ajuste son muy parecidos, podemos plantearnos trazar una familia de curvas relacionadas con estas dos que vayan barriendo los niveles de gris que acabamos de asociar a cada grupo. Como son conocidos los niveles de gris máximo y mínimo de la radiografía y son para estos valores para los que se han encontrado los coeficientes de interpolación podemos establecer una recta que interpole los coeficientes que faltan para los niveles de gris intermedios a partir de los otros coeficientes ya conocidos.

Éstas serán las densidades espectrales de potencia para cada nivel de gris, ahora para ver cuanta potencia pasa a través de los filtros tendremos que multiplicar dicha densidad espectral por el módulo al cuadrado de la respuesta en frecuencia del filtro.

$$Potencia_grupo = \frac{1}{M}\sum_{k} S_{r,frec}(\Omega_k)\left|H_D(\Omega_k)\right|^2$$

Aplicando esta expresión a cada uno de los grupos se llega a la siguiente distribución de potencia de ruido que es capaz de atravesar el filtro multirate y acompañar a la salida del filtro como respuesta al ideal

	Potencia de ruido	Potencia de ruido	Porcentaje de

	en el grupo	en el grupo ya filtrado	ruido eliminado
Frec 3	0,0024011993	0,000091543	96,188
Frec 5	0,0023491475	0,000096752	95,881
Frec 7	0,0023307661	0,000116557	94,999
Frec 9	0,0023376306	0,000127576	94,543
Frec 10	0,0023299848	0,000139428	94,016
Frec 11	0,0023425762	0,000138820	94,074
Frec 12	0,0023454307	0,000147892	93,694
Frec 13	0,0023641534	0,000159654	93,247
Frec 14	0,0023849932	0,000153749	93,553
Frec 15	0,0023981892	0,000154857	93,543
Frec 16	0,0024315695	0,000170766	92,977

En ella se ve como la potencia de ruido cada vez es mayor conforme sube la frecuencia, este fenómeno se debe a que cada vez los filtros son comparativamente más anchos. Con todo, es constatable que la cantidad de ruido eliminada por el filtrado es más que considerable.

11. RESULTADOS

11.1. RECOPILACIÓN DE ESTUDIOS: UN INFORME

El objetivo final de este PFC es el de evaluar la calidad de imagen de una mamografía, para ello se han desarrollado cantidad de técnicas que se encargarán de estimar la función de transferencia del sistema, la potencia de ruido y su distribución en frecuencia. Los datos resultantes de dichos estudios ya están disponibles tan sólo hay que ponerlos todos juntos en un sólo archivo de texto que sea el informe técnico de la combinación pantalla/película bajo examen. También, opcionalmente, se podrán disponer de gráficas correspondientes a los resultados.

Si, por ejemplo, introducimos la imagen ‘071’ y como sufijo de salida utilizamos también ‘071’, tendremos los siguientes ficheros de salida

id071.mat variables MATLAB resultantes de su evaluación
if071.txt fichero de texto con un informe sobre la evaluación
idh071.wmf fichero en formato Windows MetaFile con la gráfica de la función de transferencia
idr071.wmf fichero en formato Windows MetaFile con la gráfica de la distribución en frecuencia del ruido

Las variables guardadas en id071.mat son las siguientes:

H Función de transferencia de la película en un vector fila y desviación típica de dichos valores en una segunda fila.

im_primera la subimagen es la comprendida entre ...
im_ultima la im_primera y im_ultima filas del fichero imagen

im_izq un trozo diferenciable i de la fila ...
im_der f de la imagen comienza en ...
im_aceptada im_izq(f,i), acaba en im_der(f,i), ...
im_tipo es de tipo tipo(i), y es aceptada si im_aceptada(f,i)==1, todas las salidas anteriores son vectores de 12 escalares, el primero se corresponde con el escalón y el resto con los grupos de frecuencia

id0 mínimo del nivel de gris en toda la imagen
devid0 desviación típica del valor anterior
id1 máximo del nivel de gris en toda la imagen
devid1 desviación típica del valor anterior
idg vector con los niveles de gris a tomar en cada uno de los grupos de frecuencia
devidg desviación típica de los valores anteriores

pot0 potencia de ruido en fondo negro
devpot0 desviación típica del valor anterior
pot1 potencia de ruido en fondo blanco
devpot1 desviación típica del valor anterior
potg potencia de ruido en grupos
potB potA coeficientes para interpolar la dep de ruido
dep_ruido(w)=exp(potA(i))*w.^(potB(i))
1er coef = espectro en fondo negro
2º coef = espectro en fondo blanco
resto = espectro a cada nivel de gris

im_lineas índice de las líneas no rechazadas
long_pat longitud media de cada uno de las partes diferenciables

meanesp0 espectro medio de ruido sobre fondo negro
meanesp1 espectro medio de ruido sobre fondo blanco

Los ficheros gráficos tienen el siguiente aspecto:

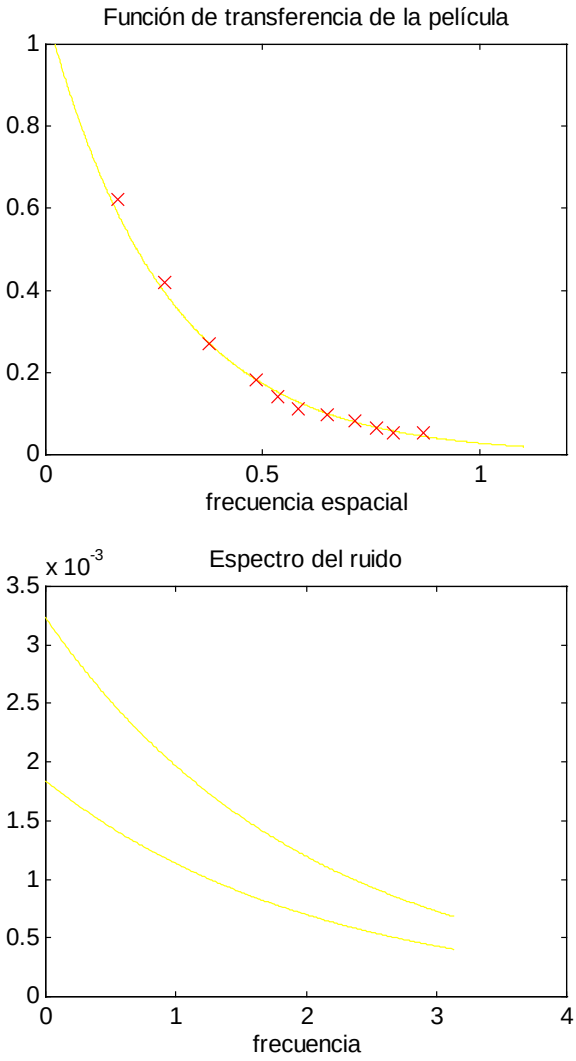


Fig. 11.1: Aspecto de los ficheros IDH.WMF y IDR*.WMF*

En el espectro del ruido vemos como hay dos líneas, la superior pertenece al espectro de ruido sobre fondo negro y la inferior sobre fondo blanco. Las interpolaciones de ruido para los grupos de frecuencia constituyen una familia de curvas que, adoptando la misma forma que estas dos, se encuentran situadas entre ambas. Pero no se representan para una mayor claridad de la imagen.

Por último, el fichero de texto generado es de la siguiente forma:

```
------------------------------------------------
EVALUACIÓN DE LA PELÍCULA: 071
------------------------------------------------
Método de evaluación de la función de
transferencia
   Identificación de Sistemas frecuencial puntual

------------------------------------------------
```

```
INFORME DEL FICHERO DE ENTRADA
-------------------------------------------------
Número de filas:           863
Número de columnas:        2513
Longitud cabecera TIF:     470

-------------------------------------------------
INFORME DE LÍNEAS PROCESADAS
-------------------------------------------------
Primera línea considerada: 51
Última  línea considerada: 850
Total de líneas:           800
Líneas rechazadas:         116
Porcentaje de rechazo:     14.5

-------------------------------------------------
INFORME DE NIVELES DE GRIS NORMALIZADOS A 255
-------------------------------------------------
id0     = 0.5657405 +- 0.0050348
id1     = 0.9332714 +- 0.0029542
idg( 3) = 0.7827378 +- 0.0061328
idg( 5) = 0.8001751 +- 0.0058838
idg( 7) = 0.8063329 +- 0.0069702
idg( 9) = 0.8040333 +- 0.0082819
idg(10) = 0.8065947 +- 0.0076481
idg(11) = 0.8023765 +- 0.0092029
idg(12) = 0.8014203 +- 0.0087795
idg(13) = 0.7951482 +- 0.0099153
idg(14) = 0.7881669 +- 0.0089862
idg(15) = 0.7837462 +- 0.0098583
idg(16) = 0.7725638 +- 0.0111152

-------------------------------------------------
INFORME DE POTENCIAS DE RUIDO
-------------------------------------------------
pot0    = 0.0030490 +- 0.0001674
pot1    = 0.0019518 +- 0.0003909
Estructura de polinomios interpoladores
   Sn=exp(A+B*w)
nivel=0 A=-5.73520537 B=-0.49637857
nivel=1 A=-6.29785495 B=-0.48381019
frec= 3 A=-6.06740449 B=-0.48895795
frec= 5 A=-6.09409914 B=-0.48836165
frec= 7 A=-6.10352598 B=-0.48815108
frec= 9 A=-6.10000553 B=-0.48822972
frec=10 A=-6.10392670 B=-0.48814213
frec=11 A=-6.09746918 B=-0.48828637
frec=12 A=-6.09600526 B=-0.48831907
frec=13 A=-6.08640339 B=-0.48853356
frec=14 A=-6.07571577 B=-0.48877230
frec=15 A=-6.06894824 B=-0.48892347
frec=16 A=-6.05182924 B=-0.48930587

-------------------------------------------------
```

INFORME DE IDEALIZADO DE IMAGEN

Comienza

nivel=0 media= 61.586 +- 2.651 maxdev= 8.414
frec= 3 media= 435.953 +- 2.531 maxdev=34.953
frec= 5 media= 731.499 +- 1.888 maxdev= 3.501
frec= 7 media= 959.275 +- 1.827 maxdev= 3.725
frec= 9 media=1159.004 +- 1.891 maxdev= 6.004
frec=10 media=1342.006 +- 1.616 maxdev= 5.006
frec=11 media=1519.512 +- 1.844 maxdev= 7.512
frec=12 media=1694.060 +- 1.726 maxdev= 5.060
frec=13 media=1863.898 +- 1.780 maxdev= 6.898
frec=14 media=2030.360 +- 1.870 maxdev= 6.360
frec=15 media=2193.428 +- 1.959 maxdev= 7.428
frec=16 media=2354.602 +- 1.940 maxdev= 6.602

Acaba

nivel=0 media= 305.503 +- 3.357 maxdev=53.503
frec= 3 media= 604.332 +- 2.325 maxdev=33.332
frec= 5 media= 832.588 +- 1.793 maxdev= 4.588
frec= 7 media=1032.269 +- 1.812 maxdev= 4.269
frec= 9 media=1215.683 +- 1.785 maxdev= 6.317
frec=10 media=1393.275 +- 1.740 maxdev= 6.725
frec=11 media=1566.515 +- 1.744 maxdev= 5.485
frec=12 media=1736.241 +- 1.838 maxdev= 6.759
frec=13 media=1902.173 +- 1.793 maxdev= 6.827
frec=14 media=2066.003 +- 1.766 maxdev= 8.003
frec=15 media=2227.249 +- 1.951 maxdev= 6.751
frec=16 media=2385.677 +- 2.406 maxdev= 9.677

Longitud de patrón

nivel=0 media= 244.917 +- 3.269 maxdev=54.917
frec= 3 media= 169.379 +- 0.868 maxdev= 2.621
frec= 5 media= 102.089 +- 0.832 maxdev= 2.089
frec= 7 media= 73.994 +- 1.084 maxdev= 3.006
frec= 9 media= 57.678 +- 1.307 maxdev= 7.678
frec=10 media= 52.269 +- 1.256 maxdev= 4.731
frec=11 media= 48.003 +- 1.695 maxdev= 6.997
frec=12 media= 43.181 +- 1.508 maxdev= 6.819
frec=13 media= 39.275 +- 1.634 maxdev= 6.725
frec=14 media= 36.643 +- 1.753 maxdev= 7.357
frec=15 media= 34.820 +- 1.967 maxdev= 8.180
frec=16 media= 32.075 +- 2.150 maxdev= 7.925

INFORME DE FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Coeficiente de correlación = -0.9944
Interpolación= exp(0.07845461+(-3.67061698)*w)

H(3)=0.62277659 +- 0.00132119
H(5)=0.41945730 +- 0.00142811
H(7)=0.27033248 +- 0.00156504

```
H( 9)=0.18161675 +- 0.00185348
H(10)=0.14169555 +- 0.00159379
H(11)=0.11007009 +- 0.00172994
H(12)=0.09704979 +- 0.00159778
H(13)=0.08317756 +- 0.00152377
H(14)=0.06517227 +- 0.00151037
H(15)=0.05273351 +- 0.00154413
H(16)=0.05301292 +- 0.00159440
```

11.2. APLICACIÓN A DIFERENTES MARCAS

En este apartado aplicaremos el método automático de evaluación de películas a un conjunto de películas conocidas, estudiadas y calificadas previamente por un conjunto de radiólogos. Dicho estudio nos servirá para terminar de poner a punto el método automático de evaluación y veremos qué resultados proporciona dicho método.

CONJUNTO DE PELÍCULAS

El conjunto de películas seleccionado se compone de 8 mamografías con el patrón de líneas que viene en el fantomas. Todas se han tomado y digitalizado en las mismas condiciones. Para digitalizarlas se ha empleado por razones de resolución el scáner de diapositivas “Polaroid Sprint Scan 35” en vez de la cámara CCD que venía siendo habitual en los proyectos de mamografía pertenecientes a la colaboración entre los dos departamentos.

En la combinación pantalla/película de las 8 mamografías se ha empleado en todas la pantalla MinR2 variando de una radiografía a otra el tipo de película empleada. Un conjunto de 3 radiólogos con experiencia en mamografía y 1 persona familiarizada con el fantoma CIRS evaluaron las películas otorgándoles un factor de mérito a cada una de ellas. Los resultados son los siguientes:

Película	Código película	Valoración	Desviación típica	Desviación típica (%)
Mamoray MR3 II	047	14.0	1.4	10.0%
Microvision	048	14.5	1.7	11.7%
3M HM	049	13.5	1.3	9.6%
MI-MA	050	14.0	1.3	9.3%
MM 22	051	13.0	1.8	13.8%
Min-R	052	12.5	1.3	10.4%
Min R-MA	053	14.5	1.2	8.3%
Min R-E	054	13.0	1.4	10.8%

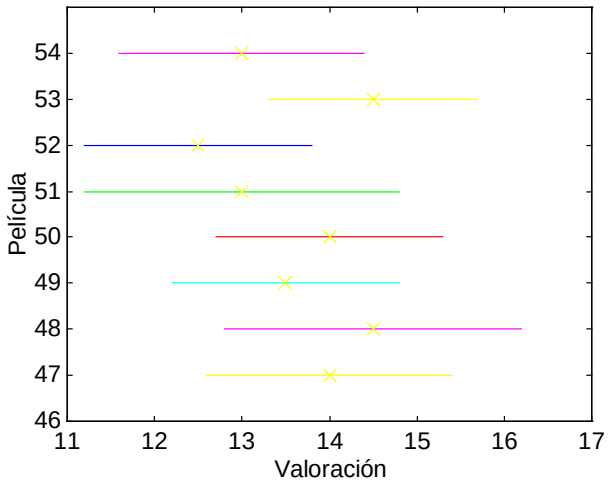


Fig 11.2: Valoración de las diferentes películas

Vemos como a pesar de tener valores centrales bien diferenciados, la desviación típica de las valoraciones hace que haya muchas películas de características parecidas, todas con una valoración entre 13 y 15. Destacan por buenas la 048 y la 053 y por malas las 051 y 052.

REVISIÓN AL PROCESO MANUAL

Explicaré brevemente el procedimiento de valoración visual empleado por los radiólogos para las evaluaciones anteriores. Los puntos asignados a una combinación pantalla/película son la suma de:

- la frecuencia máxima visible sin interrupción a simple vista, por ejemplo, 11 pares de línea/mm asignaría 11 puntos a la combinación
- número de partículas visibles en el fantoma equivalentes a microcalcificaciones dividido por 6
- nódulos visibles con nitidez:1 punto

- nódulos visibles con contornos borrosos: ½ punto

MEJORA DEL PROCESO AUTOMÁTICO

Una mejora del procesado de la imagen respecto a lo expuesto a lo largo del proyecto consiste en idealizar la imagen por bandas, para ello se promedia una banda de unas 50 líneas (longitud suficientemente pequeña como para que no cambien las características de la imagen), se idealiza la señal promedio y se asigna dicho ideal a todas las filas que componen la banda. De esta forma estamos eliminando varianzas de idealización, problemas de rechazos indebidos y mejoramos las condiciones en que se realizará el idealizado.

Esta idea de trabajar por bandas es extendida al cálculo de la función de transferencia donde no se trabaja con las líneas individualmente sino que se dividen por bandas (esta vez más pequeñas, 10 líneas, para disminuir aun más la varianza de la función de transferencia), se promedia y se calcula la función de transferencia asociada a la fila promedio. Dicho valor de la función es fijada a todas las filas que componen la banda.

RESULTADOS

Los informes sobre cada una de las imágenes se encuentran en el apéndice C. Reproduciré aquí los valores más importantes. Las funciones de transferencia para las películas se encuentran en la siguiente gráfica.

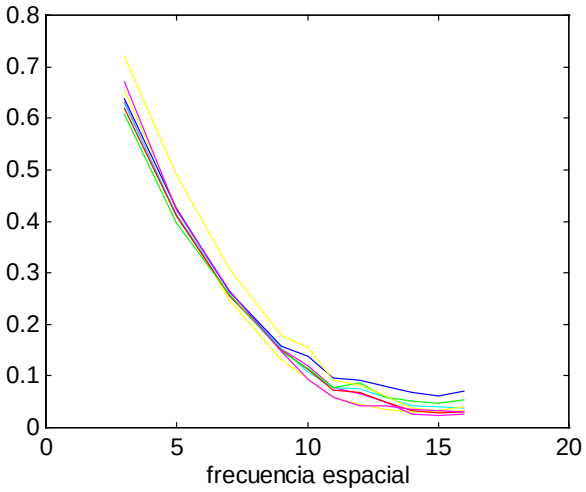


Fig. 11.3: Funciones de transferencia de 8 películas

Se ve como todas están bastante agrupadas, de todos modos, estudiando detenidamente por inspección visual cada una de las parejas posibles se puede llegar a la siguiente clasificación en cuanto a la función de

transferencia (notación: ‘A>B‘ significa que la película A es claramente mejor que la B, y ‘A≅B’ que A es ligeramente mejor que B)

053 > 052 > 051 ≅ 049 ≅ 048 ≅ 050 > 054 ≅ 047

No disponemos en el informe de información sobre los nódulos o sobre las partículas que simulan microcalcificaciones ya que no estaban presentes en la imagen estudiada (porque no son fácilmente automatizables). Así, deberemos considerar otros parámetros que nos permitan clasificar las películas.

Nos fijaremos en otros 3 datos: la potencia de ruido sobre fondo blanco, sobre fondo negro y la diferencia entre los niveles máximo y mínimo de gris alcanzable por la película. Lo deseable sería que las películas tuviesen la mejor función de transferencia posible, la menor cantidad de ruido y la máxima diferencia entre los niveles de gris porque así se representarían con más contraste los diversas texturas dentro de la mamografía.

Película	Código película	Ruido sobre fondo negro (*100)	Ruido sobre fondo blanco (*100)	Diferencia en niveles de gris
Mamoray MR3 II	047	0.1792	0.3189	0.6139
Microvision	048	0.1832	0.2394	0.5803
3M HM	049	0.4025	0.3545	0.5062
MI-MA	050	0.2461	0.2352	0.5328
MM 22	051	0.2473	0.2180	0.3413
Min-R	052	0.1508	0.1734	0.2305
Min R-MA	053	0.0723	0.3510	0.5198
Min R-E	054	0.2942	0.2587	0.4916

Podemos establecer clasificaciones según todos los criterios anteriores, puntuar las posiciones relativas y ver cuál es la mejor película a modo de concurso. Esta forma no se demuestra válida: primero, porque sólo permite comparar un conjunto de películas y no conjuntos entre sí; y segundo, porque acentúa pequeñas diferencias en uno de los parámetros gravando una película frente a la otra con1 punto de penalización cuando en realidad son muy parecidas.

Vemos, pues, que deberemos buscar una combinación de los parámetros de evaluación que finalice con una figura de mérito de la película, un número que, a modo del dado por los radiólogos, caracterice a la película. Los siguientes apartados tratarán de buscar dicha fórmula combinatoria.

PONDERADO DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Deberemos resumir la información presente en la función de transferencia a un sólo número que indique la bondad de dicha función. Una primera idea es sumar los valores de la función de transferencia a cada una de las frecuencias conocidas y dicha suma diría en cierto modo cómo de buena es.

Este enfoque tiene un problema: los valores a frecuencias bajas son del orden de 16 veces mayores que los de las frecuencias altas por lo que eclipsan totalmente las ventajas de una película sobre otra a frecuencias altas, e incluso a frecuencias medias. Este inconveniente hace que la clasificación por este criterio no sea la misma que la realizada por inspección visual sobre las funciones. Tendremos que ponderar cada una de las frecuencias de manera que se influya positivamente en este problema.

Una primera idea es: hagamos que todos las frecuencias contribuyan con aproximadamente el mismo peso. Es decir, si los valores a frecuencia 3 son 16 veces más altos (en promedio) que los de frecuencia 16, multipliquemos estos últimos por 16 a la hora de sumar. Correspondería a un esquema de pesos inverso a la función de transferencia

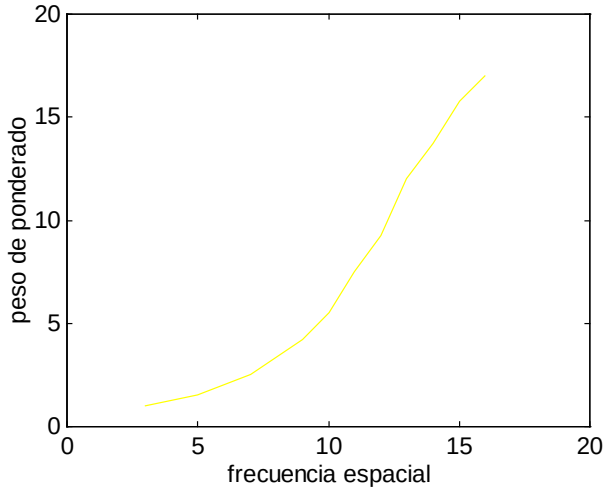


Fig. 11.4: Función de pesos inversa a la función de transferencia

Sin embargo, esta primera aproximación adolece de un problema de varianza en frecuencias altas. Las frecuencias altas en promedio son 16 veces más pequeñas pero este factor varía. Si vemos la función de transferencia ponderada por este vector de pesos comprobaremos como las frecuencias altas no siempre contribuyen igual que las bajas (objetivo inicial del ponderado) y, por tanto, la clasificación de las películas por factor de la función de transferencia es errónea.

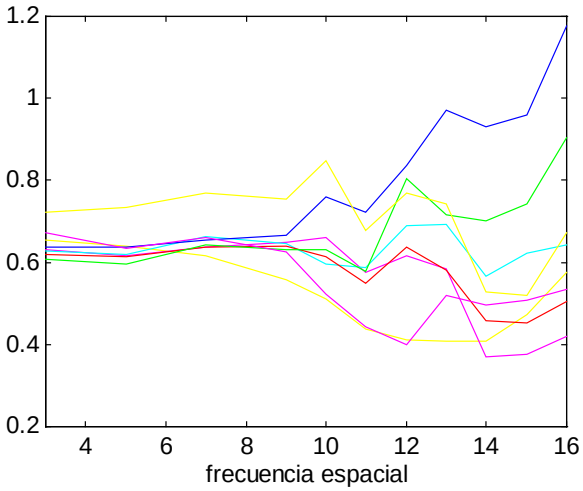


Fig. 11.5: Función de transferencia ponderada de las 8 películas

La segunda aproximación consiste en construir un vector de pesos a medida, que vaya combinando las distintas frecuencias de manera que el resultado final de clasificación sea el mismo que el resuelto por inspección visual. Se encuentra que un vector de pesos de la forma

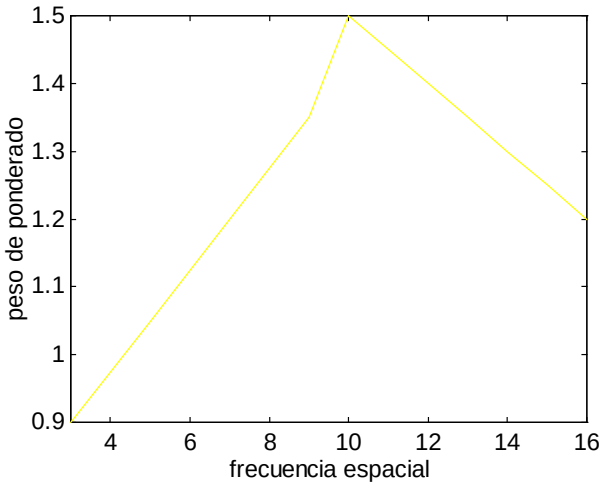


Fig. 11.6: Función de pesos inversa a la función de transferencia

es perfectamente válido (nota: el codo que se produce a frecuencia 9 es un efecto de representación, realmente el vector de pesos es una función "triangular" definida por los extremos izquierdo y derecho junto con el pico central y lugar del pico). La explicación de este vector de pesos es que debemos dar más importancia a aquellas frecuencias que estarán en el límite de la visualización (10, 11 y 12 pares de línea/mm). Asimismo se compensa un poco la disparidad de órdenes de magnitud entre las frecuencias bajas y las altas, aunque sigue habiendo un predominio de los

valores a frecuencias bajas que son realmente los que definen la imagen que vemos. A muy alta frecuencia prácticamente no distinguimos nada por lo que no tiene sentido hacer que contribuya igual que aquellas frecuencias que sí vemos. Este método no tiene los problemas de varianza del vector anterior.

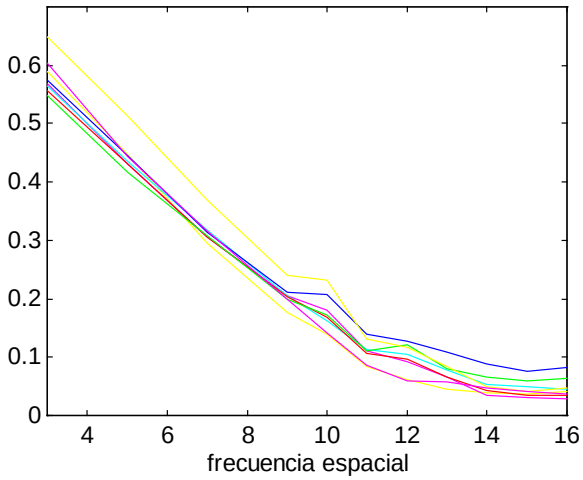


Fig. 11.7: Función de transferencia ponderada de las 8 películas

COMBINACIÓN DE RESULTADOS

Ya tenemos resumida en una única cifra todos los criterios que contribuirán a la evaluación de la película. Ahora, tendremos que dar la importancia adecuada a cada uno de ellos. Por ejemplo, si una película tiene una buena función de transferencia pero la diferencia de niveles de gris que puede representar es muy pequeña, como es el caso de la película Min-R, deberemos penalizar fuertemente esta falta ya que en la mamografía real no seremos capaces de distinguir nada (por su bajo contraste no por efectos de resolución). Tendremos que construir de nuevo una función de pesos adecuada que fusione los criterios en una única cifra.

El método empleado para la construcción de dicho vector consiste en coger dos criterios, diseñar la ponderación para ellos dos manteniendo mudos el resto, luego se le añade otro, se vuelve a diseñar, se añade otro y así sucesivamente. El diseño de los vectores de ponderación parte de una aproximación inicial de resolución de un sistema sobredimensionado por mínimos cuadrados. Dicho sistema contendrá la información de cómo queremos que se separen las imágenes inicialmente. Luego, a partir de la aproximación tendremos que hacer un ajuste manual de los parámetros.

Finalmente se encuentra que la figura de mérito de una película será la suma de los siguientes factores:

- bondad de la función de transferencia por 3.25. La bondad de la función de transferencia se definía como la suma ponderada de la misma en los 11 puntos conocidos de frecuencia.
- diferencia en niveles de gris por 10.
- inverso de la potencia de ruido en fondo negro dividido por 500
- inverso de la potencia de ruido en fondo blanco dividido por 500

Las potencias de ruido participan con su inverso porque a mayor ruido menor puntuación, y la división por 500 se puede entender como una división por 5 más un factor de escala.

El resultado final de la comparación se recoge en la siguiente tabla

Película	Código película	Valoración	Desviación típica	Desviación típica (%)
Mamoray MR3 II	047	14.24	0.3770	2.64%
Microvision	048	14.41	0.3868	2.68%
3M HM	049	13.04	0.3477	2.66%
MI-MA	050	13.64	0.3760	2.75%
MM 22	051	12.12	0.3796	3.13%
Min-R	052	12.51	0.4609	3.68%
Min R-MA	053	16.57	0.5607	3.38%
Min R-E	054	12.98	0.3686	2.84%

La siguiente gráfica representa las valoraciones ponderadas por cada una de las películas y criterios (A: función de transferencia, B: diferencia entre niveles de gris, C: potencia de ruido sobre fondo negro, D: potencia de ruido sobre fondo blanco). Vemos que el orden de importancia es el mismo en que se han asignado las letras alfabéticamente.

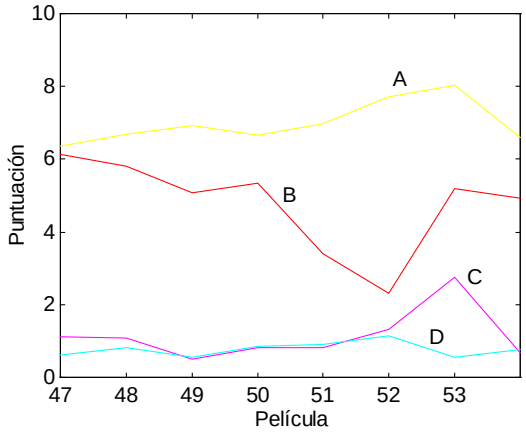


Fig. 11.8: Ponderación de cada uno de los criterios y películas

La clasificación por valores nominales es exactamente la misma que la dada por el grupo de expertos que evaluaron el conjunto salvo que intercambia la posición entre la última y la penúltima película. Pero, esta clasificación automática tiene la ventaja de una menor incertidumbre, unas 4 veces menor, con lo que parece ser mucho más precisa que la manual. No olvidemos, y esa fue la motivación inicial del proyecto, que la valoración de una película por una persona depende del grado de experiencia mamográfica de dicha persona, de las condiciones de iluminación de la sala y la película, del cansancio del observador, de factores subjetivos de percepción, ... Estas razones son las que provocan la mayor varianza en el caso de valoración manual. No quiere decir esto que la valoración automática sustituya a la manual, pero sí servirá de apoyo a la misma y deberá ser corroborada por la opinión experta del radiólogo.

Una representación de la actuación automática junto con su homóloga manual demuestra la precisión y clasificación correcta del método.

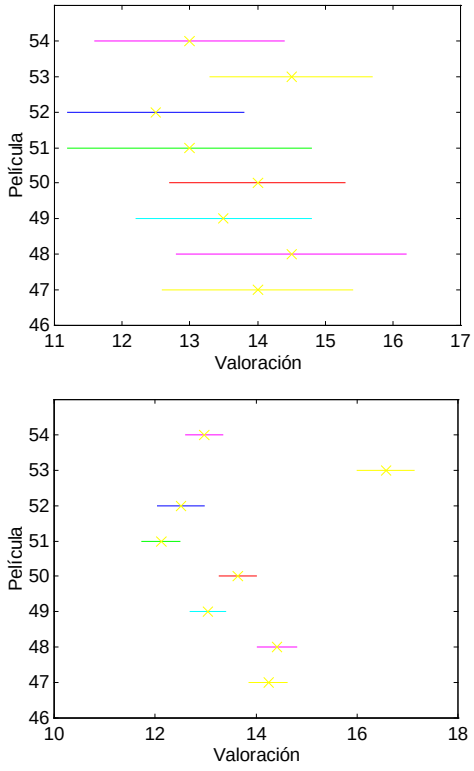


Fig. 11.8: Comparación entre la valoración manual de las películas (izq.) y la automática (der.)

12. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

12.1. CONCLUSIONES

En este proyecto se ha tratado el problema de control de calidad de imagen en películas mamográficas con el objetivo de diseñar un sistema automático de valoración de dicha calidad. Podemos concluir que se ha diseñado con éxito dicho sistema.

A lo largo del proceso se han desarrollado diversos puntos:

1) Se ha demostrado la buena actuación de los filtros Multirate frente a los FIR o IIR para resolver filtros estrechos en frecuencia
2) Se ha propuesto un método de filtrado Multirate sin retardo y con mejora de las condiciones iniciales de filtrado
3) Se ha desarrollado un procedimiento de idealizado de la imagen novedoso hasta ahora
4) Se ha implementado un sistema de protección de los cálculos contra los artefactos presentes en la imagen
5) Se ha abordado el problema de determinación de la función de transferencia de modulación desde 3 enfoques distintos: temporal, frecuencial y de identificación de sistemas. Cada uno de ellos con diferentes aproximaciones y con un cálculo puntual o segmentado de la función en el eje de frecuencias. Al mismo tiempo, se han expuesto las ventajas e inconvenientes de cada uno de los métodos
6) Se ha demostrado la imposibilidad de abordar el problema en 2 dimensiones
7) Se ha propuesto un método de determinación de la potencia de ruido así como su distribución en frecuencia
8) Se ha construido un sistema que combina todos los estudios realizados sobre la película y le asigna una valoración numérica de baja varianza.
9) Se han implementado en MATLAB las rutinas que corresponden al sistema en cuestión, bien documentadas, de manera que resulte fácil una extensión del mismo.

12.2. LÍNEAS FUTURAS

Las líneas de actuación posteriores a este proyecto se centrarán en dos ideas:

- Acometer el segundo de los estudios necesarios en un control de calidad de los sistemas de registro. Nosotros hemos abordado la determinación automática de la calidad de imagen, aun falta por realizar un examen sensitométrico en el que se evalúen la velocidad, gradiente y linealidad en el tramo de uso de la curva característica de la combinación pantalla/película.

- Mejorar la eficiencia del presente estudio. La evaluación de una película se lleva a cabo actualmente en un tiempo aproximado de 1 hora en un ordenador normal. Sería interesante poder reducir esta duración, aunque tal y como está me parece más que aceptable. De todos modos, propongo dos puntos sobre los que se podría incidir a efectos de reducir el tiempo de cálculo:

1) Más del 40% de este tiempo se emplea en filtrado de la señal de mamografía, muchos de los filtros implementados en este proyecto son FIR de reconocida más lentitud que sus parientes IIR. Demostré en el capítulo 4 mi incapacidad para construir una rutina de filtrado sin retardo para filtros IIR. Se podría seguir investigando esta línea. Existe una técnica que es capaz de pasar las especificaciones de un filtro FIR a otro IIR por medio del estudio de las componentes principales de dicho filtro en una expresión en espacio de estados. La técnica en sí está bien documentada ([17]-[20]). Faltaría por ver si se pueden construir por esta técnica filtros IIR sin retardo a partir de filtros FIR sin retardo.
2) El proyecto ha sido construido utilizando el paquete MATLAB por facilidad de desarrollo. El inconveniente de MATLAB es que es un lenguaje interpretado y no se sustenta en una base eficiente de lenguajes más convencionales como pudiera ser C. De hecho, MATLAB es consciente de esta limitación y contempla la posibilidad de comunicarse con otros lenguajes a través de los ficheros MEX. Una vez finalizada la fase de desarrollo se podría implementar en C no todo el proyecto sino sólo aquellos bloques que evalúan la película, ganando así en velocidad. En esta implementación debe tenerse en cuenta que la gestión de memoria y ficheros de MS-DOS, y menos bajo entorno Windows, no es todo lo fiable que uno pudiera desear, y que una implementación con mucho manejo de ficheros innecesarios o con fuertes demandas y devoluciones de memoria pueden llevar al fracaso una buena baza. De hecho, la versión actual del proyecto adolece de esta falta de “profesionalidad” del gestor de memoria Windows.

APÉNDICE A. IMPLEMENTACIÓN: MANUAL DEL USUARIO

Dividiremos este manual de usuario en dos partes: aquella dedicada para los usuarios que sólo deseen evaluar películas mamográficas (operación básica) y otra que explica cómo variar los parámetros de medida o utilizar más a fondo las posibilidades gráficas y de interacción del proyecto (operación avanzada).

El manual de usuario es un complemento a la documentación relacionada en el siguiente apéndice "Manual del programador". Aconsejo a todo aquel que quiera modificar las rutinas del proyecto o realizar una extensión del mismo leer primero este apéndice, aprender a utilizar como usuario los diferentes bloques y luego saltar a programar aquello que haga falta.

A.1. OPERACIÓN BÁSICA

Se entiende por operación básica aquella que se limita a recoger una imagen digitalizada y estudiarla para generar un informe (capítulo 11) sobre ella. Para realizar esta acción tan sencilla tan sólo hay que seguir los siguientes pasos:

1) Invocar a MATLAB desde el grupo de archivos correspondiente de WINDOWS
2) Una vez dentro de MATLAB escribir CD C:\EVALMAMO, o cualquier otra ruta que nos lleve al directorio base del proyecto
3) Teclear CONFIG, con lo que estaremos configurando el MATLAB para trabajar con el evaluador de mamografías
4) Escribir PREPARA, para poner a punto el evaluador, listo para trabajar. Esta rutina pide un fichero imagen, en la operación básica no debemos decirle nada
5) Invocar a PROCESA, él nos hará una serie de preguntas sobre qué imagen queremos procesar

- Imagen de entrada (formato TIF)
- Fichero de salida para datos, por ejemplo si ponemos '071' los ficheros generados serán los siguientes:

id071.mat	variables MATLAB resultantes de su evaluación
if071.txt	fichero de texto con un informe sobre la evaluación
idh071.wmf	fichero en formato Windows MetaFile con la gráfica de la función de transferencia
idr071.wmf	fichero en formato Windows MetaFile con la gráfica de la distribución en frecuencia del ruido

- Líneas entre las que se estudiará la imagen de entrada, se pueden ver con cualquier programa de visualización de imágenes TIF como el Corel PhotoPaint, el Aldus PhotoStyler o Paint Shop Pro. Por ejemplo, entre la 50 y la 850.

- Método de evaluación de la función de transferencia

6) El evaluador tardará una hora en producir un informe sobre la película, a lo largo de esta hora va dando información de progreso.
7) Cerrar la ventana de MATLAB y regresar a WINDOWS
Un resumen de los comandos a introducir,

```
cd c:\evalmamo
config
prepara
procesa
```

A.2. OPERACIÓN AVANZADA

Bajo el nombre de operación avanzada explicaremos todos aquellos interfaces con el usuario, para qué sirven, qué variables de control disponemos y cómo se entra en ellos. Se compone de un total de 4 bloques: 3 de ellos influyen directamente en la ejecución del modo de operación básica, es decir, modifican los filtros y criterios para construir la función de transferencia; el cuarto permite un desarrollo detallado de los modelos AR.

Aparte de estos 4 bloques se ha añadido una sección que habla sobre las facilidades de depuración impuestas al programa.

A.2.1. ARRANQUE DEL SISTEMA

El modo de arranque del sistema es muy parecido al inicio del modo básico de operación. Primero habrá que configurar el MATLAB para trabajar con el evaluador de mamografías, y segundo preparar las condiciones para que el evaluador pueda trabajar. La secuencia de órdenes sería

```
cd c:\evalmamo
config
prepara
```

Esta vez cuando PREPARA.M nos pregunte un nombre de fichero de entrada deberemos darle algo, él buscará el fichero ID correspondiente, por ejemplo, ID071.MAT, y lo cargará. Lo que ha cargado es la idealización de la imagen. También preguntará por una línea de trabajo, por ejemplo la 51, la cargará en la variable global ‘senal’ y la idealizará (idealización de señal).

Ahora el sistema está preparado para trabajar con cualquiera de los subbloques. Sin estas dos idealizaciones presentes habrá bloques que no

funcionen correctamente puesto que parten de la premisa de que ambas están presentes en memoria a la hora de iniciar el trabajo.

A.2.1. ESPECTRO IDEAL

Cuando se calcula la función de transferencia por trozos, el grupo de frecuencia 7, por ejemplo, contribuye entre las frecuencias indicadas por Nizq y Nder para esa frecuencia (Nizq y Nder son dos variables globales ampliamente descritas en la sección B.3.4). Para empezar podemos indicar que un determinado grupo no participe en el cálculo de la función de transferencia. En caso de que participe, estas dos frecuencias se calculan de la siguiente forma: se calcula la frecuencia de pico del espectro de la entrada ideal asociado a ese grupo, se calcula las frecuencias por la izquierda y la derecha para las que dicho espectro cae por debajo del 90% (o el umbral que fijemos en el interfaz) de su amplitud máxima. Llamaremos a esas 2 frecuencias Niu y Ndu (izquierda umbral y derecha umbral, respectivamente). Por otro lado comprobamos cuáles son las frecuencias de corte del espectro actual con los dos espectros inmediatamente adyacentes que también contribuyan al cálculo de la función de transferencia, llamadas Nic y Ndc (izquierda corte y derecha corte). La frecuencia izquierda será la más a la derecha entre Niu y Nic y la frecuencia derecha la más a la izquerda entre Ndu y Ndc.

Una vez comprendido el funcionamiento del bloque es muy sencilla la descripción del interfaz cuya pantalla principal podemos ver en la siguiente página. El modo de entrada es pulsando

SidPpal(‘manual’)

El programa tiene dos fases: una primera que permite seleccionar de entre todos los grupos de pares de líneas aquellos que queremos que contribuyan al cálculo de la función de transferencia. La selección se hace pulsando con el botón izquierdo del ratón sobre los diferentes grupos, los grupos en blanco no son seleccionables ya que no tienen información frecuencial. Pulsar ENTER cuando se acabe con la selección. Si después de haber pulsado ENTER queremos volver a entrar en la fase de selección podemos accionar el botón marcado como ‘Sel’ sobre el interfaz. También una vez fuera del modo de selección podemos seleccionar todos los grupos ‘Sel todo’ o deseleccionarlos todos ‘Reset’.

El umbral para Niu y Ndu es seleccionable a la derecha, basta con colocar el cursor en el campo editable y escribir el nuevo umbral. Debajo del umbral se muestra la frecuencia de muestreo estimada en micras/pixel a la vista de la longitud del grupo de pares de línea.

Una vez tengamos elegidos todos los grupos que deseamos participen en el cálculo de la función de transferencia pasaremos a la fase de cálculo del

espectro y todas las frecuencias notables (Niu, Ndu, ...). Para ello hay que pulsar Sid. Se marcará sobre el eje de frecuencias el espectro ideal seleccionado y se habilitará el botón de ‘Save’ para poder salvar los resultados en un fichero. El fichero por defecto, y el que buscará el resto del PFC, es dir_base\DATOS\SID.MAT.

Para salir del interfaz hay que elegir la opción de salida del menú, NO CERRAR DIRECTAMENTE LA VENTANA, puesto que no se borrarán muchas de las variables globales definidas por el interfaz.

Página para el interfaz de Sid

A.2.3. FILTROS FIR E IIR

Este bloque sirve para diseñar el conjunto de filtros que podría filtrar, porque realmente se encarga esta tarea a filtros multirate, la señal de mamografía. Se trabaja sobre una línea cualquiera de la imagen, la elegida en el arranque del sistema. Las visualizaciones son dependientes de la línea de trabajo pero no las características de los filtros que permanecen invariables con la imagen. De todos modos para ver parámetros tales como la energía no está de más el realizar pruebas con varias líneas de la imagen y comprobar que la energía adopta la misma forma en todos los casos.

La forma de llamar al bloque es con

FtPpal(‘manual’)

El interfaz presentado (ver siguiente página) muestra tres ejes de representación: dos en la mitad superior de la imagen y uno en la inferior. El de más arriba a la izquierda contendrá la respuesta en módulo del filtro seleccionado y el espectro del ideal a esa frecuencia. El que está a su derecha mostrará la respuesta de fase de dicho filtro. Y la de abajo representará lo que hayamos seleccionado en la entrada de menú VER. Las opciones son las siguientes:

Filtrado
Espectros
Impulso
Energía

‘Filtrado’ se refiere a la posibilidad de visualizar a la vez la señal de entrada y de salida del filtro en un eje temporal. ‘Espectros’ realizará la misma representación anterior pero en el dominio de la frecuencia. ‘Impulso’ nos mostrará la respuesta al impulso del filtro seleccionado, esta opción es muy útil para hacernos una idea de los retardos, efectos de bordes y de inercia de los filtros. ‘Energía’ representa lo mismo que ‘Filtrado’ más la señal de energía local de la salida. Esta energía local se calcula con el parámetro Wener, seleccionable a la derecha. Wener define una ventana rectangular de anchura Wener centrada en la muestra actual sobre la que se calculará la energía local de la señal de salida. Debajo se muestra Wmax, que es el límite superior para Wener, en caso de que introduzcamos un número mayor que el límite, éste será recortado. El límite viene impuesto por la longitud del patrón medio a esa frecuencia.

Página para el interfaz de FT

Podemos elegir de entre 6 excitaciones distintas al sistema: primero entre una excitación real (extraida directamente de la línea de mamografía de trabajo) y otra ideal (extraida del ideal de mencionada línea), en el caso de excitación ideal podemos añadir un cierto ruido blanco gaussiano de amplitud seleccionable con el parámetro ruido (en la columna de parámetros). Una segunda opción es el modo de la excitación, esta vez tendremos que elegir entre extendida, aislada y entera. 'Extendida' define una excitación correspondiente al grupo de pares de línea de la frecuencia espacial dada más dos trozos adicionales de espacio intermedio, simulará el funcionamiento del sistema durante la idealización de señal. 'Aislada' no incluye dichos trozos intermedios, simulará el sistema durante la evaluación de potencia de salida en el método de cociente de potencias. 'Entera' incluye toda la señal desde el escalón inicial hasta el grupo de frecuencia 16.

La frecuencia del filtro a diseñar se elige por medio de los pulsadores << y >> que decrementan/incrementan la frecuencia de diseño en una unidad. La frecuencia espacial actual se muestra en la columna de parámetros con un color distinto a los parámetros editables.

Todos los filtros diseñados serán FIR o IIR y a todos se les aplicará la misma rutina de filtrado. Sin embargo, podemos elegir la rutina y el tipo de filtros para el conjunto. El tipo de filtros se elige en un menú desplegable que muestra si serán IIR de origen Butterworth o FIR de diseño FIR1 (rutina de MATLAB). La rutina de filtrado se podrá elegir entre filter (filtrado con retardo), filtfilt (filtrado sin retardo en 2 pasadas) y filter0 (filtrado sin retardo en 1 pasada, sólo disponible para filtros FIR).

Los parámetros de diseño distinguibles para cada frecuencia son el orden del filtro N (debe ser par si vamos a utilizar la rutina filter0) y el exceso de ancho de banda bw (cuyo concepto se describe ampliamente en el capítulo 4). Estos parámetros pueden ser capturados de un filtro al resto de los filtros evitando así la labor tediosa de tener que escribirlos continuamente. Para ello tan sólo tendremos que pulsar el botón captura.

Sobre la columna de parámetros se nos informa del número de muestras del patrón (Nmax) y del número de muestras del periodo, es decir, de un sólo par línea/hueco (Nper). Asimismo se indica el número de operaciones flotantes (flops) necesarias para llevar a cabo el filtrado mostrado en pantalla.

Disponemos de ayuda sobre los parámetros y podemos ver los coeficientes de los filtros diseñados. Cuando estemos satisfechos con el conjunto generado pulsaremos el botón 'Save' se generarán automáticamente los 11 filtros y, finalmente, se pedirá al usuario que les asigne un nombre de fichero que deberá ser de la forma dir_base\DATOS\FT_*.MAT. La

nomenclatura es algo simplemente convencional, el proyecto no obligará a que éste sea el prefijo pero sí es aconsejable por motivos de claridad de ficheros.

A.2.4. FILTROS MULTIRATE

El cometido de este bloque es permitir el diseño cómodo de los filtros multirate, verdaderos responsables del filtrado en el PFC. El interfaz diseñado es muy parecido al de los filtros FIR o IIR (ver página siguiente) comentaré aquí únicamente las diferencias, normalmente añadiduras.

La entrada al interfaz es por medio de

MrPpal('manual')

Al tener que diseñar dos filtros en vez de uno se han duplicado los parámetros de orden del filtro y exceso de ancho de banda. Los parámetros superiores corresponden al filtro de señal mientras que los inferiores al filtro antialiasing. Los valores de Nmax y Nper mantienen su significado pero cada uno en su dominio: uno, el antialiasing, con la señal sin diezmar, y el otro, el de señal, con la señal ya diezmada.

Sendos filtros se representan en el mismo eje con sus respectivos espectros ideales a filtrar. El filtro de señal se representa en azul mientras que el antialiasing se hace en amarillo.

Esta vez sí se pueden implementar filtros FIR junto con IIR, no tienen por qué ser todos del mismo tipo. Para cada filtro y cada frecuencia seleccionaremos o no si queremos que el filtro sea IIR picando en el botón que así lo indica.

Aparece un parámetro nuevo, el factor de comprensión de eje o, lo que es lo mismo, factor de diezmado de señal. Se representa en el interfaz por la variable DU y es seleccionable para cada frecuencia espacial.

El número de operaciones flotantes se ha desglosado en dos campos: número de operaciones utilizadas en el filtrado (flops T, mismo concepto que en el bloque de filtros FIR e IIR), y número de operaciones media por muestra (flops m). Este último factor servirá para realizar comparaciones de eficiencia entre diversas posibilidades de diseño.

Quizás lo que más se diferencia este interfaz con su versión anterior es la amplia variedad de gráficas que podemos visualizar en el eje de la mitad inferior. En el menú VER podemos elegir entre

1er filtrado AA Muestra la entrada al primer filtro antialiasing y la correspondiente salida
Filtrado de señal Muestra la entrada al filtro de señal, la salida de la visualización anterior, y la salida del filtro de señal aplicado

Filtrado MR Muestra el efecto global de filtrado, se trata de la salida de la visualización anterior rellenada con DU-1 ceros e interpolada utilizando el mismo filtro antialising que se empleó en la primera etapa
Página para el interfaz de MR

Esp. Diezmado Muestra los espectros correspondientes a las entradas y salidas de la visualización llamada “1er filtrado AA”
Esp. con Ceros Muestra el espectro de la señal de salida del filtro de señal, rellenada con DU-1 ceros. Además se muestra el filtro antialiasing que se aplicará.
Esp. MR Visualiza los espectros de entrada al sistema de filtrado y de salida del mismo
Impulso de señal Respuesta al impulso del filtro de señal
Impulso AA Respuesta al impulso del filtro antialiasing
Energía Salida Misma representación que Filtrado MR más la energía local de la señal de salida, evaluada de la misma forma que en el bloque anterior

A.2.5. ESTIMACIÓN ESPECTRAL

Este bloque, a diferencia de los anteriores, no define ningún parámetro de funcionamiento del evaluador de mamografías. Simplemente muestra un interfaz sencillo en el que se puedan ver muchos de los estadios y gráficas relacionadas con la estimación espectral AR. La entrada al bloque es por medio de

EstPpal(‘manual’)

El interfaz divide la pantalla en 4 cuartos, el primero es una representación temporal del proceso, el segundo una representación frecuencial, el tercero un eje de representaciones múltiples y, por último, un trozo dedicado a información del usuario y selección del modelo AR.

En la ventana temporal, superior izquierda, seleccionaremos un grupo de pares de línea a modelar. Para ello, durante el modo de selección (al entrar o así pedirlo al hacer ‘Reset’) marcaremos con el botón izquierdo del ratón sobre uno de los grupos. En la ventana de mensajes (la azul de abajo) se nos dirá el número de muestras que componen el grupo y las operaciones flotantes que ha supuesto la operación (esto será así siempre por lo que no volveré a repetir este apunte de las operaciones). Una vez seleccionado el trozo estaremos en disposición de aplicar un modelado AR o una estimación clásica.

Podemos ver la autocorrelación de la señal seleccionada sin la media pulsando sobre el botón de ‘Correlación’. Un parámetro la función de autocorrelación es entre qué y qué valores está definida. Esto se manifiesta en el interfaz por la variable LRx. La función de autocorrelación estará determinada entre -LRx y LRx. Si no especificamos nada se entiende que se definirá en su máxima extensión posible (la longitud de la señal). Cuando estemos visualizando la autocorrelación podremos volver a ver la señal en el tiempo pulsando sobre el mismo botón de la ‘Correlación’ que ahora ha cambiado su inscripción por la de ‘Señal’.

Página para el interfaz ESTIMACIÓN

Una vez seleccionada la señal podemos realizar una estimación clásica de su espectro, para ello disponemos de una serie de parámetros y estimadores espectrales seleccionables.

Estimadores implementados:

Periodograma DFT_N de la autocorrelación
Bartlett Promediado de los periodogramas de K trozos de longitud L (si no se especifica nada para L, se elige tal que los trozos no se solapen)
Blackman-Tuckey DFT_N de la autocorrelación enventanada con la ventana seleccionada
Welch Promediado de periodogramas de funciones de autocorrelación enventanadas. La interpretación de los parámetros es la misma que en Bartlett.

Tipos de ventanas permitidos:

Bartlett	triangular
Blackman	coseno alzado parte de valor 0
Boxcar	rectangular
Chebwin	ventana de Chebyshev par=rizado en la banda de rechazo
Hamming	coseno alzado parte de un valor pequeño pero no 0
Hanning	coseno alzado parte de valor 0
Kaiser	ventana de Kaiser par=parámetro beta de la ventana

Estas ventanas sólo se usan en los estimadores de Blackman-Tuckey y de Welch. Con los listados anteriores de opciones quedan claros todos los parámetros de la estimación clásica. Para lanzar la estimación basta con pulsar sobre el botón de OK situado arriba a la derecha del eje de representación frecuencial.

En todas las ventanas hay un pulsador llamado ‘Cursor’, si lo accionamos entramos en el modo cursor para esa ventana, cuando pulsemos el botón izquierdo del ratón se nos indicará en la ventana de mensajes la posición X e Y del cursor proporcionándonos reveladora información sobre la gráfica (frecuencias, períodos, picos, amplitud de señal, ...)

Cuando se ha seleccionado el trozo de señal se puede calcular su modelo AR. Los parámetros seleccionables para el modelo es su orden (P) y el método a emplear en su cálculo (Levinson, Split Levinson, autocorrelación, covarianza, covarianza modificado, y Burg). Si los parámetros del modelo son correctos podemos lanzar su cálculo pulsando sobre el botón grande que dice ‘AR’. Con esta acción además del modelo AR realizamos la estimación clásica seleccionada.

Después del proceso de cálculo se nos informara de la potencia de ruido de entrada según el modelo (sigmaW), la potencia de ruido por filtrado inverso o de error de predicción (sigmaW(FI)). En verde y en la ventana temporal se representará la salida predicha por el modelo. En la ventana de mensajes se nos informa de la potencia de señal mamográfica, la potencia estimada por el espectro AR, la potencia del estimador clásico, y la potencia del ideal correspondiente al grupo. También se nos dice las operaciones realizadas en todo el proceso y aquellas que se usaron únicamente en la resolución de las ecuaciones de Yule-Walker.

Sobre la ventana de representaciones múltiples podremos visualizar el diagrama polo-cero del modelo AR, o la función de transferencia estimada para la película y este trozo. El modo de cálculo de la función de transferencia es seleccionable en el menú entre estimación puntual y por trozos del espectro (ver bloque de espectro ideal). Aunque en el interfaz es seleccionable una función de transferencia a trozos, cuando estemos usando el bloque para la evaluación de una película esta modalidad no estará disponible según se razonó en el capítulo 7 dedicado a la estimación espectral.

Por último, comentar que en el menú tenemos opciones para visualizar los coeficientes del polinomio AR, los coeficientes gamma o PARCOR (en modo gráfico), y la potencia de error de cada etapa (sigma, también en modo gráfico).

Recordar que de ninguno de los interfaces se debe salir cerrando directamente la ventana, utilizar, en vez, las opciones de menú dispuestas para tal efecto. De no hacerlo así se quedarán multitud de variables globales en memoria inservibles.

A.2.6. FACILIDADES DE DEPURACIÓN

Aunque se escapen a un control externo hay multitud de facilidades de depuración dispuestas a lo largo de todas las rutinas, normalmente suelen consistir en múltiples representaciones de los estados intermedios de un proceso de cálculo. Todas ellas están inhabilitadas pero son de sencilla rehabilitación. Basta con leer la cabecera de los programas y en el bloque FT
j 4.67961 0 Td( )j

```
% Formación de las matrices a usar en el programa
  N3=ultima-primera+1;

  pot_sal=zeros(N3,1);

% potencia de entrada y c
```

MRYPINTA .M

Apoyo e interfaz con el exterior

FILTER0 .M
→FT .M
→MR .M
→MRSEL .M
→MRGOK .M

En el listado anterior se han marcado con una flecha antes del nombre aquellas funciones susceptibles de ser llamadas en un entorno habitual de procesado (en el que no haya que estar diseñando los filtros).

El bloque hace un uso intensivo del medio en que se encuentra, sobre todo, se apoya mucho en el espectro del ideal. Se diría que el grupo de funciones está fuertemente acoplado por zona común de datos.

ENTORNO DE DISEÑO DE FILTROS IIR Y FIR

El resultado final del entorno es el de generar una serie de matrices que definan los filtros FIR o IIR a cada una de las frecuencias. Dichas matrices y vectores serán globales, además se almacenarán en el directorio DATOS con el nombre que el usuario elija, aunque se recomiendan algunos como FT_FIR, FT_IIR, o FT_FIIR.

Las variables globales que aparecen en todo el subgrupo son las siguientes

General

num_puntos número de puntos para las FFT's

Variables de menú generales

A1 Manejador del eje de amplitud del filtro

A2 Manejador del eje de múltiples gráficas

A3 Manejador del eje de fase del filtro

Cqp Vector de controladores de qué pintar, indican cuál debe ser la salida a representar

que_pintar Vector que indica qué se debe representar en el interfaz de usuario tan sólo se permite representar a la vez una cosa, aunque el sistema está preparado para poder representar varias (por eso es un vector) en modo depuración

Cu Vector de controladores de qué excitación es la seleccionada

tipo_u indica qué índice de Cu está activo actualmente

Variables de menú relacionadas con el filtro de señal
CN Controlador del orden
Tmax Controlador del máximo orden permitido
Tper Controlador del orden igual que el periodo
Cbw Controlador del exceso de ancho de banda
Ctipoft Controlador del tipo de filtro
Cretardo0 Controlador de corrección de retardo

Variables de menú relacionadas con otros aspectos del filtrado
CruidoControlador de la potencia de ruido aditivo en el caso de que la excitación sea del ideal
Cwener Controlador del ancho de ventana para medir la energía
Twener Controlador para el ancho máximo
Tfrec Controlador de la frecuencia espacial actual
Tflops Controlador de la flops de filtrado

Variables de FtBrwser para uso interno
reales vector que contiene los índices de izq, der, tipo que corresponden a grupos de pares de línea
ift índice del filtro actual dentro de los vectores
u excitación de prueba al filtro
y salida del filtro con la excitación de prueba
pot_ruido potencia del ruido añadido a la excitación prueba
Wener vector que contiene el ancho de la ventana rectangular con que se medirá la energía de la salida de cada filtro

Variables de FtBrwser relacionadas con el filtro de señal
tipoft tipo para todos los filtros
1 Butterworth, 2 Fir1
bw vector con los excesos de ancho de banda
MaxN orden máximo de los filtros de señal, se usa para luego poder generar las matrices FtsB y FtsA de las dimensiones adecuadas
retardo0 rutina para filtrado
1, filter
2, filtfilt
3, filter0

Variables de FtBrwser relacionadas con el filtro actual
aft denominador del filtro de señal actual
bft numerador del filtro de señal actual

Variables de FtBrwser para la salida global del bloque
FtsN vector con los órdenes de cada filtro de señal
FtsFrec vector con las frecuencias espaciales a las que está sintonizado cada filtro
FtsA matriz en la que cada fila es el denominador del filtro de señal correspondiente a ese grupo
FtsB matriz en la que cada fila es el numerador del filtro de señal correspondiente a ese grupo

La siguiente tabla representa donde se definen cada una de las variables (D) y donde se emplean (X). Una inspección de la misma proporciona una idea del grado de acoplamiento por zona común de datos dentro del grupo. Cada función puede usar variables comunes que no pertenecen al bloque específicamente. Estas listas se resumen en la primera entrada de la tabla y dan una idea del acoplamiento con otros bloques.

	FtPpal	FtMenu	FtBrwser	FtBode	FtYPinta
Variables de otros bloques			X	X	
num_puntos	D		X	X	X
FtsA	X		D		
FtsB	X		D		
FtsFrec	X		D		
FtsN	X		D		
A1		D		X	
A2		D		X	X
A3		D		X	
Cqp		D			
que_pintar		D	X		
Cu		D			
tipo_u		D	X		
CN		D	X		
Tmax		D	X		
Tper		D	X		
Cbw		D	X		
Ctipoft		D	X		
Cretardo0		D	X		
Cruido		D			
CWener		D	X		
TWener		D	X		
Tfrec		D	X		
Tflops		D			X
reales			D		

ift			D		
u			D		
y			D		
pot_ruido			D		
Wener			D		
tipoft			D		
bw			D		
MaxN			D		
retardo0			D		
aft			D		
bft			D		

FTPPAL.M

Función: Punto de entrada al interfaz de diseño de filtros
Entradas función: orden, fichero de filtros
Entradas fichero: fichero de filtros
Salidas globales: FtsA, FtsB, FtsFrec, FtsN
Funciones llamadas: FtMenu, FtBrwser

```
% USO: FtPpal(orden,arg1)
%         orden = 'manual'.     FtPpal('manual');
%                              FtPpal('manual',fich);
%         orden = 'load'.       FtPpal('load',fich);
%      Entradas globales:
%         ideal + cualificadores
%         Sid   + cualificadores
%      Salidas globales:
%         FtsA    = denominadores de los filtros
%         FtsB    = numeradores de los filtros
%         FtsFrec = a qué frecuencia espacial corresponde cada
filtro
%         FtsN    = órdenes de los filtros de señal
```

Acciones: Según una orden de entrada (acoplamiento de control) decide si cargar los filtros y devolver el control al procedimiento que lo llamó, o entrar en el interfaz gráfico de diseño de filtros (también se permite cargar unos filtros y modificarlos gráficamente).

FTMENU.M

Función: Mostrar y manejar el interfaz gráfico
Entradas función: orden, num
Funciones llamadas: (callback) FtMenu, FtBrwser, Ayuda

```
% USO: FtMenu(orden,num)
%      orden =
%        'inicio'             : inicio del interfaz gráfico
%        'salir'              : destrucción del interfaz
%        'cambio ver',num     : cambio de salida a
%                             visualizar
%        'cambio u',num       : cambio de excitación
```

Acciones: Según la orden de entrada se ejecutará alguna de las siguientes

inicio inicio del interfaz gráfico
salir destrucción del interfaz
cambio ver,num cambio de salida a visualizar. Llama a FtBrwser('cambio')
cambio u,num cambio de excitación. Llama a FtBrwser('cambio')

FTBRWSER.M

Función: Atender las peticiones de usuario sobre el interfaz
Entradas función: orden
Entradas globales: senal, ideal, izq, der, tipo, Niu, Ndu
Salidas fichero: seleccionado por el usuario
Funciones llamadas: FtBrwser, FtBode, FtYPinta

```
% USO: FtBrwser(orden)
%      orden =
%        'save'               : grabar los parámetros de todos los
filtros
%        'inicio'      : inicialización de variables
%        'inicio2'     : si se han cargado los parámetros
%                          desde fichero se debe empezar por aquí
%        'poner params'       : presentar los parámetros del filtro
actual
%        'cambio'      : recogida de parámetros y calcular
%        'calcula'     : calcular el filtro
%        'menos'              : filtro para el grupo anterior
%        'mas'         : filtro para el grupo siguiente
%        'captura'     : copiar los parámetros de este filtro a
todos
%        'coefs'              : mostrar los coeficientes del filtro
actual
%        'salir'              : acabar con la generación de filtros
```

Acciones: Según la orden de entrada se ejecutará lo especificado por ella.

FTBODE.M

Función: Representar la función de transferencia de un filtro así como el espectro del grupo de frecuencia al que corresponde
Entradas función: filtro e índice del grupo de frecuencia dentro de tipo
Entradas globales: ideal, izq, der, Nmax

```
% USO: FtBode(bft,aft,j)
%      bft   = numerador del filtro de señal
%      aft   = denominador del filtro
%      j     = índice del trozo al que está asociado el filtro
```

Acciones: Primero se representa el espectro del ideal, luego la función de transferencia del filtro en amplitud y fase.

FTYPINTA.M

Función: Calcular la salida del filtro calculado a la excitación
seleccionada por el usuario
Entradas función: filtro, modo filtrado, modo extensión de señal,
excitación, qué fases representar, ventana para le energía
Salidas función: respuesta del filtro
Funciones llamadas: filter0

```
% USO: y = FtYPinta(bft,aft,retardo0,ext,u,pinta<,Wener>)
%      Entradas función:
%         bft   = numerador   del filtro de señal
%         aft   = denominador del filtro
%         retardo0 = 0 filtrar con filter
%                    1 filtrar con filtfilt
%                    2 filtrar con filter0
%         ext   = 0, no extender la señal para filtrarla
%                 1, indica si se extiende la señal con una
"réplica"
%                    a derecha e izquierda. Para señales que
%                    empiezan y acaban con ruido blanco sobre el 1
%                 2, indica si se extiende la señal con una
"réplica"
%                    a derecha e izquierda. Para señales
senoidales.
%                 Se extiende la señal para mejorar las condiciones
%                    iniciales de filtrado y así obtener una salida
%                    más pura en la zona de interés.
%         u     = excitación al filtro, vector columna
%         pinta = vector de 0's o 1's según se quiera pintar o no
%                 1, entrada y salida del filtro
%                 2, espectros de entrada y salida
%                 3, respuesta al impulso del filtro
%                 4, energía de la salida, necesita Wener
%         Wener = longitud de la ventana con que se mirará la
energía

%      Salidas función:
%         y     = respuesta del filtro
```

Acciones: Se extiende la señal en el modo seleccionado, se filtra y se muestran los resultados que hagan falta.

ENTORNO DE DISEÑO DE FILTROS MULTIRATE

El resultado de este subgrupo será la de generar los filtros a cada una de las frecuencias, esta vez tendremos que definir muchos más controladores y variables que definan la mayor riqueza de estos filtros. Dichas variables serán globales, y además se almacenarán en el directorio DATOS con el nombre que el usuario elija, aunque se recomiendan algunos como MR_FIR, MR_IIR, o MR_FIIR.

Las variables globales que aparecen en todo el subgrupo son las siguientes

General
num_puntos número de puntos para las FFT's

Variables de menú generales
A1 Manejador del eje de amplitud del filtro
A2 Manejador del eje de múltiples gráficas
A3 Manejador del eje de fase del filtro
Cqp Vector de controladores de qué pintar, indican cuál debe ser la salida a representar
que_pintar Vector que indica qué se debe representar en el interfaz de usuario tan sólo se permite representar a la vez una cosa, aunque el sistema está preparado para poder representar varias (por eso es un vector) en modo depuración
Cu Vector de controladores de qué excitación es la seleccionada
tipo_u indica qué índice de Cu está activo actualmente

Variables de menú relacionadas con el filtro de señal
CN Controlador del orden
Tmax Controlador del máximo orden permitido
Tper Controlador del orden igual que el periodo
Cbw Controlador del exceso de ancho de banda
CIIR Controlador del tipo de filtro

Variables de menú relacionadas con el filtro antialiasing
CNaa Controlador del orden
Tmaxaa Controlador del máximo orden permitido
TperaaControlador del orden igual que el periodo
CbwaaControlador del exceso de ancho de banda
CIIRaa Controlador del tipo de filtro

Variables de menú relacionadas con otros aspectos del filtrado
CDU Controlador del factor de expansión en frecuencia
CruidoControlador de la potencia de ruido aditivo en el caso de que la excitación sea del ideal
Cwener Controlador del ancho de ventana para medir la energía
Twener Controlador para el ancho máximo
Tfrec Controlador de la frecuencia espacial actual
Tflops1 Controlador de la flops de filtrado
Tflops2 Controlador de la flops por muestra

Variables de FtBrwser para uso interno
reales vector que contiene los índices de izq, der, tipo que corresponden a grupos de pares de línea
ift índice del filtro actual dentro de los vectores
u excitación de prueba al filtro
y salida del filtro con la excitación de prueba
pot_ruido potencia del ruido añadido a la excitación prueba
Wener vector que contiene el ancho de la ventana rectangular con que se medirá la energía de la salida de cada filtro

Variables de FtBrwser relacionadas con el filtro de señal
bw vector con los excesos de ancho de banda
MaxN orden máximo de los filtros de señal, se usa para luego poder generar las matrices FtsB y FtsA de las dimensiones adecuadas

Variables de FtBrwser relacionadas con el filtro antialiasing
bwaa vector con los excesos de ancho de banda
MaxNaa orden máximo de los filtros de señal, se usa para luego poder generar las matrices FtsBaa y FtsAaa de las dimensiones adecuadas

Variables de FtBrwser relacionadas con el filtro actual
aft denominador del filtro de señal actual
bft numerador del filtro de señal actual
aftaa denominador del filtro antialiasing actual
bftaa numerador del filtro antialiasing actual

Variables de FtBrwser para la salida global del bloque
FtsA matriz en la que cada fila es el denominador del filtro de señal correspondiente a ese grupo
FtsB matriz en la que cada fila es el numerador del filtro de señal correspondiente a ese grupo
FtsIIR vector con los tipos de cada filtro
0 FIR1, 1 Butterworth
FtsN vector con los órdenes de cada filtro de señal
FtsFrec vector con las frecuencias espaciales a las que está sintonizado cada filtro
FtsAaa matriz en la que cada fila es el denominador del filtro antialising correspondiente a ese grupo
FtsBaamatriz en la que cada fila es el numerador del filtro antialiasing correspondiente a ese grupo
FtsIIRaa vector con los tipos de cada filtro
0 FIR1, 1 Butterworth
FtsNaa vector con los órdenes de cada filtro de señal

FtsDU vector con los factores de multiplicación del eje de frecuencias para cada filtro

	MrPpal	MrMenu	MrBrwser	MrBode	MrYPinta
Variables de otros bloques			X	X	
num_puntos	D		X	X	X
FtsA	X		D		
FtsB	X		D		
FtsN	X		D		
FtsIIR	X		D		
FtsFrec	X		D		
FtsDU	X		D		
FtsAaa	X		D		
FtsBaa	X		D		
FtsNaa	X		D		
FtsIIRaa	X		D		
A1		D		X	
A2		D		X	X
A3		D		X	
Cqp		D			
que_pintar		D	X		
Cu		D			
tipo_u		D	X		
CN		D	X		
Tmax		D	X		
Tper		D	X		
Cbw		D	X		
CIIR		D	X		
CNaa		D	X		
Tmaxaa		D	X		
Tperaa		D	X		
Cbwaa		D	X		
CIIRaa		D	X		
CDU		D	X		
Cruido		D	X		
CWener		D	X		
TWener		D	X		
Tfrec		D	X		
Tflops1		D			X
Tflops2		D			X
reales			D		
ift			D		
u			D		

y			D		
pot_ruido			D		
Wener			D		
bw			D		
MaxN			D		
bwaa			D		
MaxNaa			D		
aft			D		
bft			D		
aftaa			D		
bftaa			D		

MRPPAL.M

Función: Punto de entrada al interfaz de diseño de filtros multirate
Entradas función: orden, fichero de filtros
Entradas fichero: fichero de filtros
Salidas globales: filtros multirate
Funciones llamadas: MrMenu, MrBrwser

```
% USO: MrPpal(orden,arg1)
%         orden = 'manual'.     MrPpal('manual');
%                              MrPpal('manual',fich);
%         orden = 'load'.       MrPpal('load',fich);
%      Entradas globales:
%         ideal + cualificadores
%         Sid   + cualificadores
%      Salidas globales:
%         FtsA     = denominadores de los filtros
%         FtsB     = numeradores de los filtros
%         FtsN     = órdenes de los filtros de señal
%         FtsIIR   = indica si el filtro es IIR (1) o FIR (0)
%         FtsFrec  = a qué frecuencia espacial corresponde cada
filtro
%         FtsDU    = factor de compresión/expansión en frecuencia
%         FtsAaa   = denominadores de los filtros
%         FtsBaa   = numeradores   de los filtros de antialiasing
%         FtsNaa   = órdenes de los filtros antialiasing
%         FtsIIRaa = indica si el filtro es IIR (1) o FIR (0)
```

Acciones: Según una orden de entrada (acoplamiento de control) decide si cargar los filtros y devolver el control al procedimiento que lo llamó, o entrar en el interfaz gráfico de diseño de filtros (también se permite cargar unos filtros y modificarlos gráficamente).

MRMENU.M

Función: Mostrar y manejar el interfaz gráfico
Entradas función: orden, num
Funciones llamadas: (callback) MrMenu, MrBrwser, Ayuda

```
% USO: MrMenu(orden,num)
%      orden =
%        'inicio'             : inicio del interfaz gráfico
%        'salir'                      : destrucción del interfaz
%        'cambio ver',num     : cambio de salida a visualizar
%        'cambio u',num               : cambio de excitación
```

Acciones: Según la orden de entrada se ejecutará alguna de las siguientes

inicio inicio del interfaz gráfico
salir destrucción del interfaz
cambio ver,num cambio de salida a visualizar. Llama a MrBrwser(‘cambio’)
cambio u,num cambio de excitación. Llama a MrBrwser(‘cambio’)

MRBRWSER.M

Función: Atender las peticiones de usuario sobre el interfaz
Entradas función: orden
Entradas globales: senal, ideal, izq, der, tipo, Niu, Ndu
Salidas fichero: seleccionado por el usuario
Funciones llamadas: MrBrwser, MrBode, MrYPinta

```
% USO: MrBrwser(orden)
%      orden =
%        'save'               : grabar los parámetros de todos los
filtros
%        'inicio'      : inicialización de variables
%        'inicio2'      : si se han cargado los parámetros desde
fichero
%                             : se debe empezar por aquí
%        'poner params'       : presentar los parámetros del filtro
actual
%        'cambio'      : recogida de parámetros y calcular
%        'calcula'     : calcular el filtro
%        'menos'              : filtro para el grupo anterior
%        'mas'         : filtro para el grupo siguiente
%        'captura'     : copiar los parámetros de este filtro a
todos
%        'coefs señal' : mostrar los coeficientes del filtro actual
%        'coefs antial'       : mostrar los coeficientes del filtro
actual
%        'salir'              : acabar con la generación de filtros
```

Acciones: Según la orden de entrada se ejecutará lo especificado

MRBODE.M

Función: Representar la función de transferencia de un filtro así como el espectro del grupo de frecuencia al que corresponde. Tanto a nivel de señal como antialising

Entradas función: filtro de señal, filtro antialising, factor de compresión del
eje de frecuencias e índice del grupo de frecuencia dentro
de tipo
Entradas globales: ideal, izq, der, Nmax

```
% USO: MrBode(bft,aft,bftaa,aftaa,DU,j)
%      bft   = numerador   del filtro de señal
%      aft   = denominador del filtro de señal
%      bftaa = numerador   del filtro antialiasing
%      aftaa = denominador del filtro antialiasing
%      DU    = factor de expansión/compresión en frecuencia
%      j     = índice del trozo al que está asociado el filtro
```

Acciones: Primero se representa el espectro del ideal con y sin eje expandido, luego la función de transferencia del filtro de señal y antialiasing en amplitud y fase.

MRYPINTA.M

Función: Calcular la salida del filtro calculado a la excitación
seleccionada por el usuario
Entradas función: filtro de señal, filtro antialiasing, factor de compresión del
eje de frecuencias, modo extensión de señal, excitación,
qué fases representar, ventana para le energía
Salidas función: respuesta del filtro
Funciones llamadas: filter0

```
% USO: y = MrYPinta(bft,bftaa,DU,ext,frec,u,pinta<,Wener>)
%   Entradas función:
%      bft   = numerador   del filtro de señal
%      aft   = denominador del filtro de señal
%      bftaa = numerador   del filtro antialiasing
%      aftaa = denominador del filtro antialiasing
%      DU    = factor de expansión/compresión en frecuencia
%      ext   = 0, no extender la señal para filtrarla
%              1, indica si se extiende la señal con una "réplica"
%                 a derecha e izquierda. Para señales que
%                 empiezan y acaban con ruido blanco sobre el 1
%              2, indica si se extiende la señal con una "réplica"
%                 a derecha e izquierda. Para señales senoidales.
%              Se extiende la señal para mejorar las condiciones
%                 iniciales de filtrado y así obtener una salida
%                 más pura en la zona de interés.
%      frec  = frecuencia espacial a que corresponde
%      u     = excitación al filtro, vector columna
%      pinta = vector de 0's o 1's según se quiera pintar o no
%              1, entrada (u) y su filtrado antialiasing (u1)
%              2, u1 diezmada y su filtrado de señal (u2)
%              3, entrada (u) y la salida total del filtro
%              4, espectro de u1 diezmada
%              5, espectro de u2 después de rellenar con ceros
%              6, espectro de u y de la salida
%              7, respuesta al impulso del filtro de señal
%              8, respuesta al impulso del filtro antialiasing
%              9, energía de la salida, necesita Wener
%      Wener = longitud de la ventana con que se mirará la energía
%   Salidas función:
```

```
%      y     = respuesta del filtro
```

Acciones: Se extiende la señal en el modo seleccionado, se filtra y se muestran los resultados que hagan falta.

FUNCIONES DE APOYO E INTERFAZ CON EL EXTERIOR

Las funciones de apoyo sirven para que el resto del grupo opere correctamente, mientras que las de interfaz con el exterior mantienen un servicio del bloque al resto de los bloques. Es muy importante identificar estas funciones puesto que serán seguramente de posterior uso si se quiere extender el proyecto.

FILTER0.M

Función: Filtrar sin retardo usando un filtro FIR

Entradas función: filtro FIR y la excitación
Salidas función: respuesta del filtro

```
% USO: y = filter0(b,x)
%      b = numerador del filtro, vectores fila
%      x = vector columna con la señal a filtrar
```

Acciones: Se va calculando la salida del filtro a la excitación en 3 tramos según quepa la longitud completa del filtro dentro de la señal de entrada.

FT.M

Función: Filtrar sin retardo usando un filtro FIR una señal de mamografía

Entradas función: filtro FIR, frecuencia espacial, modo de extensión de la señal y la excitación
Salidas función: respuesta del filtro

```
% USO: y     = Ft(bft,frec,ext,u)
%      bft   = numerador   del filtro de señal
%      frec  = frecuencia espacial a la que corresponde el filtro
%      ext   = 0, no extender la señal para filtrarla
%              1, indica si se extiende la señal con una "réplica"
%                 a derecha e izquierda. Para señales que
%                 empiezan y acaban con ruido blanco sobre el 1
%              2, indica si se extiende la señal con una "réplica"
```

```
%                a derecha e izquierda. Para señales senoidales.
%      u     = excitación al filtro, vector columna
%      y     = respuesta del filtro
```

Acciones: Mismo funcionamiento que FtYPinta. Son la misma función sólo que en esta versión se han eliminado por motivos de velocidad la capacidad gráfica de la función. Atención que esta rutina supone un atentado contra el principio inicial de consistencia en la escritura de las funciones.

MR.M

Función: Filtrar sin retardo usando un filtro multirate una señal de mamografía

Entradas función: filtro de señal, filtro antialiasing, factor de compresión de frecuencia, frecuencia espacial, modo de extensión de la señal y la excitación

Salidas función: respuesta del filtro

```
% USO: y     = Mr(bft,bftaa,DU,ext,frec,u)
%      bft   = numerador   del filtro de señal
%      aft   = denominador del filtro de señal
%      bftaa = numerador   del filtro antialiasing
%      aftaa = denominador del filtro antialiasing
%      DU    = factor de expansión/compresión en frecuencia
%      ext   = 0, no extender la señal para filtrarla
%              1, indica si se extiende la señal con una "réplica"
%                 a derecha e izquierda. Para señales que
%                 empiezan y acaban con ruido blanco sobre el 1
%              2, indica si se extiende la señal con una "réplica"
%                 a derecha e izquierda. Para señales senoidales.
%              Se extiende la señal para mejorar las condiciones
%                 iniciales de filtrado y así obtener una salida
%                 más pura en la zona de interés.
%      frec  = frecuencia espacial a que corresponde
%      u     = excitación al filtro, vector columna
%      y     = respuesta del filtro
```

Acciones: Mismo funcionamiento que MrYPinta. Son la misma función sólo que en esta versión se han eliminado por motivos de velocidad la capacidad gráfica de la función. Atención que esta rutina supone un atentado contra el principio inicial de consistencia en la escritura de las funciones.

MRSEL.M

Función: Seleccionar dentro de las matrices de filtros

multirate aquel que corresponde a una frecuencia determinada

Entradas función: frecuencia espacial
Entradas globales: filtros multirate
Salidas función: filtro de señal, filtro antialiasing y factor de compresión de frecuencia

```
% USO: [bft, aft, bftaa, aftaa, DU]=mrsel(frec)
%      Salidas de función:
%         bft    = numerador   del filtro de señal
%         aft    = denominador del filtro de señal
%         bftaa  = numerador   del filtro antialiasing
%         aftaa  = denominador del filtro antialiasing
%         DU     = factor de expansión / compresión en frecuencia
%      Entradas de función:
%         frec   = frecuencia espacial deseada
%      Entradas globales:
%         filtros MR
```

Acciones: Busca por el índice el filtro multirate buscado. Está restringido a un conjunto de 11 filtros exactamente, según las 11 frecuencias presentes en la señal de mamografía a tratar.

MRGOK.M

Función: Calcular los factores de corrección por filtrado de ideal

Entradas globales: filtros multirate
Salidas globales: mr_goki, factores de corrección
Salidas fichero: dir_base\DATOS\GOK.MAT
Salidas función: mr_goki, factores de corrección
Funciones llamadas: showmat, mr, SidDFT

```
% USO: mr_goki = mrgok
%      Entrada global:
%         filtros MR
%         long_pat
%      Salida función:
%         mr_goki     = factores para corrección de ideal
```

Acciones: Se calcula el factor de corrección calculando la potencia que queda en el espectro después de multiplicar el espectro del ideal por la función de transferencia en módulo.

B.3.3. IDEAL

Este bloque es fundamental en el desarrollo del proyecto es quien se encarga de segmentar la señal de mamografía en sus partes diferenciables (niveles altos, bajos y grupos de frecuencia), selecciona los niveles de grises de cada una de esas partes y estima o interpola la potencia de ruido para cada trozo así como su distribución en frecuencia. Se encuentra en el directorio IDEAL y su prefijo es ID.

La salida de este bloque es tanto a nivel de variables globales como de ficheros. Comenzaremos listando las rutinas que pertenecen al grupo, indicaremos aquellas que sirven de interfaz con el exterior y daremos una explicación sobre las variables globales implicadas. Para finalizar, veremos muy brevemente la ficha descriptiva de cada función.

C:\PROYECTO\IDEAL
- Idealización global de la imagen
  - →IDIMAGEN .M
- Segmentación de la imagen
  - IDGRUPOS .M
  - IDSENAL .M
  - →IDEXPAND .M
- Estudio del ruido y niveles de gris
  - IDRUIDO .M
  - IDRUIDOF .M
- Idealización relacionada con los espectros
  - →IDESPESP .M
  - →IDH .M
- Apoyo
  - IDPACK .M

Lógicamente, si este es el bloque que se encarga de idealizar la imagen de mamografía será fuertemente dependiente de la estructura que hayamos definido para la señal de test. Sin embargo, este bloque no está tan fuertemente acoplado por zona común de datos como veíamos en el anterior. Las variables globales implicadas son

Variables de salida de la idealización de grupos
im_primera la subimagen es la comprendida entre
im_ultima la im_primera y im_ultima filas del fichero imagen

im_izqun trozo diferenciable i de la fila
im_der f de la imagen comienza en

im_aceptada im_izq(f,i), acaba en im_der(f,i),
im_tipo es de tipo tipo(i), y es aceptada si im_aceptada(f,i)==1, todas las salidas anteriores son vectores de 12 escalares, el primero se corresponde con el escalón y el resto con los grupos de frecuencia

Variables de salida de la idealización de señal
izq, der, tipo cada trozo diferenciable de la señal comienza en izq(i), acaba en der(i) y es de tipo tipo(i). La versión comprimida sólo guarda información del nivel bajo inicial y de los grupos de frecuencia, pero a partir de ella se puede conseguir una versión expandida o completa en el que se tiene información sobre todas las partes presentes en la señal.

Variables de salida de la idealización de ruido y nivel de gris
id0 mínimo del nivel de gris en toda la imagen
id1 máximo del nivel de gris en toda la imagen
idg vector con los niveles de gris a tomar en cada uno de los grupos de frecuencia
pot0 potencia de ruido en fondo negro
pot1 potencia de ruido en fondo blanco
potg potencia de ruido en grupos
potB potA coeficientes para interpolar la dep de ruido
dep_ruido(w)=exp(potA(i))*w.^(potB(i))
1er coef = espectro en fondo negro
2º coef = espectro en fondo blanco
resto = espectro a cada nivel de gris
im_lineas índice de las líneas no rechazadas
long_pat longitud media de cada uno de las partes diferenciables

La tabla a continuación muestra los acoplamientos por zona común de datos, se observa la clara dependencia de una función con la del nivel inmediatamente inferior.

	ID imagen	ID grupos	ID señal
Variables exteriores	X	X	X
id0	D		
id1	D		
idg	D		
pot0	D		
pot1	D		
potg	D		
potB	D		
potA	D		

long_pat	D		
im_lineas	D		
im_primera	X	D	
im_ultima	X	D	
im_izq	X	D	
im_der	X	D	
im_aceptada	X	D	
im_tipo	X	D	

izq (compr.)		X	D
der (compr.)		X	D
tipo (compr.)		X	D

IDEALIZACIÓN GLOBAL DE LA IMAGEN

IDIMAGEN

Función: Interfaz con el exterior. Idealiza completamente una imagen

Entradas función: comando control, fichero imagen, sufijo salida, primera y última línea a procesar

Salidas globales: idealización completa de la imagen

Salidas fichero: ej: si el sufijo es ‘071’
dir_base\DATOS\ID071.MAT
dir_base\DATOS\IDF071.MAT

Funciones llamadas: idgrupos, idruido, idruidof, statmat, showmat

```
% USO: idimagen(orden,fich_imagen,sufijo_salida)
%      Entradas función:
%         orden         = 'crea' idealizar una imagen
%                                todos los parámetros se usan
%                           'load' cargar una idealización
%                                ej: idimagen('load',sufijo)
%         fich_imagen   = imagen "*.TIF" a idealizar
%         sufijo_salida = sufijo que tendrán los ficheros de salida
%         primera       = primera línea a idealizar
%         ultima        = ultima  línea a procesar
%      Salidas a fichero:
%         id*           = fichero con los grupos, ruido y niveles
%                          de gris
```

Acciones: Realiza primero una segmentación de la imagen llamando a idgrupos, luego hace un estudio del fondo negro, del fondo blanco y de los grupos de frecuencia definiendo la potencia

de ruido y distribución en frecuencia. Por último, estudia la longitud media de los grupos de pares y graba todos los resultados.

SEGMENTACIÓN DE LA IMAGEN

IDGRUPOS

Función: Determinar todos los comienzos y finalizaciones de todos las partes diferenciables de todas las líneas de la imagen.
Implementa el control antiartefactos. Dentro de la segmentación es la rutina de más alto nivel

Entradas función: imagen a procesar y entre qué líneas
Entrada global: dir_base
Salidas función: número de líneas rechazadas por el control antiartefactos
Salida global: idealización de grupos
Funciones llamadas: im_tifp, im_leet2, idsenal, showmat

```
% USO:    rechazadas=idgrupos(fich_imagen,primera,ultima)
%         Entrada función:
%            fich_imagen = imagen a procesar "fich.TIF"
%            primera     = primera línea de la imagen a procesar
%            ultima      = última  línea de la imagen a procesar
%         Salida función:
%            rechazadas  = número de líneas rechazadas
%         Salida global:
%            im_primera  = la subimagen es la comprendida entre
%            im_ultima   = la im_primera y im_ultima filas del
fichero imagen
%            im_izq      = un trozo diferenciable i de la fila
%            im_der      = f de la imagen comienza en
%            im_aceptada = im_izq(f,i), acaba en im_der(f,i),
%            im_tipo     = es de tipo im_tipo(i), y es aceptada si
%                          im_aceptada(f,i)==1
```

Acciones: Para cada línea del rango a estudiar se idealiza con idsenal, el resultado se le hace pasar por un control antiartefactos y si es válida se almacena en la matriz de izquierdos y derechos.

IDSENAL

Función: Idealizar una línea de mamografía, ya sea en modo supervisado (manual o automático) o no.

Entrada función: modo supervisado o no, información de la línea superior,
información de supervisión.
Entradas globales: filtros multirate y señal
Salidas función: estadísticas sobre los criterios o información para
el control antiartefactos
Salidas globales: izq, der, tipo (comprimidos)
Funciones llamadas: mr, energia, showmat

```
% USO: mat_aciertos = idsenal(0,izq_ant,izq_correcto);
%            éste es el modo supervisado automático
%      mat_aciertos = idsenal(0,izq_ant,0);
%                   modo supervisado con interacción con el usuario
%      num_votos    = idsenal(0,izq_ant);
%            modo autónomo
%      [...,pots]   = idsenal(1,...)
%            los modos son idénticos pero la respuesta es la
potencia
%            a cada uno de los grupos
%      Salidas de función
%         mat_aciertos = matriz 5x7
%            la columna 1 dice para esta señal cuantos grupos de
pares
%            de línea se resolvieron con i votos la columna 2 dice
%            para esta señal y con i votos el número de fallos que
%            se han producido en las 5 siguientes columnas la
%            posición (i,j) dice que cuando ha habido una
resolución
%            con i votos, el criterio j falló tantas veces como
%            indique el valor de la matriz
%         num_votos    = número de grupos que obtuvieron 1, 2 y 3
votos
%            si hay muchos grupos que no obtuvieron la máxima puede
que
%            esté mal la línea
%      Salidas globales
%         izq, der, tipo = cada trozo diferenciable de la señal
comienza
%            en izq(i), acaba en der(i) y es de tipo tipo(i)
%      Entradas a función
%         izq_correcto = vector con los izq de las 11 frecuencias
%            correctas para esta fila de la imagen
%         izq_ant      = vector con los izq de las 11 frecuencias
%            estimadas para la fila anterior de la imagen, si no se
%            conocen poner un 0


%      Entradas globales
%         filtros MR
%         senal
```

Acciones: se encuentra el escalón, luego, se determina para cada grupo de frecuencia entre qué muestras debe estar, se filtra para buscar los ceros de comienzo y se elige el mejor. Al mismo tiempo se van construyendo los vectores izq, der y tipo.

IDEXPAND

Función: Expandir la versión comprimida de izq, der y tipo y
construir el ideal de la fila

Entradas función: fila de las matrices de idealizado a expandir, y si construir
el ideal para la fila o no
Entradas global: idealizado de grupos
Salidas función: izq, der, tipo
Salidas globales: ideal

```
% USO:  [izq, der, tipo]=idexpand(i,hacer_ideal);
%       Entradas función:
%          i           = línea iesima de las matrices que definen
%                        la idealización de la matriz
%          hacer_ideal = 0 o 1, según se desee generar la señal
ideal
%       Entradas globales:
%          im_izq, im_der, im_tipo
%       Salidas función:
%          izq         = cada trozo diferenciable de la imagen
%          der         = comienza en izq(i) acaba en der(i) y es de
%          tipo        = tipo tipo(i). Son vectores fila.
```

Acciones: Se expanden los vectores de información de los grupos y luego si es necesario se genera el ideal.

IDRUIDO

Función: Estudiar el nivel de gris y la potencia de ruido en diversas
partes de la imagen.

Entradas función: subimagen a tratar, qué estudiar y con qué nivel de
promediado
Entradas globales: dir_base, idealizado de grupos
Salidas función: nivel de gris y potencia de ruido para cada fila y cada
parte diferenciable de la subimagen
Funciones llamadas: im_tifp, im_leet2, statmat, redvalid

```
% USO:    [id, ruido,
lineas]=idruido(fich_imagen,primera,ultima,...
%            nivel,agrupamiento,fase)
%
%         Entrada función:
%            fich_imagen  = imagen a procesar "*.TIF"
%            primera      = primera fila a procesar en este momento
%            ultima       = ultima fila a procesar en este momento
%            nivel        = 0, estudiar fondo negro
%                              salida: todos vectores
%                           1, estudiar fondo blanco
%                              salida: todos vectores
%                           2, estudiar fondo blanco por tramos
%                              salida: id, ruido: matrices, lineas:
vector
%                           3, estudiar grupos de pares
%                              salida: id: matriz, ruido=[],
lineas: vector
%            agrupamiento = número de líneas contiguas que
contribuyen
%                           al cálculo de los valores en la fila
actual
%            fase         = un número que se mostrará junto con el
```

```
%                           número de línea procesado
%         Entrada global:
%            salida de im_grupos
%         Salida función:
%            id           = nivel de gris por filas en los trozos
elegidos
%            ruido        = potencia de ruido por filas en los
trozos
%                           elegidos
%            lineas       = vector de líneas válidas de las
matrices o
%                           vectores de salida
```

Acciones: para cada fila de la subimagen se promedian las filas adyacentes que pasaron el control antiartefactos para determinar la potencia de ruido y nivel de gris medio en esa fila y ese grupo.

IDRUIDOF

Función: Estudiar la distribución del ruido en frecuencia

Entradas función: subimagen a tratar y donde almacenar los resultados
Entradas globales: dir_base, idealizado de grupos, estudio de ruido y nivel de gris sobre fondo blanco y negro, filtros multirate
Salidas función: potencia de ruido en cada uno de los grupos después de filtrar y familia de curvas interpoladoras de la distribución de ruido en frecuencia para cada tipo de grupo de señal
Funciones llamadas: im_tifp, im_leet2, corr, dftRx, mr, mrsel

```
% USO:    [potg, potA,
potB]=idruido(fich_imagen,sufijo_salida,primera,ultima);
%
%         Entrada función:
%            fich_imagen  = imagen a procesar "*.TIF"
%            sufijo_salida= para el fichero de salida que se genere
"IDF*"
%            primera      = primera fila a procesar en este momento
%            ultima       = ultima fila a procesar en este momento
%         Entrada global:
%            salida de im_grupos, filtros multirate
%         Salida función:
%            potg         = potencia de ruido a cada uno de los
grupos
%            potB, potA   = coeficientes de interpolación
%                           dep_ruido(w)=exp(potA(i))*w.^(potB(i))
%                           1er coef = espectro en fondo negro
%                           2º  coef = espectro en fondo blanco
%                           resto    = espectro a cada nivel de
gris
%         Salida fichero (idf)
%            meanesp0     = espectro medio sobre fondo negro
%            meanesp1     = espectro medio sobre fondo blanco
```

Acciones: Calcula las funciones de autocorrelación de la subimagen sobre fondo blanco y negro. A estas funciones se les

halla la DFT y tenemos la densidad espectral de potencia de ruido sobre ambos fondos. Para finalizar, se hala la familia de curvas interpoladoras de acuerdo con el nivel de gris medio de cada grupo.

IDEALIZACIÓN RELACIONADA CON LOS ESPECTROS

IDESPESP

Función: Devolver el espectro esperado con uno o todos los grupos de pares de líneas

Entradas función: frecuencia espacial y resolución del espectro
Entradas globales: idealización de grupos, idealización de señal, interpolaciones de distribución de ruido con la frecuencia para cada grupo, espectro del ideal
Salida función: espectro esperado (nivel de ruido+señal) para ese grupo

```
% USO:    espesp=idespesp(frec,num_puntos)
%         Entrada función:
%            frec       = frecuencia espacial del grupo
%                         Si frec=0 todas
%            num_puntos = número de puntos del espectro
%         Entrada global:
%            salida de idgrupos
%            salida de idruidof
%         Salida función:
%            espesp = espectro esperado
```

Acciones: internamente dispone de una tabla con una estimación de la potencia de señal (del capítulo 6). La utiliza junto con las interpolaciones para generar el espectro en un margen de frecuencias adecuado para la representación.

IDH

Función: Interpolar la función de transferencia hallada puntualmente o a trozos por una función continua

Entradas función: tipo de función interpoladora y función de transferencia
Entradas globales: espectro del ideal
Salidas función: polinomio interpolador

```
% USO: p=idH(funcion,H)
%      Entrada función:
%         funcion = 1, Ax^B
%                   2, Ae^Bx
%         H    = puntos conocidos de la función de transferencia
```

```
%      Entrada global:
%         Sid + cualificadores
%      Salida función:
%         p(1) = B
%         p(2) = ln(A)
```

Acciones: Hay dos tipos de entrada los de longitud 11 (en la que los 11 valores deben ser una estimación de la función de transferencia a la frecuencia espacial correspondiente) y los de mayor longitud que se supone es una función definida a trozos (recorre todo el eje de 0 a π, y aquellas frecuencias en las que la función de transferencia es desconocida vale NaN). Se extraen los valores útiles del vector, se interpolan y se muestran los resultados gráficamente junto con el coeficiente de correlación del ajuste.

APOYO

IDPACK

Función: Reagrupar la memoria usada por MATLAB

```
% USO: idpack
```

Acciones: su única instrucción es un pack. Se trata de un truco para permitir que se puedan hacer packs dentro de estructuras de control o funciones que de otra forma no se puede. Es llamada únicamente por idimagen que tiene problemas de memoria.

B.3.4. ESPECTRO IDEAL

Cuando se calcula la función de transferencia de la película a trozos del espectro en el que cada trozo se determina a raiz de un grupo de pares de línea específico, podemos definir durante qué cantidad del eje de frecuencias dicha estimación será válida. Es más podemos incluso no querer que un grupo participe en dicha estimación. Esta idea es implementada con un interfaz gráfico en el que el usuario define qué grupos participan y con qué potencia. Es decir, una frecuencia perteneciente a un grupo participa en el cálculo de la función de transferencia si: la potencia del ideal a esa frecuencia no cae por debajo de un cierto umbral (seleccionable) de la potencia de pico, o no hay otro grupo que a esa frecuencia tenga mayor potencia que el grupo que estamos considerando.

Con esta regla anterior deberemos mantener 6 frecuencias en mente: las frecuencias en las que el espectro cae por debajo del umbral por la derecha y por la izquierda del pico, las frecuencias de corte entre espectros de grupos adyacentes por la derecha y opr

la izquierda, y la mejor elección entre las 4 anteriores por la derecha y por la izquierda.

El bloque se encuentra en el directorio VARIOS, puesto que no es de uso habitual, se define una vez al comienzo las contribuciones deseadas y ya siempre se cargan desde un fichero. El prefijo de las funciones es SID haciendo referencia a la densidad espectral de potencia del ideal.

C:\PROYECTO\VARIOS\SID*.M

Espectro de un grupo de frecuencia

→SIDDFT .M

Entorno gráfico de diseño de Sid

→SIDPPAL .M

SIDMENU .M

SIDSELEC .M

SIDFREC .M

SIDCALC .M

Las variables globales son

Variables relacionadas con los colores de representación

colores vector con letras que representa a los posibles colores utilizables

color vector de la misma longitud que tipo que asocia un color del vector anterior para cada trozo diferenciable de la señal

Variables generales

num_puntos número de puntos para las FFT's, Sid tendrá la mitad de ese número de puntos

umbral tanto por ciento del pico por debajo del cual dejan de tener validez los espectros de los grupos

Variables de salida

Sid Espectro del ideal

Nmax vector que contiene la muestra en frecuencia que tiene mayor amplitud para cada trozo de señal diferenciable

Niu vector que contiene la muestra en frecuencia

Ndu para la que el espectro de un trozo diferenciable cae por debajo un determinado tanto por ciento de su nivel máximo, por la izquierda y por la derecha respectivamente

Nic En las distintas contribuciones a Sid,

Ndc un trozo dejará de tener influencia cuando el trozo de al lado (que también contribuya) tenga más potencia a esa frecuencia, hay un punto de corte a izquierda y derecha que quedan aquí almacenados

Nizq Nizq= max(Niu,Nic)

Nder Nder= min(Ndu,Ndc)

usado vector que indica para cada trozo de la señal si contribuye al cálculo de Sid o no

Variables de menú relacionadas con las ventanas

A1 Ventana superior para mostrar la señal en el tiempo

A2 Ventana inferior para el dominio de la frecuencia

Variables de menú relacionadas con la ventana temporal

Ctodo Botón para seleccionar todos los trozos
Creset Botón para resetear las selecciones
Csel Botón para entrar en modo selección
Csid Botón para calcular Sid
Csave Botón para salvar los datos de Sid

Variables de menú para datos de control
CN Controlador del número de puntos
Cumbral Controlador del umbral
Tmuestreo Periodo de muestreo, sólo salida

Variables de menú relacionadas con la ventana de frecuencia
ClineasManejadores para eliminar los plots de la ventana de frecuencia

La siguiente tabla representa los acoplamientos por zona común da datos, se ve como se trata de un bloque fuertemente acoplado entre sí, y dependiente del exterior sobre todo a nivel de idealización de señal y longitudes medias de los grupos.

	SidPpal	SidMenu	SidSelec	SidFrec	SidCalc
Variables Externas	X		X	X	X
colores	D		X	X	
color	D		X	X	
num_puntos	X	D	X	X	X
umbral		D	X		X
Sid	X		X	X	D
Nmax	X		X		D
Niu	X		X		D
Ndu	X		X		D
Nic	X		X		D
Ndc	X		X		D
Nizq	X		X		D
Nder	X		X		D
usado	X		D	X	X
A1		D	X	X	
A2		D	X	X	
Ctodo		D			
Creset		D			
Csel		D			
Csid		D			
Csave		D	X		
CN		D			
Cumbral		D			

Tmuestreo		D	X		
Clineas		D	X	X	

ESPECTRO DE UN GRUPO DE FRECUENCIA

SIDDFT

Función: Calcular el espectro de un grupo de frecuencia ideal.

Entradas función: frecuencia del grupo y resolución espectral

Entradas globales: longitudes medias de grupos, niveles de gris máximo y mínimo

```
% USO: [H w]=SidDFT(tipo,num_puntos)
%      Entrada función:
%         tipo       = frecuencia espacial asociada al grupo
%         num_puntos = número de puntos con que se desea el
espectro
%      Entrada global:
%         salida de IdImagen
%      Salida función:
%         H          = espectro
%         w          = eje de frecuencias
```

Acciones: se calcula la DFT de un ideal inexistente físicamente según la fórmula teórica del capítulo 5. Es espectro con módulo y fase, la potencia del ideal se puede calcular como la integral del módulo al cuadrado de este espectro.

ENTORNO GRÁFICO DE DISEÑO DE SID

SIDPPAL

Función: Punto de acceso al entorno gráfico

Entradas función: comando de control, información si debe hacerse en modo automático

Entrada global: idealización de señal

Funciones llamadas: SidMenu, SidSelec, SidCalc

```
% USO: SidPpal(orden)
%      Entrada función:
%         orden = 'manual'. SidPpal('manual');
%         orden = 'load'.   SidPpal('load',fich);
%         orden = 'auto'.
SidPpal('auto',usado,umbral,num_puntos);
%      Entrada global:
%         tipo
%      Salida global:
%         Sid
```

```
%         Nmax= frecuencia del pico
%         Niu = frecuencia izquierda de 10%
H(i,Niu)>u/100*H(i,Nmax)
%         Ndu = frecuencia derecha de 10%
H(i,Ndu)>u/100*H(i,Nmax)
%         usado=es usado ese trozo para el cálculo de Sid
%         Si además es usado en el cálculo de Sid
%         Nic = frecuencia izquierda de corte. H(i,Nic)>H(i-1,Nic)
%         Ndc = frecuencia derecha de corte.   H(i,Ndc)>H(i+1,Ndc)
%         Nizq= max(Niu,Nic)
%         Nder= min(Ndu,Ndc)
```

Acciones: En modo ‘load’ carga los datos del espectro y se sale. En modo ‘auto’ los genera sin interfaz, y en modo ‘manual’ genera los colores de representación de cada grupo y llama a las rutinas que manejan el interfaz.

SIDMENU

Función: Manejador del menú de interfaz

Entradas función: comando de control
Entradas globales: idealización de señal, num_puntos, umbral
Funciones llamadas: (callback) ayuda, SidSelec, SidMenu

```
% USO: SidMenu(orden)
%      orden = 'inicio'
%              'modoseleccion'
%              'modonosel'
%              'recoger'
```

Acciones: Los modos de selección o no deshabilitan/habilitan muchas de las opciones no permitidas durante el modo de selección. ‘Recoger’ se refiere a recoger los parámetros del interfaz y dejarlos en variables que no pertenecen al interfaz.

SIDSELEC

Función: Atender las peticiones de usuario desde el interfaz

Entrada función: comando de control
Entrada global: idealización de señal expandida
Funciones llamadas: SidFrec, SidMenu, SidCalc

```
% USO: SidSelec(orden)
%      orden='inicio_vars'
%            'inicio_gráfico'
%            'save'
%            'sel'
%            'seltodo'
%            'Sid'
%            'salir'
```

Acciones: Dependen del comando de control seleccionado.

SIDFREC

Función: Mantener en la ventana de frecuencia los espectros seleccionados

Entradas función: comando de control, índice del espectro a tratar
Entrada global: idealización de señal expandida
Funciones llamadas: SidDFT, SidMenu

```
% USO: SidFrec(orden,i)
%      orden='añadir'
%            'añadir/borrar'
%            'Sid'
%      i    =indice del trozo que se quiere representar
```

Acciones: Clineas es un vector de manejadores a plot, contiene los punteros a los espectros actualmente representados. SidFrec se encarga de llamar a SidDFT para calcular dichos espectros, representarlos y mantener actualizados los punteros a los gráficos.

SIDCALC

Función: Calcular todas las frecuencias notables del espectro, también se calculará el espectro.

Entradas globales: idealización de señal expandida
Funciones llamadas: SidDFT

```
% USO:  SidCalc
```

Acciones: Para cada frecuencia espacial busca el máximo y a partir de él las frecuencias de corte con el umbral a derecha y a izquierda. Si además, el grupo participa en el cálculo de la función de transferencia se buscan para él los cortes con los grupos que también participen más cercanos, y se construye el trozo del ideal correspondiente.

B.3.5. TOOLBOX DE IDENTIFICACIÓN

La ToolBox de identificación de sistemas soporta funciones para realizar una identificación frecuencial y paramétrica en multitud de estructuras, con amplia variedad de criterios de bondad de modelo (no sólo el FPE empleado en este proyecto, aunque en resumidas cuentas son todos muy parecidos), con un segundo método de resolución del modelo llamado de variable instrumental (nosotros hemos empleado el de minimización del error de predicción). El único inconveniente que tiene es que está escrito para una versión

antigua de MATLAB, por lo que ha habido que readaptarlo, y que las rutinas están muy mal documentadas y mal estructuradas internamente. Los ficheros que han sido modificados desde la versión original son los siguientes:

C:\MATLAB\TOOLBOX\IDENTI

PRESENT	.M
ZP	.M
IDSIMSD	.M
IDDEMO2	.M
IDPLOT	.M
RESID	.M
ZPSDPL	.M
SEARCHOE	.M
OE	.M
SEARCHAX	.M
ARMAX	.M

Una cosa que deberemos saber es que el modelo devuelto por las funciones de la librería está en un formato llamado THETA, en la herramienta se disponen de multitud de funciones para trabajar con ella. Se trata de una matriz en la que cada posición posee un significado especial (FPE, potencia de error, órdenes de los polinomios del modelo, coeficientes del modelo, función de covarianza, ...) Me remito al manual de referencia de la librería para más información.

B.3.6. AYUDA

El bloque de ayuda soporta una pequeña ayuda on-line en todos los interfaces gráficos. Muestra un par de pantallas en las que se especifican claramente la función de las variables seleccionables en pantalla, relación entre ellas y cómo se usarán exactamente en el cálculo de lo que se esté haciendo. Se encuentra en el directorio VARIOS y utiliza una única función más una modificación (traducción al español) de la rutina de MATLAB de ayuda que define el marco de la ayuda en las demos. Si con el proyecto activo llamamos a la demo la ayuda de ésta mostrará mi modificación y no la original de MATLAB.

C:\PROYECTO\VARIOS

AYUDA	.M
HELPFUN	.M

AYUDA

Función: Soportar ayuda a los interfaces gráficos

Entrada función: selección de la pantalla de ayuda
Funciones llamadas: helpfun

```
% USO: ayuda(tipo_ayuda)
%      tipo_ayuda='clasica'
%                 'parametrica'
%                 'Sid'
%                 'mr'
%                 'ft'
```

Acciones: En función del tipo de ayuda seleccionada se construyen los textos correspondientes y se llama con ellos a helpfun.

HELPFUN

Función: Da un marco a las dos páginas de ayuda

Entrada función: título de la ayuda, texto1 de ayuda, texto2 de ayuda

B.3.7. ESTIMACIÓN ESPECTRAL

Deberemos distinguir dentro del grupo 4 bloques: aquellas funciones que se encargan de mantener el interfaz gráfico, las que implementan la estimación paramétrica AR, la estimación clasica y las que sirven de apoyo al resto. El interfaz gráfico, como viene siendo habitual está fuertemente acoplado tanto a nivel de zona común de datos como de control. Sin embargo, el resto de los subbloques permanecen bastante independientes intercambiando información sólo por la cabecera de llamada a la función.

C:\PROYECTO\ESTIM

Interfaz gráfico

→ESTPPAL .M
ESTMENU .M
ESTVARS .M
ESTTEMP .M
ESTFREC .M
ESTPLOTT .M
ESTMODEL .M
ESTTEST .M
ESTA3 .M

Estimación paramétrica

ARAUTORX .M
ARBURGX .M
ARCOV .M
ARCOVMOD .M

Estimación clásica

DFT .M
DFTRX .M
DFTRXB .M
DFTRXBT .M
DFTRXW .M

Apoyo

CORR .M
RECLEV .M
SOLVEYW .M
SPLTLEVR .M
ZGRID .M

Como siempre empezaremos analizando las variables globales y su acoplamiento.

Variables de menú relacionadas con las ventanas

A1 Ventana de representación temporal
A2 Ventana de representación frecuencial

A3 Ventana de representaciones múltiples
Ccursor1 Botón de cursor en la ventana A1
Ccursor2 Botón de cursor en la ventana A2
Ccursor3 Botón de cursor en la ventana A3
Clinea1 Línea 1 de la ventana de mensajes
Clinea2 Línea 2 de la ventana de mensajes
Clinea3 Línea 3 de la ventana de mensajes
Cflops Línea de flops de la ventana de mensajes

Variables de menú relacionadas con la ventana de representación temporal
Creset Botón de reset de selección de trozo
Ccorr Botón que cambia entre mostrar la señal en el tiempo y su autocorrelación
CLRx Controlador de la longitud de correlación
LRx Longitud de correlación

Variables de menú relacionadas con la ventana de representación múltiple
Cpz Botón de representación polo-cero en A3
CH Botón de representación de la función de transferencia en A3
modoA3 'pz' o 'H', lo que ahora mismo debe representarse en A3

Variables de opciones de menú
Mpuntual Opción de menú con estimación puntual de la función de transferencia (H)
Mtrozos Opción de menú con estimación a trozos de H
modoH 'trozos' o 'puntual' según la opción de menú seleccionada
McoefsOpción de menú para mostrar los coeficientes del modelo
Mgamma Opción de menú para mostrar los coeficientes gamma del modelo (coefs. de reflexión)
Msigma Opción de menú para mostrar la potencia de error en cada etapa

Controladores y variables de estimación paramétrica
CAR Botón que lanza el modelado AR
CP Controlador del orden del modelo AR
P Orden del modelo AR
CtipoAR Controlador del tipo de modelo AR
tipoARTipo de modelo AR
Csigmaw Indicador de potencia de error por el modelo
Csigmawfi Indicador de potencia de error por filtrado inverso
Clinmodel1 Manejador de plot para el modelo

Controladores de Estimación clásica

Copfrec	Controlador de tipo de estimación clásica
Cventana	Controlador del tipo de ventana a usar
CK	Controlador del parámetro K
CL	Controlador del parámetro L
Cpar	Controlador del parámetro par
Cok	Botón que lanza la estimación clásica

Variables de Estimación clásica

opfrec	Tipo de estimación clásica
ventana	Ventana a usar
K	K
L	L
par	par
N	número de puntos para las FFT's

Autocorrelaciones y espectros del trozo seleccionado

Rx	Autocorrelación de la señal
old_Rx	Rx se ha quedado antiguo
Ssenal	Espectro del grupo de señal
old_Ssenal	Ssenal se ha quedado antiguo
SidParcial	Espectro del grupo de ideal
old_SidParcial	SidParcial se ha quedado antiguo

Trozos seleccionados

senalEX	Trozo de señal seleccionado
idealEX	Trozo de ideal seleccionado
ejeEX	Trozo de eje seleccionado
selecc	Vector de tamaño tipo que para cada grupo indica si está seleccionado

Variables relacionadas con el modelo AR

a	Denominador del modelo AR
sigmaw	Potencia del error por el modelo
sigma	Vector con las potencia de error de cada etapa
gamma	Coeficientes de reflexión de cada etapa
H	función de transferencia de la película
ejefEX	eje de frecuencias seleccionado para modo H a trozos

Variables que definen el modo de funcionamiento del interfaz

modocorr	Correlación en pantalla
modo_manual	Modo interactivo o automático
modo_diary	modo grabación en diario

	EstPpal	EstMenu	EstVars	EstTemp	EstFrec	EstPlott	EstModel	EstTest	EstA3
Variables Exteriores	X	X	X	X		X	X	X	
A1		D		X	X	X		X	
A2		D		X				X	
A3		D		X				X	X
Ccursor1		D							
Ccursor2		D							
Ccursor3		D							
Clinea1		D		X				X	
Clinea2		D		X				X	
Clinea3		D		X			X	X	
Cflops		D	X	X	X		X	X	X
Creset		D							
Ccorr		D				X			
CLRx		D							
LRx	X	D	X					X	X
Cpz		D							X
CH		D							X
modoA3		D							X
Mpuntual		D							
Mtrozos		D							
modoH		D	X					X	X
Mcoefs		D					X		
Mgamma		D					X		
Msigma		D					X		
CAR		D							
CP		D							
P		D					X		
CtipoAR		D							
tipoAR	X	D					X		
Csigmaw		D					X	X	
Csigmawfi		D						X	
Clinmodel1		D				X		X	
Copfrec		D							
Cventana		D							
CK		D							
CL		D							
Cpar		D							
Cok		D							
opfrec		D			X				X
ventana		D			X				X
K		D			X				X
L		D			X				X

par		D			X				X
N	X	D	X		X			X	X
Rx			D		X	X	X		
old_Rx		X	D						
Ssenal			D		X			X	
old_Ssenal		X	D		X				
SidParcial			D		X			X	
old_SidParcial			D			X			
senalEX			D		X	X	X	X	
idealEX			D		X	X			
ejeEX			D	X				X	X
selecc	X		D	X				X	
a			D				X	X	X
sigmaw			D				X		
sigma			D				X		
gamma			D				X		
H			D					X	X
ejefEX			D		X			X	X
modocorr			D	X				X	
modo_diary	X		D				X	X	
modo_manual	X		D		X		X	X	

INTERFAZ GRÁFICO

ESTPPAL

Función: Punto de acceso a la estimación espectral, sea gráficamente o no

Entradas función: comando de control, acciones a ejecutar en caso de modo automático

Entradas globales: identificación de señal, espectro del ideal

Salidas globales: modelo AR

Funciones llamadas: estmenu, esttemp, estvars, estmodel

```
% USO: estppal(orden,acciones)
%      Entrada global:
%         ideal + cualificadores
%         Sid   + cualificadores
%         senal
%      Entrada función:
%         orden='manual'
%           acciones='diary fichero': opcional
%         orden='auto'
%           acciones='diary fichero': opcional
```

```
%                    'selecciona frec': frec es un número de
frecuencia espacial
%                    'modela AR'
%                    'LRx=nº'
%                    'P=nº'
%                    'tipoAR=''Levinson|Split
Levinson|Autocorrelación|...
%                              Covarianza|Covarianza
modificado|Burg''
```

Acciones: en modo manual se llaman a las funciones que construyen el interfaz; en modo automático él mismo se encarga de procesar las acciones para finalemente llamar a EstModel.

ESTMENU

Función: Manejo del interfaz gráfico

Entradas función: comando de control
Entrada global: espectro ideal
Funciones llamadas: (callback) estmodel, estmenu, esttemp, estvars, estfrec,
estA3

```
% USO: estmenu(orden)
%      orden='inicio'
%            'recoger tiempo'
%            'recoger frecuencia'
%            'recoger modelo'
%            'modo selección'
%            'modo no selección'
%            'cursor'
%            'enable A3'
%            'puntual'
%            'trozos'
%            'salir'
```

Acciones: Dependiendo del comando seleccionado. El modo cursor del interfaz es soportado directamente por esta función sin necesidad de llamar a otra.

ESTVARS

Función: Mantener con coherencia las variables globales
relacionadas con el cálculo del modelo

Entrada función: comando de control
Entradas globales: idealización de señal, espectro ideal

```
% USO: estvars('senal')
%      estvars('ideal')
%      estvars('eje')
%      estvars('eje frec')
%      estvars('Rx')
%      estvars('SidParcial')
%      estvars('Ssenal')
%      estvars('inicio')
```

```
%      estvars('salir')
%      estvars('cambio')      indica que ha habido un cambio en la
selección
```

Acciones: La función extrae un conjunto de variables para el trozo seleccionado de la señal mamográfica tales como señal seleccionada, ideal y eje correspondientes, función de autocorrelación y espectro del trozo de señal o ideal, ... Para cada comando se calcula las variables directamente relacionadas con lo expresado por él. Cuando se dice que hay un cambio en la selección el proceso se llama a sí mismo para calcular el ideal, la señal y el eje seleccionados.

ESTTEMP

Función: Atender las peticiones de usuario realizadas sobre la ventana de representación temporal

Entrada función: comando de control
Entrada global: idealización de señal
Funciones llamadas:

```
% USO: esttemp(accion)
%      accion = 'inicio_gráfico'
%               'sel'
%               'corr'
```

Acciones: Dependen del comando elegido. Es en éste módulo donde fundamentalmente se calula la variable global selecc.

ESTFREC

Función: Atender las peticiones de usuario realizadas sobre la ventana de representación frecuencial. Se encarga de llamar a las rutinas de estimación clásica.

Entradas función: comando de control, información sobre a qué hay que estimarle clásicamente el espectro.
Salida función: según comando puede ser la estimación clásica del espectro de la señal
Funciones llamadas: estvars, estmenu, dftrx, dftrxb, dftrxbt, dftrxw

```
% USO: estfrec('pinta')
%         Representa en A2 los espectros de Sid y Ssenal
%
%      DEPtb=estfrec('dep',tb,Rtb)
%         Devuelve el espectro de la señal tb
%         tb    = señal a la que hay que calcular la DEP
%         Rtb   = autocorrelación de dicha señal
%         DEPtb = densidad espectral de potencia de x
```

Acciones: En ‘Pinta’ llama a EstVars para que calcule todas las variables que le hacen falta, luego las representa. En ‘Dep’ ella misma va llamando a las rutinas de estimación clásica con los parámetros adecuado según se encuentren seleccionados en el interfaz.

ESTPLOTT

Función: Representaciones en la ventana temporal

Entrada función: comando de control
Entrada global: idealización de señal

```
% USO: estplott('total')              toda la señal, ejes nuevos
%      estplott('seleccionado')       sólo lo seleccionado
%      estplott('autocorrelacion')    la autocorrelación
```

Acciones: Diversas representaciones según el comando de control. Suponen que las variables a representar ya están calculadas, no como en EstFrec que para empezar piden que se calculen.

ESTMODEL

Función: Calcula el modelo AR seleccionado en el interfaz y atiende las peticiones de mostrar los distintos conjuntos de coeficientes

Entrada función: comando de control
Entrada global: idealización de señal
Funciones llamadas: estvars, reclev, spltlevr, arautorx, arcov, arcovmod, arburgx, esttest

```
% USO: estmodel(accion)
%      accion = 'AR'
%               'coefs'
%               'gamma'
%               'sigma'
```

Acciones: En el modo de cálculo se llama a estvars para calcular la función de autocorrelación si es necesario, se calcula llamando a la rutina correspondiente, se muestra en pantalla el modelo y se prueba. En los modos de mostrar coeficientes o bien se representan o bien se construye una pantalla de ayuda para utilizar el marco de helpfun.

ESTTEST

Función: Probar un modelo AR

Entrada función: potencia de ruido
Entrada global: modelo AR, idealización de señal y espectro ideal
Funciones llamadas:

```
% USO: errores=esttest(sigmaw)
%      Entrada global:
%         a = denominador del modelo
%      Entrada función:
%         sigmaw=potencia del ruido de entrada al filtro AR
```

Acciones: Se evalua su comportamiento como predictor y se muestra en el intrefaz si éste está abierto. Luego se calcula el espectro de salida y, por fin, la función de transferencia. Se muestra toda la información de este último proceso y se llama a EstA3 para representar información sobre el modelo en la ventana de usos múltiples.

ESTA3

Función: Gestionar la ventana de usos múltiples
Entrada función: comando de control
Entrada global: modelo AR
Funciones llamadas: zgrid

```
% USO: esta3(<orden>)
%      Entrada global:
%         a = denominador del modelo
%      Entrada función:
%         orden = 'pz'
%                 'H'
%                 Si no se especifica nada, toma el valor actual de
%                 la ventana como lo que hay que representar
```

Acciones: Deshabilita la pulsación del botón actual. Luego representa lo que se le haya dicho. Ella no hace ningún cálculo.

ESTIMACIÓN PARAMÉTRICA

ARAUTORX

Función: Implementar el método de la autocorrelación

Entrada función: señal a modelar y orden del predictor
Salida función: información del modelo en cada etapa
Funciones llamadas: reclev

```
% USO: [a, sigma <,gamma>]=ARAutoRx(x,P)
%       Salida función:
%               a = conjunto de coeficientes calculado [1,a1, ...,
ap]' de orden P
%          sigma = errores al cuadrado de cada fase [sigma1 ...
sigmap]'
%               gamma = conjunto de coeficientes PARCOR [gamma0
... gammap]'
%       Entrada función:
%          x = señal, de Ns muestras
%          P = orden del modelo
```

ARBURGX

Función: Implementar el método de Burg

Entrada función: señal a modelar y orden del predictor
Salida función: información del modelo en cada etapa

```
% USO: [a, sigma <,gamma>]=ARBurgx(x,P)
%       Salida función:
%               a = conjunto de coeficientes calculado [1,a1, ...,
ap]' de orden P
%          sigma = errores al cuadrado de cada fase [sigma1 ...
sigmap]'
%               gamma = conjunto de coeficientes PARCOR [gamma0
... gammap]'
%       Entrada función:
%          x = señal, de Ns muestras
%          P = orden del modelo
```

ARCOV

Función: Implementar el método de la covarianza

Entrada función: señal a modelar y orden del predictor
Salida función: información del modelo en la última etapa
Funciones llamadas: SolveYW

```
% USO: [a, sigmap]=ARCov(x,P)
%       Salida función:
%          a = [1 a(1) a(2) ... a(P)]'
%          sigmap = error cuadrático de la etapa P
%       Entrada función:
%          x = señal, de Ns muestras
%          P = orden del modelo
```

ARCOVMOD

Función: Implementar el método de la covarianza modificado

Entrada función: señal a modelar y orden del predictor
Salida función: información del modelo en la última etapa
Funciones llamadas: SolveYW

```
% USO: [a, sigmap]=ARCovMOD(x,P)
%       Salida función:
%          a = [1 a(1) a(2) ... a(P)]'
%          sigmap = error cuadrático de la etapa P
%       Entrada función:
%          x = señal, de Ns muestras
%          P = orden del modelo
```

ESTIMACIÓN CLÁSICA

DFT

Función: Calcular la DFT de una señal

Entrada función: señal y resolución espectral
Salida función: DFT y eje de frecuencias correspondiente

```
% USO: [H, w]=DFT(x,num_puntos)
%      Salida función:
%         H = vector de salida de longitud num_puntos con la FFT de
x
%         w = eje de frecuencias correspondiente
%      Entrada función:
%         x = señal a calcular la DFT
%         num_puntos = número de puntos de la FFT
```

Acciones: Es básicamente una básicamente una FFT.

DFTRX

Función: Calcular el correlograma de una señal

Entrada función: autocorrelación de la señal y resolución espectral
Salida función: densidad espectral de potencia y eje de frecuencias
Funciones llamadas: DFT

```
% USO:  [Sx,w] = dftRx(Rx, num_puntos)
%       Salida función:
```

```
%          Sx = DFT(Rx);
%          w  = eje de frecuencias
%       Entrada función:
%          Rx = autocorrelación de la señal
%          num_puntos = Número de puntos con que se hará la DFT,
%              al menos será mayor que 2*L+1, donde la
autocorrelación
%              está definida entre -L y L
```

DFTRXB

Función: Calcular el estimador de Bartlett

Entrada función: parámetros necesarios del estimador
Salida función: densidad espectral de potencia y eje de frecuencias
Funciones llamadas: DFTRx

```
% USO:  [Sb,w] = DFTRxB(x, K, num_puntos, tipo_corr, <, L>);
%       Salida función:
%          Sb = DFT promedio
%          w  = eje de frecuencias
%       Entrada función:
%          x  = señal
%          K  = número de trozos en que se dividirá la señal
%          L  = número muestras de cada trozo (opcional)
%               num_puntos = número de puntos de la FFT
%          tipo_corr  = 'sin' o 'con' sesgo
```

Acciones: Se calculan las muestras iniciales y finales de cada trozo de señal a promediar. Luego, para cada uno de ellos se calcula el periodograma correspondiente y finalmente se promedian todos ellos.

DFTRXBT

Función: Calcular el estimador de Blackman-Tukey

Entrada función: parámetros necesarios del estimador
Salida función: densidad espectral de potencia y eje de frecuencias
Funciones llamadas: DFTRx

```
% USO:  [Sbt, w] = DFTRxBT(Rx,W,num_puntos <,param> )
%       Salida función:
%          Sbt = estimador del espectro de Blackman-Tukey
%          w   = eje de frecuencias
%       Entrada función:
%          x = señal a estimar su espectro
%          W = ventana para la autocorrelación de x
%              'bartlett'   - Bartlett window. Triangular
%              'blackman'   - Blackman window.
%              'boxcar'     - Rectangular window.
%              'chebwin'    - Chebyshev window.
%                 param=rizado de la banda de paso, en decibelios
%              'hamming'    - Hamming window.
%              'hanning'    - Hanning window.
%              'kaiser'     - Kaiser window.
%                  param=beta
%          num_puntos = número de puntos de la DFT
```

Acciones: Se enventana la función de autocorrelación entrante y luego se le calcula al resultado el periodograma.

DFTRXW

Función: Calcular el estimador de Welch

Entrada función: parámetros necesarios del estimador
Salida función: densidad espectral de potencia y eje de frecuencias
Funciones llamadas: DFTRx

```
% USO:  [Sw,w] = DFTRxW(x,K,W,num_puntos,tipo_corr <,param> <,L>)
%       Salida función:
%          Sw = estimador del espectro de Welch
%          w  = eje de frecuencias
%       Entrada función:
%          x  = señal a estimar su espectro
%          K  = número de trozos en que se dividirá la señal
%          W  = ventana para la autocorrelación de x
%              'bartlett'   - Bartlett window. Triangular
%              'blackman'   - Blackman window.
%              'boxcar'     - Rectangular window.
%              'chebwin'    - Chebyshev window.
%                 param=rizado de la banda de paso, en decibelios
%              'hamming'    - Hamming window.
%              'hanning'    - Hanning window.
%              'kaiser'     - Kaiser window.
%                 param=beta
%          L  = número muestras de cada trozo (opcional)
%          num_puntos = número de puntos de la DFT
%          tipo_corr  = 'con' o 'sin' sesgo
```

Acciones: Mismo funcionamiento que DFTRXB pero antes de calcular la desnsidad espectral de potencia de cada trozo se enventana como en el método de Blackman-Tukey.

APOYO

CORR

Función: Calcular la función de autocorrelación de una señal

Entrada función: señal a correlar, tipo de correlación y número de términos
de la función de salida
Salida función: función de autocorrelación con los términos indicados

```
% USO: Rx=corr(x ,tipo_corr, <, num_terminos>)
%      Salida función:
%         Rx = correlación con 2*num_términos+1 muestras
%      Entrada función:
%         x  = señal a calcular la correlación
%         tipo_corr='con' sesgo
%         tipo_corr='sin' sesgo
%         num_terminos=(opcional) se calculará hasta
Rx[num_terminos]
```

RECLEV

Función: Aplicar la recursión de Levinson-Durbin a un sistema de ecuaciones de Yule-Walker

Entrada función: primera fila del sistema
Salida del función: información de todas las variables del modelo en todas las etapas

```
% USO: [a, sigma<, gamma>]=RecLev(fila)
%      Salida función:
%                a = conjunto de coeficientes calculado [1,a1, ...,
ap]' de orden P
%         sigma = errores al cuadrado de cada fase [sigma1 ...
sigmap]'
%                gamma = conjunto de coeficientes PARCOR [gamma0
... gammap]'
%      Entrada función:
%         fila = primera fila del sistema a resolver, longitud P+1,
%           aunque es una fila viene en columna
```

SOLVEYW

Función: Resolver directamente un sistema de Yule-Walker

Entrada función: sistema a resolver
Salida función: modelo en la última etapa

```
% USO: [a, s]=SolveYW(A)
%      Salida función:
%         a = (1 a1 ... aP)'
%         s = S del sistema
%      Entrada función:
%         A = matriz de coeficientes
```

SPLTLEVR

Función: Aplicar la recursión de Levinson-Durbin a un sistema de ecuaciones de Yule-Walker. Se emplea una versión rápida de resolución

Entrada función: primera fila del sistema
Salida del función: información de todas las variables del modelo en la última de las etapas

```
% USO: [a, sigmap]=SpltLevR(fila)
%      Salida función:
%                a = conjunto de coeficientes calculado [1,a1, ...,
ap]' de orden P
%         sigmap = error al cuadrado de la última fase
%      Entrada función:
%         fila = primera fila del sistema a resolver, longitud P+1
%                en columna
```

ZGRID

Función: Mostrar un círculo unidad con trazas para representaciones polo-cero

Acciones: Esta función pertenece a la ToolBox de Control, como no se puede asegurar que la ToolBox esté instalada en el MATLAB donde vaya a correr el PFC he copiado la función a un directorio donde siempre se pueda encontrar.

A su vez cada una de las rutinas indicadas puede llamar a otras rutinas, el resultado final es que ESTPPAL.M no acaba hasta que no acaban todas y cada una de las inicializaciones lanzadas por ESTTEMP.M, y este a su vez tampoco, hasta que no acaben todas las rutinas por debajo de ella. El caso es que puede haber en memoria varias rutinas abiertas cuando realmente es innecesario que ESTTEMP.M esté todavía ya que su trabajo ha terminado, se limita sólo a lanzar otroso procesos. Pero todo su espacio de trabajo y memoria para código está ocupando sitio en memoria. El efecto es que se ha dado el caso de no tener suficiente con 8Megas, y todo por no aniquilar los procesos a su debido tiempo.

Se intentó dar una solución estilo a la de sistemas operativos con los trabajos por lotes. En realidad una secuencia de inicio no es más que un conjunto de tareas a realizar sucesivamente y en orden. Se podrían colocar todas en un fichero de texto y tener un "gestor de lotes" que fuera llamando a cada uno de los procesos que estuviésen allí indicados. Esta solución se probó y fue claramente satisfactoria para todas las secuencias de arranque de un subsistema. El sistema de arranque se basa en 3 procesos:

TASK1.M que borraba cualquier recuerdo pasado de lotes anteriores, y establecía un fichero de lotes (LOTES.LOT) con una primera tarea que se le pasaba como parámetro.

NEWTASK.M que añadía al fichero anterior una nueva tarea pasada como parámetro.

LOTES.M: script que gestionaba la llamada a cada una de las tareas indicadas en el fichero de lotes.

El nuevo aspecto de los programas sería el siguiente:

ESTPPAL.M
... % trabajo propio

```
task1(‘esttemp(‘’inicio’’)’);
lotes

ESTTEMP.M
...
if strcmp(orden,’inicio’)
  ... %trabajo propio
  newtask(‘estmenu(‘’inicio’’)’);
  newtask(‘estfrec(‘’inicio’’)’);
  newtask(‘estvars(‘’inicio’’)’);
elseif strcmp(orden, ...)
  ...
end;
```

Como se puede ver LOTES.M todavía no ha acabado cuando ESTTEMP.M termine de atender su llamada de inicio, cuando LOTES.M vuelva a leer el fichero a ver si quedan tareas por resolver verá que han aparecido 3 nuevas y las irá ejecutando secuencialmente. La ventaja de esta solución es que ESTTEMP.M se descarga de memoria al dejar el enlace con las siguientes tareas de arranque escritas en un fichero y no tener que esperar a que se ejecuten realmente.

Sin embargo, esta solución puede mejorarse aun más y dar lugar a un programa más legible, menos complejo, sin ficheros intermedios, ... La idea es darse cuenta de que ESTPPAL.M tampoco acaba hasta que no lo haga LOTES.M con lo que para qué tener un gestor de lotes trabajando cuando ese trabajo podría hacerlo el propio ESTPPAL.M. Se trata simplemente de agrupar las tareas de arranque en ESTPPAL.M, dejando así muy clara cuál es la función de cada uno de las llamadas a rutinas, no hay enlaces de una subrutina con otra, todo se puede ver desde el ESTPPAL.M.

```
ESTPPAL.M
... % trabajo propio
esttemp(‘inicio’);
estmenu(‘inicio’);
estfrec(‘inicio’);
estvars(‘inicio’);

ESTTEMP.M
...
if strcmp(orden,’inicio’)
  ... %trabajo propio
elseif strcmp(orden, ...)
  ...
```

end;

En esta solución como ya se ha comentado se ha ganado en ahorrarnos el tener que tratar con un gestor de lotes, hemos ahorrado su espacio de memoria, el tiempo de apertura, escritura y cierre del fichero, la interpretación de las programas TASK1 y NEWTASK en repetidas ocasiones, ... Sin embargo el empleo de un fichero de lotes me parece una buena idea como solución a alguna situación en la que el agrupamiento de tareas no esté tan claro como en este caso. Se ha demostrado una solución barata, sencilla y efectiva contra el problema que comentábamos de enlazamiento de unas tareas con otras sin liberación de sus espacios de memoria.

B.4. OTROS DETALLES DE IMPLEMENTACIÓN

En este apartado comentaremos algunos de los aspectos más problemáticos que se han detectado a la hora de realizar los programas que implementasen el objetivo final del presente PFC. En la actualidad están resueltos pero detallaré un poco las diferentes opciones de diseño desechadas y las razones de por qué un método se presenta mejor que otro en esta circunstancia concreta. Es importante desde el punto de vista de que no se vuelvan a abordar en el futuro líneas de trabajo ya exploradas sin éxito.

B.4.1. PROBLEMA DE LOS INICIOS DE SUBSISTEMAS

El inicio de subsistemas (modelado, filtros, división de Sid, ...) suponen la inicialización de muchas variables, interfaces gráficas y mucho cálculo inicial. Para ello se requieren muchas llamadas a procedimientos una detrás de otra. Plantearemos el problema tal como estaba en un principio, supongamos que para el arranque del modelado se tuviésen las siguientes órdenes:

```
ESTPPAL.M
... % trabajo propio
esttemp('inicio');

ESTTEMP.M
...
if strcmp(orden,'inicio')
  ... %trabajo propio
  estmenu('inicio');
  estfrec('inicio');
  estvars('inicio');
elseif strcmp(orden, ...)
```

```
  ...
end;
```

B.4.2. “MEMORIA COMPARTIDA” vs “MEMORIA DISTRIBUIDA”

Aunque estos conceptos se aplican a procesamiento paralelo y están fuera de lugar en esta aplicación si somos estrictos, sí que hay una cierta analogía entre los dos modelos de memoria arriba indicados y la estructura básica de cualquier programa compuesto de muchas rutinas.

La memoria distribuida es un modelo de computación paralela en el que cada procesador posee un bloque de memoria propio y exclusivo, sólo visto por él y al que sólo él puede acceder. Diferentes procesos situados en diferentes procesadores se comunican entre sí a través de paso de mensajes, mensajes con una estructura muy estricta y sólida, conocida por ambos procesos. En dichos mensajes se encapsulan las peticiones de servicio y las respuestas a dichos servicios de manera que una visión global del sistema nos lleva a la conclusión de que se compone de muchos procesos situados en diferentes procesadores y mucha comunicación entre ellos.

En un modelo de memoria compartida, sin embargo, cada procesador comparte un trozo de la memoria con el resto de los procesadores (además de tener otro módulo de memoria exclusivo). Por medio de este módulo compartido las comunicaciones entre procesos se realizan dejando los datos en esta zona y que cualquier otro proceso que lo pueda necesitar lo recoja. El problema de este modelo es que si hay muchos procesadores intentando acceder a las mismas posiciones de memoria hay muchas colisiones con sus consiguientes tiempos de espera con lo que la efectividad global del sistema se degrada notablemente.

La analogía con cualquier sistema integrado por múltiples rutinas es muy sencilla: el paso de parámetros de una rutina a la siguiente se puede conseguir bien como parámetros de llamada a la rutina (“memoria distribuida”) o bien con variables globales (“memoria compartida”).

En el primero de los modelos se gana en flexibilidad respecto a los nombres de variables y posibilidad de mantener varias versiones de una misma cosa, sin embargo, el volumen de información que hay que pasar a las rutinas (al fin y al cabo hay que copiar el valor de

grandes vectores de información en la pila del sistema) y la complejidad de las llamadas a las rutinas (con puntos de entrada de muchas variables) desaconsejan su uso.

El segundo de los modelos tiene precisamente las características complementarias: sus desventajas son que tan sólo se puede tener una versión de las variables y que modificar erróneamente el valor de una en una rutina repercute negativamente en toda la aplicación que irá trabajando con un valor falso de la variable. Otra desventaja es que el nombre de las variables es fijo, hay que conocer previamente qué variables globales existen y qué significado tienen. Por otro lado, tiene las ventajas de que no hay que copiar nada en la pila del sistema, cada rutina coge del espacio de memoria “compartida” aquellas variables que le hacen falta; y de que las llamadas a las rutinas tienen una sintaxis muy sencilla.

En nuestra aplicación tan sólo hay un proceso activo al mismo tiempo (ya que la computadora sobre la que trabaja es monoprocesador) con lo que la efectividad del sistema no decae, además la claridad de escritura de los programas, la velocidad de llamada (no hay que copiar parámetros), la reducción del espacio de memoria usado, el uso claro y bien delimitado de cada una de las rutinas sobre las variables, justifican el uso de variables globales en vez de un modelo más de parámetros.

B.4.3. GOERTZEL vs FFT

En principio, parece ser que al interesarnos muchas veces (en el cálculo de la función de transferencia puntualmente) la densidad espectral de potencia en un único punto o en un conjunto muy reducido de puntos, podríamos utilizar algoritmos que centrasen dicho cálculo a la zona de interés como podría ser, por ejemplo, el de Goertzel.

Sin embargo, se ha desestimado esta posibilidad, la razón es que mientras que para calcular M puntos de una DFT (los puntos entre Nizq y Nder) con un algoritmo FFT el número de operaciones es proporcional a $N\log_2 N$, es decir, es independiente del número de puntos de la DFT que nos interesen, con el algoritmo de Goertzel el número de operaciones es proporcional a NM, es decir únicamente es rentable cuando $M<\log_2 N$, con los valores típicos de N que usamos 4096 o 2048, significa que sólo es interesante Goertzel cuando estemos interesados en calcular menos de 12 o 11 muestras respectivamente de la DFT, lo cual es nunca.

Así, pues, para calcular la DFT en la zona de interés se calcula la FFT completa y luego se desechan los puntos que no caigan dentro del intervalo [Nizq, Nder] (ver apéndice B.3.4 para más información sobre los límites del espectro).

B.4.4. TIEMPOS DE EJECUCIÓN

El tiempo de evaluación de una película en un ordenador normal (Pentium 100, 16 Mb RAM) es aproximadamente de 1 hora. En el departamento de Radiología tienen un ordenador muy potente (bus SCSI, Pentium 200, 64 Mb RAM) en el que tan sólo se tardan 20 minutos. La reducción del tiempo de ejecución se ve, además, favorecida por la opción de idealizado por bandas (sección 11.2) en un factor de un 30% cuando las bandas son de 50 líneas.

B.4.5. REQUISITOS DE MEMORIA

A pesar de que las imágenes tienen una alta resolución y ocupan unos 2 Mb, en tiempo de ejecución no se carga completamente la imagen en memoria sino tan sólo la fila que en ese momento se necesita. Esto conlleva un aumento del número de accesos a disco puesto que hay que leer la misma línea varias veces. Sin embargo, esta contínua lectura no supone un agravio muy grande gracias a los buffers de lectura y escritura de los manejadores de dispositivos que acceden a los mismos por bloques llevando el bloque completo

a memoria. El siguiente acceso no se realizará al disco sino a memoria.

El volumen total de memoria usada no sobrepasa los 400K, pero las contínuas creaciones y destrucciones de rutinas, variables globales, ... hace que un ordenador con 8 Mb se bloquee, no así con 16 Mb de RAM.

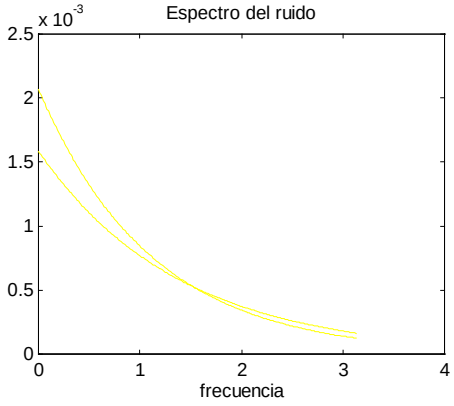
APÉNDICE C: INFORMES DE LAS PELÍCULAS DE APLICACIÓN

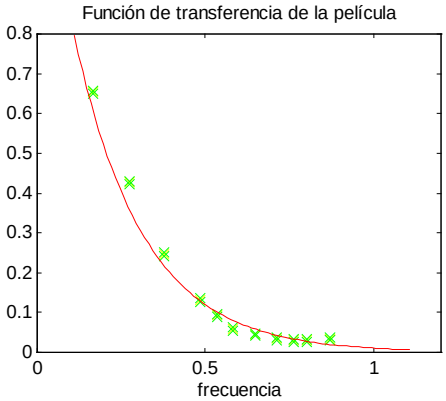
Se relacionan a continuación los informes de las 8 películas utilizadas para la aplicación del algoritmo de valoración automática. Las películas se identifican por su código, la equivalencia con los modelos se encuentra en la sección 11.2.

```
-------------------------------------------------
EVALUACIÓN DE LA PELÍCULA: 047
-------------------------------------------------
Método de evaluación de la función de transferencia
   Identificación de Sistemas frecuencial puntual

-------------------------------------------------
INFORME DEL FICHERO DE ENTRADA
-------------------------------------------------
Número de filas:           1151
Número de columnas:        2483
Longitud cabecera TIF:     3070

-------------------------------------------------
INFORME DE LÍNEAS PROCESADAS
-------------------------------------------------
Primera línea considerada: 270
Última  línea considerada: 1000
Total de líneas:           731
Líneas rechazadas:         0
Porcentaje de rechazo:     0

-------------------------------------------------
INFORME DE NIVELES DE GRIS NORMALIZADOS A 255
-------------------------------------------------
id0     = 0.1400245 +- 0.0036647
id1     = 0.7539550 +- 0.0041428
idg( 3) = 0.4828202 +- 0.0070658
idg( 5) = 0.5074087 +- 0.0068178
idg( 7) = 0.5178832 +- 0.0089435
idg( 9) = 0.5225088 +- 0.0080469
idg(10) = 0.5146651 +- 0.0105089
idg(11) = 0.5127068 +- 0.0134570
idg(12) = 0.5153592 +- 0.0138522
idg(13) = 0.5009104 +- 0.0153117
idg(14) = 0.4915463 +- 0.0111085
idg(15) = 0.4767685 +- 0.0120448
idg(16) = 0.4573125 +- 0.0153500

-------------------------------------------------
INFORME DE POTENCIAS DE RUIDO
-------------------------------------------------
pot0    = 0.0017921 +- 0.0001559
pot1    = 0.0031886 +- 0.0001887
Estructura de polinomios interpoladores
   Sn=exp(A+B*w)
nivel=0 A=-6.44754517 B=-0.72359000
```

```
nivel=1 A=-6.18008257 B=-0.89827812
frec= 3 A=-6.29820410 B=-0.82112929
frec= 5 A=-6.28749200 B=-0.82812569
frec= 7 A=-6.28292871 B=-0.83110612
frec= 9 A=-6.28091353 B=-0.83242230
frec=10 A=-6.28433070 B=-0.83019043
frec=11 A=-6.28518385 B=-0.82963322
frec=12 A=-6.28402830 B=-0.83038795
frec=13 A=-6.29032300 B=-0.82627668
frec=14 A=-6.29440254 B=-0.82361220
frec=15 A=-6.30084057 B=-0.81940733
frec=16 A=-6.30931671 B=-0.81387130

-------------------------------------------------
INFORME DE IDEALIZADO DE IMAGEN
-------------------------------------------------
Comienza
nivel=0 media=  57.495 +-  1.305 maxdev= 2.495
frec= 3 media= 428.495 +-  1.305 maxdev= 2.495
frec= 5 media= 723.743 +-  1.185 maxdev= 2.257
frec= 7 media= 950.880 +-  1.087 maxdev= 2.120
frec= 9 media=1150.427 +-  1.134 maxdev= 1.573
frec=10 media=1333.153 +-  0.948 maxdev= 1.847
frec=11 media=1510.153 +-  0.873 maxdev= 1.847
frec=12 media=1684.358 +-  1.187 maxdev= 2.358
frec=13 media=1853.564 +-  1.303 maxdev= 2.564
frec=14 media=2019.495 +-  1.195 maxdev= 2.495
frec=15 media=2182.358 +-  1.187 maxdev= 2.358
frec=16 media=2342.880 +-  0.953 maxdev= 2.120

Acaba
nivel=0 media= 297.153 +-  1.083 maxdev= 1.847
frec= 3 media= 597.564 +-  1.073 maxdev= 1.564
frec= 5 media= 824.906 +-  1.184 maxdev= 1.906
frec= 7 media=1024.358 +-  1.349 maxdev= 2.358
frec= 9 media=1207.290 +-  1.288 maxdev= 2.290
frec=10 media=1384.358 +-  1.066 maxdev= 2.358
frec=11 media=1557.222 +-  1.038 maxdev= 1.778
frec=12 media=1726.495 +-  1.251 maxdev= 2.495
frec=13 media=1891.700 +-  1.056 maxdev= 1.700
frec=14 media=2055.153 +-  1.018 maxdev= 2.153
frec=15 media=2215.769 +-  0.973 maxdev= 1.769
frec=16 media=2373.469 +-  1.151 maxdev= 2.531

Longitud de patrón
nivel=0 media= 240.658 +-  1.023 maxdev= 2.658
frec= 3 media= 170.068 +-  0.448 maxdev= 1.068
frec= 5 media= 102.163 +-  0.703 maxdev= 1.163
frec= 7 media=  74.479 +-  0.622 maxdev= 1.479
frec= 9 media=  57.863 +-  0.505 maxdev= 1.137
frec=10 media=  52.205 +-  0.548 maxdev= 1.205
frec=11 media=  48.068 +-  0.581 maxdev= 1.068
frec=12 media=  43.137 +-  0.505 maxdev= 1.137
frec=13 media=  39.137 +-  0.505 maxdev= 1.137
frec=14 media=  36.658 +-  0.474 maxdev= 0.658
frec=15 media=  34.410 +-  0.492 maxdev= 0.590
frec=16 media=  31.590 +-  0.718 maxdev= 1.590

-------------------------------------------------
INFORME DE FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA
-------------------------------------------------
Coeficiente de correlación = -0.9756
Interpolación= exp(0.30645453+(-4.85898374)*w)

H( 3)=0.65384403 +- 0.00408104
H( 5)=0.42583907 +- 0.00381035
H( 7)=0.24605527 +- 0.00417099
H( 9)=0.13134805 +- 0.00368537
H(10)=0.09295027 +- 0.00375337
H(11)=0.05828972 +- 0.00413372
H(12)=0.04454813 +- 0.00348008
H(13)=0.03412555 +- 0.00303038
```

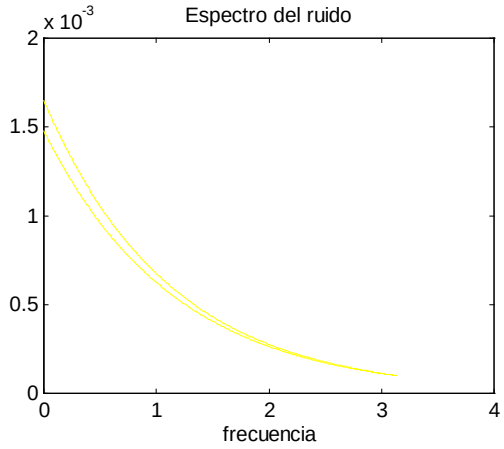
```
H(14)=0.02968930 +- 0.00317520
H(15)=0.03010618 +- 0.00340041
H(16)=0.03384743 +- 0.00338579
```

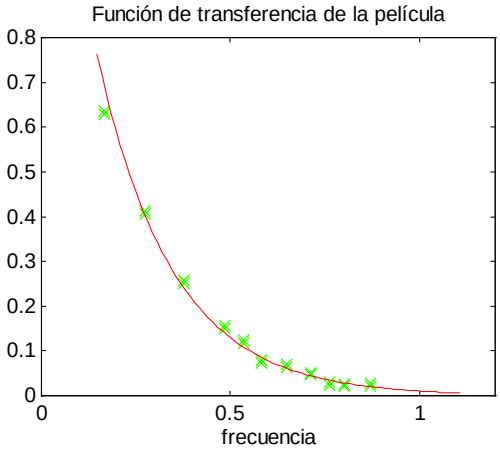




```
------------------------------------------------
EVALUACIÓN DE LA PELÍCULA: 048
------------------------------------------------
Método de evaluación de la función de transferencia
   Identificación de Sistemas frecuencial puntual

------------------------------------------------
INFORME DEL FICHERO DE ENTRADA
------------------------------------------------
Número de filas:           1151
Número de columnas:        2483
Longitud cabecera TIF:     3002

------------------------------------------------
INFORME DE LÍNEAS PROCESADAS
------------------------------------------------
Primera línea considerada: 270
Última  línea considerada: 1000
Total de líneas:           731
Líneas rechazadas:         0
Porcentaje de rechazo:     0

------------------------------------------------
INFORME DE NIVELES DE GRIS NORMALIZADOS A 255
------------------------------------------------
id0     = 0.1984018 +- 0.0046444
id1     = 0.7786863 +- 0.0034041
idg( 3) = 0.5341326 +- 0.0067390
idg( 5) = 0.5631650 +- 0.0065386
idg( 7) = 0.5718768 +- 0.0082743
idg( 9) = 0.5790617 +- 0.0085750
idg(10) = 0.5726368 +- 0.0087085
idg(11) = 0.5676058 +- 0.0086491
idg(12) = 0.5678758 +- 0.0088047
idg(13) = 0.5625839 +- 0.0107364
idg(14) = 0.5520039 +- 0.0113995
idg(15) = 0.5453377 +- 0.0096489
idg(16) = 0.5296571 +- 0.0126953

------------------------------------------------
INFORME DE POTENCIAS DE RUIDO
------------------------------------------------
pot0    = 0.0018320 +- 0.0001818
pot1    = 0.0023937 +- 0.0001353
Estructura de polinomios interpoladores
   Sn=exp(A+B*w)
nivel=0 A=-6.51749370 B=-0.86262070
nivel=1 A=-6.40834997 B=-0.89453215
frec= 3 A=-6.45434725 B=-0.88108346
frec= 5 A=-6.44888664 B=-0.88268003
frec= 7 A=-6.44724807 B=-0.88315912
frec= 9 A=-6.44589668 B=-0.88355424
frec=10 A=-6.44710512 B=-0.88320091
frec=11 A=-6.44805139 B=-0.88292424
frec=12 A=-6.44800061 B=-0.88293909
frec=13 A=-6.44899594 B=-0.88264807
frec=14 A=-6.45098590 B=-0.88206625
frec=15 A=-6.45223972 B=-0.88169966
frec=16 A=-6.45518904 B=-0.88083734

------------------------------------------------
INFORME DE IDEALIZADO DE IMAGEN
------------------------------------------------
Comienza
nivel=0 media=  56.958 +-  0.421 maxdev= 1.042
frec= 3 media= 428.616 +-  0.486 maxdev= 0.616
frec= 5 media= 723.590 +-  0.492 maxdev= 0.590
frec= 7 media= 950.863 +-  0.344 maxdev= 0.863
frec= 9 media=1150.000 +-  0.000 maxdev= 0.000
frec=10 media=1333.042 +-  0.202 maxdev= 0.958
frec=11 media=1509.495 +-  0.579 maxdev= 1.505
frec=12 media=1683.453 +-  0.498 maxdev= 0.547
```

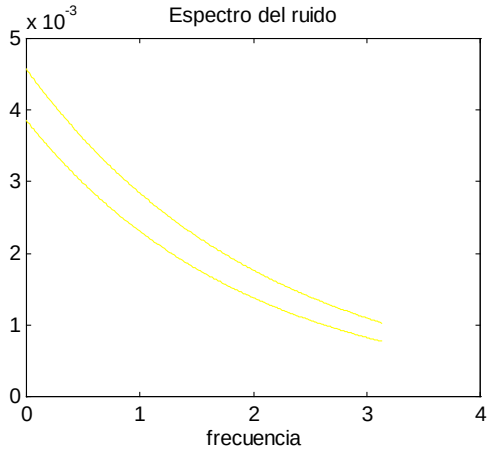
```
frec=13 media=1852.453 +-  0.498 maxdev= 0.547
frec=14 media=2018.658 +-  0.474 maxdev= 0.658
frec=15 media=2180.863 +-  0.626 maxdev= 1.137
frec=16 media=2341.384 +-  0.611 maxdev= 1.384

Acaba
nivel=0 media= 297.274 +-  0.687 maxdev= 1.726
frec= 3 media= 597.684 +-  0.465 maxdev= 0.684
frec= 5 media= 824.863 +-  0.344 maxdev= 0.863
frec= 7 media=1023.932 +-  0.448 maxdev= 1.068
frec= 9 media=1206.795 +-  0.404 maxdev= 0.795
frec=10 media=1383.863 +-  0.344 maxdev= 0.863
frec=11 media=1556.521 +-  0.500 maxdev= 0.521
frec=12 media=1725.521 +-  0.500 maxdev= 0.521
frec=13 media=1890.726 +-  0.446 maxdev= 0.726
frec=14 media=2054.042 +-  0.672 maxdev= 1.042
frec=15 media=2214.179 +-  0.384 maxdev= 0.821
frec=16 media=2372.111 +-  0.485 maxdev= 1.111

Longitud de patrón
nivel=0 media= 241.316 +-  0.874 maxdev= 2.684
frec= 3 media= 170.068 +-  0.448 maxdev= 1.068
frec= 5 media= 102.274 +-  0.579 maxdev= 1.274
frec= 7 media=  74.068 +-  0.581 maxdev= 1.068
frec= 9 media=  57.795 +-  0.404 maxdev= 0.795
frec=10 media=  51.821 +-  0.384 maxdev= 0.821
frec=11 media=  48.026 +-  0.891 maxdev= 1.026
frec=12 media=  43.068 +-  0.252 maxdev= 0.932
frec=13 media=  39.274 +-  0.446 maxdev= 0.726
frec=14 media=  36.384 +-  0.486 maxdev= 0.616
frec=15 media=  34.316 +-  0.465 maxdev= 0.684
frec=16 media=  31.726 +-  0.687 maxdev= 1.726

--------------------------------------------------
INFORME DE FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA
--------------------------------------------------
Coeficiente de correlación = -0.9925
Interpolación= exp(0.46739481+(-5.02080632)*w)

H( 3)=0.63178914 +- 0.00406998
H( 5)=0.41027554 +- 0.00366143
H( 7)=0.25506820 +- 0.00377090
H( 9)=0.15280360 +- 0.00347406
H(10)=0.12001284 +- 0.00349814
H(11)=0.07681038 +- 0.00390736
H(12)=0.06648964 +- 0.00325924
H(13)=0.04873744 +- 0.00275336
H(14)=0.02696727 +- 0.00274539
H(15)=0.02391950 +- 0.00281791
H(16)=0.02474832 +- 0.00280675
```

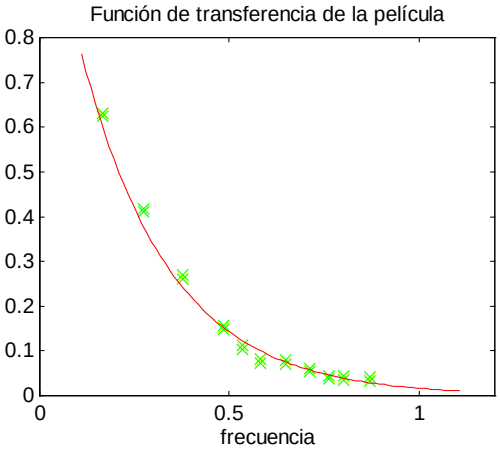



Función de transferencia de la película
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
0.5
1
frecuencia

```
------------------------------------------------
EVALUACIÓN DE LA PELÍCULA: 049
------------------------------------------------
Método de evaluación de la función de transferencia
   Identificación de Sistemas frecuencial puntual

------------------------------------------------
INFORME DEL FICHERO DE ENTRADA
------------------------------------------------
Número de filas:           1151
Número de columnas:        2483
Longitud cabecera TIF:     2790

------------------------------------------------
INFORME DE LÍNEAS PROCESADAS
------------------------------------------------
Primera línea considerada: 270
Última  línea considerada: 1000
Total de líneas:           731
Líneas rechazadas:         0
Porcentaje de rechazo:     0

------------------------------------------------
INFORME DE NIVELES DE GRIS NORMALIZADOS A 255
------------------------------------------------
id0     = 0.2753359 +- 0.0049705
id1     = 0.7814964 +- 0.0041247
idg( 3) = 0.5704982 +- 0.0074938
idg( 5) = 0.5963462 +- 0.0061288
idg( 7) = 0.6055469 +- 0.0069683
idg( 9) = 0.6075967 +- 0.0081223
idg(10) = 0.6062349 +- 0.0107120
idg(11) = 0.6047822 +- 0.0110648
idg(12) = 0.6027864 +- 0.0111666
idg(13) = 0.5923836 +- 0.0100850
idg(14) = 0.5855631 +- 0.0119412
idg(15) = 0.5725673 +- 0.0101844
idg(16) = 0.5582936 +- 0.0125180

------------------------------------------------
INFORME DE POTENCIAS DE RUIDO
------------------------------------------------
pot0    = 0.0040245 +- 0.0002644
pot1    = 0.0035453 +- 0.0001745
Estructura de polinomios interpoladores
   Sn=exp(A+B*w)
nivel=0 A=-5.38869284 B=-0.47497352
nivel=1 A=-5.55817001 B=-0.51348555
frec= 3 A=-5.48752171 B=-0.49743141
frec= 5 A=-5.49617635 B=-0.49939810
frec= 7 A=-5.49925702 B=-0.50009815
frec= 9 A=-5.49994335 B=-0.50025411
frec=10 A=-5.49948739 B=-0.50015050
frec=11 A=-5.49900099 B=-0.50003997
frec=12 A=-5.49833272 B=-0.49988811
frec=13 A=-5.49484958 B=-0.49909660
frec=14 A=-5.49256588 B=-0.49857765
frec=15 A=-5.48821448 B=-0.49758884
frec=16 A=-5.48343525 B=-0.49650281

------------------------------------------------
INFORME DE IDEALIZADO DE IMAGEN
------------------------------------------------
Comienza
nivel=0 media=  53.837 +-  0.877 maxdev= 1.163
frec= 3 media= 426.521 +-  0.812 maxdev= 1.521
frec= 5 media= 721.837 +-  0.703 maxdev= 1.163
frec= 7 media= 948.974 +-  0.721 maxdev= 1.026
frec= 9 media=1148.700 +-  0.657 maxdev= 1.300
frec=10 media=1331.453 +-  0.498 maxdev= 0.547
frec=11 media=1508.358 +-  0.672 maxdev= 1.642
frec=12 media=1682.769 +-  0.820 maxdev= 1.769
```

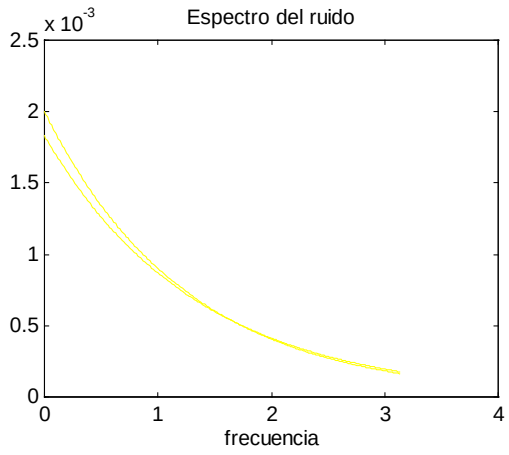
```
frec=13 media=1852.042 +-  0.999 maxdev= 2.042
frec=14 media=2018.316 +-  0.792 maxdev= 1.316
frec=15 media=2180.863 +-  1.101 maxdev= 2.863
frec=16 media=2341.495 +-  0.780 maxdev= 1.505

Acaba
nivel=0 media= 295.453 +-  0.892 maxdev= 1.547
frec= 3 media= 595.384 +-  0.804 maxdev= 1.616
frec= 5 media= 823.042 +-  0.851 maxdev= 2.042
frec= 7 media=1022.384 +-  0.804 maxdev= 1.384
frec= 9 media=1205.632 +-  0.853 maxdev= 1.632
frec=10 media=1382.837 +-  0.598 maxdev= 1.163
frec=11 media=1555.769 +-  0.900 maxdev= 1.769
frec=12 media=1724.974 +-  1.033 maxdev= 1.974
frec=13 media=1890.111 +-  0.804 maxdev= 1.111
frec=14 media=2053.726 +-  0.780 maxdev= 1.726
frec=15 media=2213.974 +-  0.721 maxdev= 1.026
frec=16 media=2372.179 +-  0.833 maxdev= 1.821

Longitud de patrón
nivel=0 media= 242.616 +-  0.804 maxdev= 1.616
frec= 3 media= 169.863 +-  0.505 maxdev= 1.137
frec= 5 media= 102.205 +-  0.548 maxdev= 1.205
frec= 7 media=  74.410 +-  0.615 maxdev= 1.410
frec= 9 media=  57.932 +-  0.581 maxdev= 1.068
frec=10 media=  52.384 +-  0.486 maxdev= 0.616
frec=11 media=  48.410 +-  0.718 maxdev= 1.590
frec=12 media=  43.205 +-  0.661 maxdev= 1.205
frec=13 media=  39.068 +-  0.448 maxdev= 1.068
frec=14 media=  36.410 +-  0.615 maxdev= 1.590
frec=15 media=  34.111 +-  0.885 maxdev= 2.889
frec=16 media=  31.684 +-  0.594 maxdev= 1.316

--------------------------------------------------
INFORME DE FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA
--------------------------------------------------
Coeficiente de correlación = -0.9904
Interpolación= exp(0.20399178+(-4.29931060)*w)

H( 3)=0.62776519 +- 0.00428175
H( 5)=0.41375917 +- 0.00415678
H( 7)=0.26476032 +- 0.00482331
H( 9)=0.15215084 +- 0.00448068
H(10)=0.10825833 +- 0.00460918
H(11)=0.07834387 +- 0.00474160
H(12)=0.07466194 +- 0.00429284
H(13)=0.05767569 +- 0.00388364
H(14)=0.04129745 +- 0.00400050
H(15)=0.03951163 +- 0.00399495
H(16)=0.03773742 +- 0.00426932
```

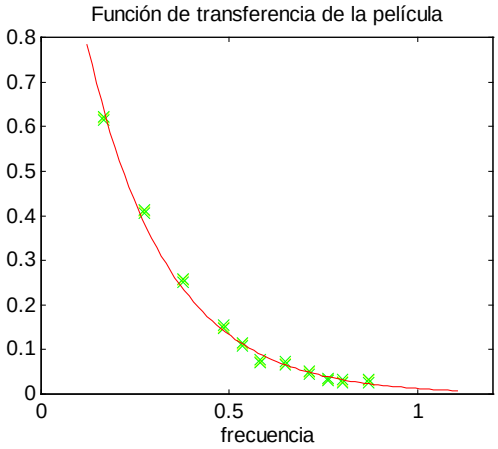



Función de transferencia de la película
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
0.5
1
frecuencia

```
------------------------------------------------
EVALUACIÓN DE LA PELÍCULA: 050
------------------------------------------------
Método de evaluación de la función de transferencia
   Identificación de Sistemas frecuencial puntual

------------------------------------------------
INFORME DEL FICHERO DE ENTRADA
------------------------------------------------
Número de filas:           1151
Número de columnas:        2483
Longitud cabecera TIF:     2954

------------------------------------------------
INFORME DE LÍNEAS PROCESADAS
------------------------------------------------
Primera línea considerada: 320
Última  línea considerada: 1050
Total de líneas:           731
Líneas rechazadas:         0
Porcentaje de rechazo:     0

------------------------------------------------
INFORME DE NIVELES DE GRIS NORMALIZADOS A 255
------------------------------------------------
id0     = 0.3201147 +- 0.0048883
id1     = 0.8529429 +- 0.0042848
idg( 3) = 0.6323387 +- 0.0061394
idg( 5) = 0.6555874 +- 0.0078048
idg( 7) = 0.6631437 +- 0.0082026
idg( 9) = 0.6693689 +- 0.0089387
idg(10) = 0.6611898 +- 0.0095948
idg(11) = 0.6601414 +- 0.0113802
idg(12) = 0.6594640 +- 0.0099899
idg(13) = 0.6498177 +- 0.0140424
idg(14) = 0.6403121 +- 0.0099746
idg(15) = 0.6291505 +- 0.0111304
idg(16) = 0.6123103 +- 0.0143360

------------------------------------------------
INFORME DE POTENCIAS DE RUIDO
------------------------------------------------
pot0    = 0.0024610 +- 0.0002355
pot1    = 0.0023518 +- 0.0001355
Estructura de polinomios interpoladores
   Sn=exp(A+B*w)
nivel=0 A=-6.21438634 B=-0.79763693
nivel=1 A=-6.30354025 B=-0.74468962
frec= 3 A=-6.26662830 B=-0.76661113
frec= 5 A=-6.27051832 B=-0.76430090
frec= 7 A=-6.27178265 B=-0.76355003
frec= 9 A=-6.27282427 B=-0.76293143
frec=10 A=-6.27145572 B=-0.76374419
frec=11 A=-6.27128030 B=-0.76384837
frec=12 A=-6.27116696 B=-0.76391569
frec=13 A=-6.26955292 B=-0.76487424
frec=14 A=-6.26796242 B=-0.76581882
frec=15 A=-6.26609484 B=-0.76692795
frec=16 A=-6.26327711 B=-0.76860136

------------------------------------------------
INFORME DE IDEALIZADO DE IMAGEN
------------------------------------------------
Comienza
nivel=0 media=  38.274 +-  0.579 maxdev= 1.274
frec= 3 media= 410.795 +-  0.548 maxdev= 1.205
frec= 5 media= 706.179 +-  0.533 maxdev= 1.179
frec= 7 media= 933.248 +-  0.432 maxdev= 0.752
frec= 9 media=1132.906 +-  0.554 maxdev= 1.094
frec=10 media=1315.932 +-  0.252 maxdev= 0.932
frec=11 media=1492.906 +-  0.666 maxdev= 1.094
frec=12 media=1667.137 +-  0.626 maxdev= 1.137
```

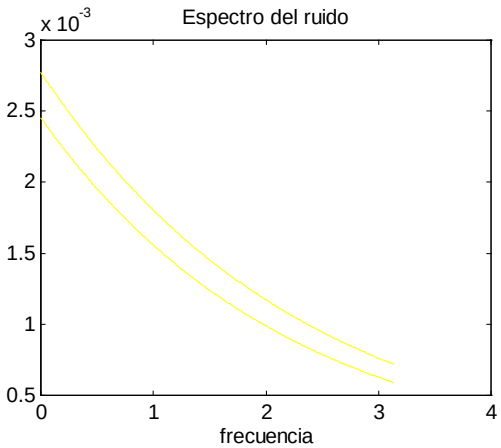
```
frec=13 media=1836.384 +-  0.611 maxdev= 1.384
frec=14 media=2002.453 +-  0.722 maxdev= 1.453
frec=15 media=2165.042 +-  0.672 maxdev= 1.042
frec=16 media=2325.726 +-  0.446 maxdev= 0.726

Acaba
nivel=0 media= 279.932 +-  0.448 maxdev= 1.068
frec= 3 media= 579.590 +-  0.492 maxdev= 0.590
frec= 5 media= 807.274 +-  0.687 maxdev= 1.274
frec= 7 media=1006.726 +-  0.446 maxdev= 0.726
frec= 9 media=1189.795 +-  0.404 maxdev= 0.795
frec=10 media=1367.000 +-  0.000 maxdev= 0.000
frec=11 media=1539.863 +-  0.505 maxdev= 1.137
frec=12 media=1709.342 +-  0.706 maxdev= 1.342
frec=13 media=1874.590 +-  0.492 maxdev= 0.590
frec=14 media=2038.000 +-  0.641 maxdev= 1.000
frec=15 media=2198.316 +-  0.465 maxdev= 0.684
frec=16 media=2356.358 +-  0.672 maxdev= 1.642

Longitud de patrón
nivel=0 media= 242.658 +-  0.797 maxdev= 1.658
frec= 3 media= 169.795 +-  0.404 maxdev= 0.795
frec= 5 media= 102.094 +-  0.847 maxdev= 1.094
frec= 7 media=  74.479 +-  0.500 maxdev= 0.521
frec= 9 media=  57.889 +-  0.314 maxdev= 0.889
frec=10 media=  52.068 +-  0.252 maxdev= 0.932
frec=11 media=  47.958 +-  0.767 maxdev= 1.042
frec=12 media=  43.205 +-  0.548 maxdev= 1.205
frec=13 media=  39.205 +-  0.404 maxdev= 0.795
frec=14 media=  36.547 +-  0.498 maxdev= 0.547
frec=15 media=  34.274 +-  0.446 maxdev= 0.726
frec=16 media=  31.632 +-  0.853 maxdev= 1.632

-------------------------------------------------
INFORME DE FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA
-------------------------------------------------
Coeficiente de correlación = -0.9931
Interpolación= exp(0.33328760+(-4.71113080)*w)

H( 3)=0.61829995 +- 0.00381357
H( 5)=0.40960587 +- 0.00372001
H( 7)=0.25456462 +- 0.00383961
H( 9)=0.15046907 +- 0.00364980
H(10)=0.11160050 +- 0.00358157
H(11)=0.07337334 +- 0.00402328
H(12)=0.06870783 +- 0.00352725
H(13)=0.04852471 +- 0.00296000
H(14)=0.03333693 +- 0.00295457
H(15)=0.02871618 +- 0.00309434
H(16)=0.02977707 +- 0.00310477
```

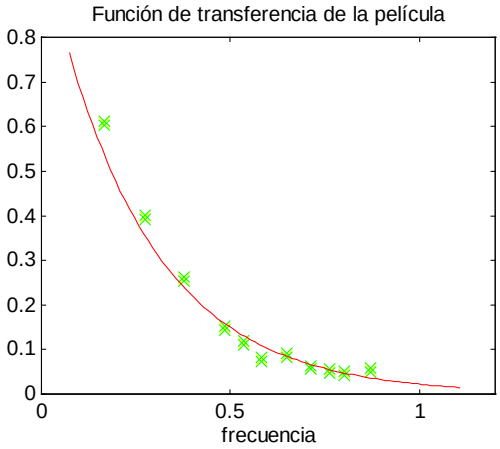



Función de transferencia de la película
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
0.5
1
frecuencia

```
------------------------------------------------
EVALUACIÓN DE LA PELÍCULA: 051
------------------------------------------------
Método de evaluación de la función de transferencia
   Identificación de Sistemas frecuencial puntual

------------------------------------------------
INFORME DEL FICHERO DE ENTRADA
------------------------------------------------
Número de filas:           1151
Número de columnas:        2483
Longitud cabecera TIF:     2592

------------------------------------------------
INFORME DE LÍNEAS PROCESADAS
------------------------------------------------
Primera línea considerada: 320
Última  línea considerada: 1050
Total de líneas:           731
Líneas rechazadas:         0
Porcentaje de rechazo:     0

------------------------------------------------
INFORME DE NIVELES DE GRIS NORMALIZADOS A 255
------------------------------------------------
id0     = 0.3920873 +- 0.0031092
id1     = 0.7333942 +- 0.0024176
idg( 3) = 0.5850609 +- 0.0054644
idg( 5) = 0.6027577 +- 0.0043642
idg( 7) = 0.6109293 +- 0.0045339
idg( 9) = 0.6136958 +- 0.0064542
idg(10) = 0.6124594 +- 0.0067996
idg(11) = 0.6073131 +- 0.0066220
idg(12) = 0.6070345 +- 0.0085639
idg(13) = 0.6007612 +- 0.0079702
idg(14) = 0.5966561 +- 0.0074615
idg(15) = 0.5879009 +- 0.0093770
idg(16) = 0.5781387 +- 0.0092512

------------------------------------------------
INFORME DE POTENCIAS DE RUIDO
------------------------------------------------
pot0    = 0.0024727 +- 0.0001699
pot1    = 0.0021802 +- 0.0001247
Estructura de polinomios interpoladores
   Sn=exp(A+B*w)
nivel=0 A=-5.88731255 B=-0.43095923
nivel=1 A=-6.01034443 B=-0.45472962
frec= 3 A=-5.95687429 B=-0.44439891
frec= 5 A=-5.96325350 B=-0.44563141
frec= 7 A=-5.96619916 B=-0.44620053
frec= 9 A=-5.96719639 B=-0.44639320
frec=10 A=-5.96675071 B=-0.44630709
frec=11 A=-5.96489560 B=-0.44594867
frec=12 A=-5.96479517 B=-0.44592927
frec=13 A=-5.96253383 B=-0.44549237
frec=14 A=-5.96105405 B=-0.44520646
frec=15 A=-5.95789802 B=-0.44459670
frec=16 A=-5.95437903 B=-0.44391682

------------------------------------------------
INFORME DE IDEALIZADO DE IMAGEN
------------------------------------------------
Comienza
nivel=0 media=  51.726 +-  0.687 maxdev= 1.726
frec= 3 media= 425.316 +-  0.792 maxdev= 1.316
frec= 5 media= 720.427 +-  0.683 maxdev= 1.573
frec= 7 media= 947.769 +-  0.732 maxdev= 1.231
frec= 9 media=1147.384 +-  0.611 maxdev= 1.384
frec=10 media=1330.248 +-  0.568 maxdev= 1.248
frec=11 media=1507.495 +-  0.687 maxdev= 1.505
frec=12 media=1681.837 +-  0.877 maxdev= 1.837
```

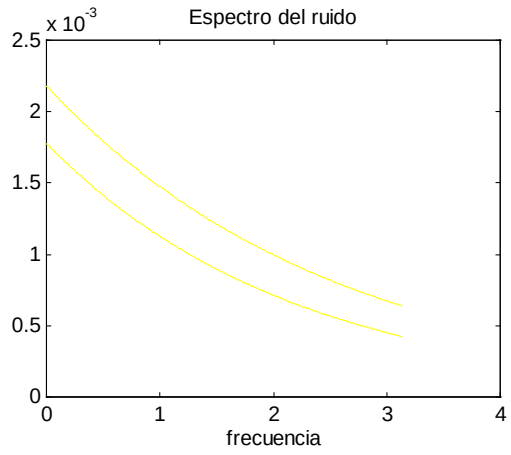
```
frec=13 media=1851.358 +-  1.066 maxdev= 1.642
frec=14 media=2017.316 +-  0.792 maxdev= 1.316
frec=15 media=2180.179 +-  0.747 maxdev= 1.821
frec=16 media=2340.974 +-  0.891 maxdev= 1.974

Acaba
nivel=0 media= 295.358 +-  0.852 maxdev= 1.642
frec= 3 media= 594.042 +-  0.767 maxdev= 1.042
frec= 5 media= 821.590 +-  0.615 maxdev= 1.590
frec= 7 media=1021.179 +-  0.833 maxdev= 1.179
frec= 9 media=1204.384 +-  0.804 maxdev= 1.384
frec=10 media=1381.700 +-  0.543 maxdev= 1.300
frec=11 media=1554.521 +-  0.500 maxdev= 0.521
frec=12 media=1723.906 +-  0.924 maxdev= 1.906
frec=13 media=1889.495 +-  0.780 maxdev= 1.505
frec=14 media=2053.042 +-  0.767 maxdev= 1.042
frec=15 media=2213.658 +-  0.602 maxdev= 1.342
frec=16 media=2371.606 +-  1.020 maxdev= 2.394

Longitud de patrón
nivel=0 media= 244.632 +-  0.853 maxdev= 1.632
frec= 3 media= 169.726 +-  0.446 maxdev= 0.726
frec= 5 media= 102.163 +-  0.470 maxdev= 1.163
frec= 7 media=  74.410 +-  0.615 maxdev= 1.410
frec= 9 media=  58.000 +-  0.523 maxdev= 1.000
frec=10 media=  52.453 +-  0.498 maxdev= 0.547
frec=11 media=  48.026 +-  0.619 maxdev= 1.026
frec=12 media=  43.068 +-  0.448 maxdev= 1.068
frec=13 media=  39.137 +-  0.505 maxdev= 1.137
frec=14 media=  36.726 +-  0.579 maxdev= 1.274
frec=15 media=  34.479 +-  0.622 maxdev= 1.479
frec=16 media=  31.632 +-  0.930 maxdev= 1.632

--------------------------------------------------
INFORME DE FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA
--------------------------------------------------
Coeficiente de correlación = -0.9775
Interpolación= exp(0.01361825+(-3.82925982)*w)

H( 3)=0.60787019 +- 0.00434986
H( 5)=0.39651863 +- 0.00441837
H( 7)=0.25701809 +- 0.00478571
H( 9)=0.14816358 +- 0.00496866
H(10)=0.11465222 +- 0.00493430
H(11)=0.07697808 +- 0.00518351
H(12)=0.08706877 +- 0.00505055
H(13)=0.05976565 +- 0.00455204
H(14)=0.05104707 +- 0.00435384
H(15)=0.04708161 +- 0.00463032
H(16)=0.05309902 +- 0.00498754
```

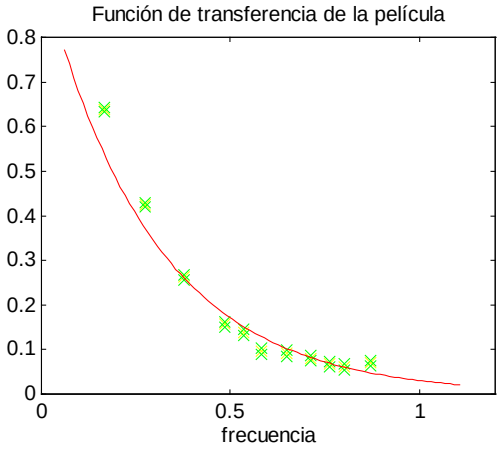



Función de transferencia de la película
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
0.5
1
frecuencia

```
------------------------------------------------
EVALUACIÓN DE LA PELÍCULA: 052
------------------------------------------------
Método de evaluación de la función de transferencia
   Identificación de Sistemas frecuencial puntual

------------------------------------------------
INFORME DEL FICHERO DE ENTRADA
------------------------------------------------
Número de filas:           1151
Número de columnas:        2483
Longitud cabecera TIF:     2292

------------------------------------------------
INFORME DE LÍNEAS PROCESADAS
------------------------------------------------
Primera línea considerada: 370
Última  línea considerada: 1050
Total de líneas:           681
Líneas rechazadas:         0
Porcentaje de rechazo:     0

------------------------------------------------
INFORME DE NIVELES DE GRIS NORMALIZADOS A 255
------------------------------------------------
id0     = 0.6048051 +- 0.0035590
id1     = 0.8353017 +- 0.0024470
idg( 3) = 0.7404381 +- 0.0036285
idg( 5) = 0.7549817 +- 0.0038608
idg( 7) = 0.7606146 +- 0.0049573
idg( 9) = 0.7614270 +- 0.0057335
idg(10) = 0.7605176 +- 0.0067719
idg(11) = 0.7544595 +- 0.0054582
idg(12) = 0.7508520 +- 0.0075166
idg(13) = 0.7439800 +- 0.0074641
idg(14) = 0.7397576 +- 0.0083364
idg(15) = 0.7355511 +- 0.0056413
idg(16) = 0.7320009 +- 0.0071773

------------------------------------------------
INFORME DE POTENCIAS DE RUIDO
------------------------------------------------
pot0    = 0.0015079 +- 0.0000786
pot1    = 0.0017338 +- 0.0000695
Estructura de polinomios interpoladores
   Sn=exp(A+B*w)
nivel=0 A=-6.33288199 B=-0.45655486
nivel=1 A=-6.12825311 B=-0.39168230
frec= 3 A=-6.21247050 B=-0.41838135
frec= 5 A=-6.19955908 B=-0.41428810
frec= 7 A=-6.19455838 B=-0.41270275
frec= 9 A=-6.19383716 B=-0.41247411
frec=10 A=-6.19464444 B=-0.41273004
frec=11 A=-6.20002265 B=-0.41443507
frec=12 A=-6.20322530 B=-0.41545039
frec=13 A=-6.20932613 B=-0.41738451
frec=14 A=-6.21307465 B=-0.41857288
frec=15 A=-6.21680906 B=-0.41975679
frec=16 A=-6.21996085 B=-0.42075598

------------------------------------------------
INFORME DE IDEALIZADO DE IMAGEN
------------------------------------------------
Comienza
nivel=0 media=  62.944 +-  1.339 maxdev= 2.056
frec= 3 media= 437.752 +-  1.575 maxdev= 2.752
frec= 5 media= 732.091 +-  1.443 maxdev= 2.091
frec= 7 media= 958.769 +-  1.430 maxdev= 3.231
frec= 9 media=1158.577 +-  1.356 maxdev= 2.577
frec=10 media=1341.430 +-  1.461 maxdev= 2.570
frec=11 media=1518.063 +-  1.342 maxdev= 2.937
frec=12 media=1692.504 +-  1.512 maxdev= 2.504
```

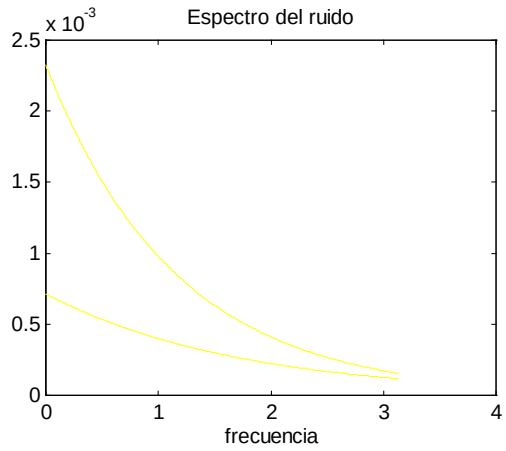
```
frec=13 media=1861.797 +-  1.432 maxdev= 2.797
frec=14 media=2027.899 +-  1.285 maxdev= 2.101
frec=15 media=2190.430 +-  1.301 maxdev= 2.570
frec=16 media=2350.797 +-  1.669 maxdev= 3.797

Acaba
nivel=0 media= 307.504 +-  1.358 maxdev= 2.496
frec= 3 media= 605.091 +-  1.281 maxdev= 2.091
frec= 5 media= 833.119 +-  1.254 maxdev= 2.119
frec= 7 media=1032.238 +-  1.263 maxdev= 2.238
frec= 9 media=1215.385 +-  1.284 maxdev= 2.385
frec=10 media=1392.678 +-  1.156 maxdev= 1.678
frec=11 media=1565.458 +-  1.450 maxdev= 2.542
frec=12 media=1734.724 +-  1.393 maxdev= 2.724
frec=13 media=1899.871 +-  1.249 maxdev= 2.129
frec=14 media=2063.532 +-  1.450 maxdev= 2.532
frec=15 media=2223.871 +-  1.249 maxdev= 2.129
frec=16 media=2381.623 +-  1.640 maxdev= 3.377

Longitud de patrón
nivel=0 media= 245.559 +-  0.735 maxdev= 1.559
frec= 3 media= 168.339 +-  0.720 maxdev= 1.339
frec= 5 media= 102.028 +-  0.515 maxdev= 1.028
frec= 7 media=  74.468 +-  0.796 maxdev= 1.532
frec= 9 media=  57.808 +-  0.550 maxdev= 1.192
frec=10 media=  52.248 +-  0.652 maxdev= 1.248
frec=11 media=  48.395 +-  0.878 maxdev= 1.605
frec=12 media=  43.220 +-  0.564 maxdev= 1.220
frec=13 media=  39.073 +-  0.713 maxdev= 1.073
frec=14 media=  36.633 +-  0.482 maxdev= 0.633
frec=15 media=  34.441 +-  0.496 maxdev= 0.559
frec=16 media=  31.825 +-  0.822 maxdev= 2.175

--------------------------------------------------
INFORME DE FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA
--------------------------------------------------
Coeficiente de correlación = -0.9743
Interpolación= exp(-0.04752056+(-3.43990740)*w)

H( 3)=0.63831009 +- 0.00500254
H( 5)=0.42470754 +- 0.00571885
H( 7)=0.26224875 +- 0.00635431
H( 9)=0.15647645 +- 0.00649161
H(10)=0.13815277 +- 0.00652684
H(11)=0.09621846 +- 0.00677715
H(12)=0.09042330 +- 0.00705400
H(13)=0.08090957 +- 0.00616452
H(14)=0.06758809 +- 0.00588938
H(15)=0.06093390 +- 0.00623260
H(16)=0.06926911 +- 0.00638006
```

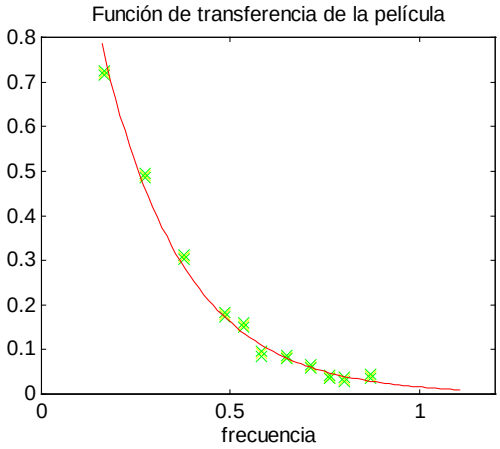



Función de transferencia de la película
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
0.5
1
frecuencia

```
------------------------------------------------
EVALUACIÓN DE LA PELÍCULA: 053
------------------------------------------------
Método de evaluación de la función de transferencia
   Identificación de Sistemas frecuencial puntual

------------------------------------------------
INFORME DEL FICHERO DE ENTRADA
------------------------------------------------
Número de filas:           1151
Número de columnas:        2483
Longitud cabecera TIF:     3070

------------------------------------------------
INFORME DE LÍNEAS PROCESADAS
------------------------------------------------
Primera línea considerada: 320
Última  línea considerada: 1050
Total de líneas:           731
Líneas rechazadas:         31
Porcentaje de rechazo:     4.241

------------------------------------------------
INFORME DE NIVELES DE GRIS NORMALIZADOS A 255
------------------------------------------------
id0     = 0.0567947 +- 0.0022895
id1     = 0.5766015 +- 0.0040559
idg( 3) = 0.3245927 +- 0.0065804
idg( 5) = 0.3409401 +- 0.0059474
idg( 7) = 0.3466684 +- 0.0103398
idg( 9) = 0.3476086 +- 0.0078738
idg(10) = 0.3429035 +- 0.0105759
idg(11) = 0.3400911 +- 0.0113110
idg(12) = 0.3371101 +- 0.0105585
idg(13) = 0.3222745 +- 0.0161938
idg(14) = 0.3126084 +- 0.0100988
idg(15) = 0.2964228 +- 0.0114872
idg(16) = 0.2792462 +- 0.0125018

------------------------------------------------
INFORME DE POTENCIAS DE RUIDO
------------------------------------------------
pot0    = 0.0007228 +- 0.0000706
pot1    = 0.0035100 +- 0.0001574
Estructura de polinomios interpoladores
   Sn=exp(A+B*w)
nivel=0 A=-7.24622024 B=-0.57990639
nivel=1 A=-6.06384870 B=-0.86751485
frec= 3 A=-6.63707718 B=-0.72807868
frec= 5 A=-6.59989284 B=-0.73712366
frec= 7 A=-6.58686298 B=-0.74029313
frec= 9 A=-6.58472440 B=-0.74081334
frec=10 A=-6.59542679 B=-0.73821001
frec=11 A=-6.60182389 B=-0.73665394
frec=12 A=-6.60860450 B=-0.73500457
frec=13 A=-6.64235019 B=-0.72679603
frec=14 A=-6.66433704 B=-0.72144779
frec=15 A=-6.70115337 B=-0.71249233
frec=16 A=-6.74022402 B=-0.70298851

------------------------------------------------
INFORME DE IDEALIZADO DE IMAGEN
------------------------------------------------
Comienza
nivel=0 media=  58.500 +-  0.627 maxdev= 1.500
frec= 3 media= 429.000 +-  0.378 maxdev= 1.000
frec= 5 media= 724.500 +-  0.500 maxdev= 0.500
frec= 7 media= 952.000 +-  0.000 maxdev= 0.000
frec= 9 media=1151.857 +-  0.350 maxdev= 0.857
frec=10 media=1334.571 +-  0.495 maxdev= 0.571
frec=11 media=1511.786 +-  0.674 maxdev= 1.214
frec=12 media=1686.429 +-  0.495 maxdev= 0.571
```

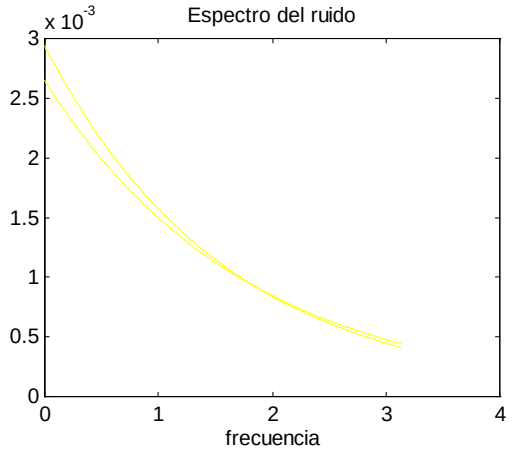
```
frec=13 media=1856.000 +-  0.000 maxdev= 0.000
frec=14 media=2022.000 +-  0.000 maxdev= 0.000
frec=15 media=2184.786 +-  0.410 maxdev= 0.786
frec=16 media=2345.857 +-  0.515 maxdev= 1.143

Acaba
nivel=0 media= 296.786 +-  0.773 maxdev= 1.786
frec= 3 media= 598.286 +-  0.452 maxdev= 0.714
frec= 5 media= 825.857 +-  0.350 maxdev= 0.857
frec= 7 media=1025.571 +-  0.495 maxdev= 0.571
frec= 9 media=1208.857 +-  0.350 maxdev= 0.857
frec=10 media=1385.929 +-  0.457 maxdev= 1.071
frec=11 media=1559.000 +-  0.000 maxdev= 0.000
frec=12 media=1728.714 +-  0.452 maxdev= 0.714
frec=13 media=1893.929 +-  0.258 maxdev= 0.929
frec=14 media=2057.786 +-  0.410 maxdev= 0.786
frec=15 media=2218.357 +-  0.479 maxdev= 0.643
frec=16 media=2376.214 +-  0.410 maxdev= 0.786

Longitud de patrón
nivel=0 media= 239.286 +-  0.795 maxdev= 1.714
frec= 3 media= 170.286 +-  0.589 maxdev= 1.286
frec= 5 media= 102.357 +-  0.479 maxdev= 0.643
frec= 7 media=  74.571 +-  0.495 maxdev= 0.571
frec= 9 media=  58.000 +-  0.000 maxdev= 0.000
frec=10 media=  52.357 +-  0.610 maxdev= 1.357
frec=11 media=  48.214 +-  0.674 maxdev= 1.214
frec=12 media=  43.286 +-  0.452 maxdev= 0.714
frec=13 media=  38.929 +-  0.258 maxdev= 0.929
frec=14 media=  36.786 +-  0.410 maxdev= 0.786
frec=15 media=  34.571 +-  0.495 maxdev= 0.571
frec=16 media=  31.357 +-  0.479 maxdev= 0.643

--------------------------------------------------
INFORME DE FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA
--------------------------------------------------
Coeficiente de correlación = -0.9887
Interpolación= exp(0.49966712+(-4.64852044)*w)

H( 3)=0.72102257 +- 0.00456367
H( 5)=0.48970063 +- 0.00432381
H( 7)=0.30743542 +- 0.00508283
H( 9)=0.17767511 +- 0.00466296
H(10)=0.15408894 +- 0.00467748
H(11)=0.09053035 +- 0.00511326
H(12)=0.08313272 +- 0.00449398
H(13)=0.06196567 +- 0.00395254
H(14)=0.03832853 +- 0.00387831
H(15)=0.03305129 +- 0.00416631
H(16)=0.03956081 +- 0.00388500
```

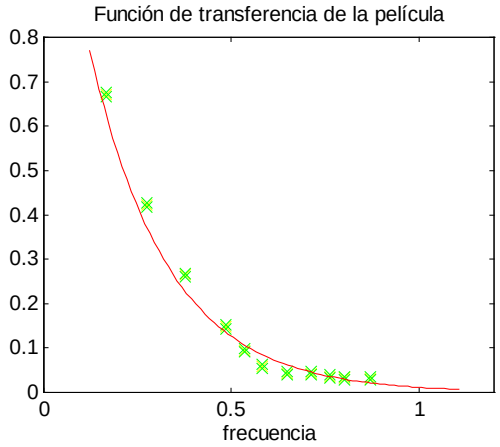



Función de transferencia de la película
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
0.5
1
frecuencia

```
------------------------------------------------
EVALUACIÓN DE LA PELÍCULA: 054
------------------------------------------------
Método de evaluación de la función de transferencia
   Identificación de Sistemas frecuencial puntual

------------------------------------------------
INFORME DEL FICHERO DE ENTRADA
------------------------------------------------
Número de filas:           1151
Número de columnas:        2483
Longitud cabecera TIF:     2860

------------------------------------------------
INFORME DE LÍNEAS PROCESADAS
------------------------------------------------
Primera línea considerada: 320
Última  línea considerada: 1050
Total de líneas:           731
Líneas rechazadas:         31
Porcentaje de rechazo:     4.241

------------------------------------------------
INFORME DE NIVELES DE GRIS NORMALIZADOS A 255
------------------------------------------------
id0     = 0.3599585 +- 0.0050020
id1     = 0.8515240 +- 0.0039030
idg( 3) = 0.6426722 +- 0.0049082
idg( 5) = 0.6592831 +- 0.0133125
idg( 7) = 0.6706604 +- 0.0091487
idg( 9) = 0.6741681 +- 0.0091604
idg(10) = 0.6653146 +- 0.0085536
idg(11) = 0.6660364 +- 0.0096358
idg(12) = 0.6628909 +- 0.0086588
idg(13) = 0.6612469 +- 0.0107860
idg(14) = 0.6515831 +- 0.0106695
idg(15) = 0.6454025 +- 0.0102941
idg(16) = 0.6283842 +- 0.0123522

------------------------------------------------
INFORME DE POTENCIAS DE RUIDO
------------------------------------------------
pot0    = 0.0029421 +- 0.0002339
pot1    = 0.0025865 +- 0.0001454
Estructura de polinomios interpoladores
   Sn=exp(A+B*w)
nivel=0 A=-5.83040102 B=-0.62566746
nivel=1 A=-5.93475866 B=-0.56973774
frec= 3 A=-5.89042016 B=-0.59350064
frec= 5 A=-5.89394660 B=-0.59161067
frec= 7 A=-5.89636194 B=-0.59031618
frec= 9 A=-5.89710663 B=-0.58991707
frec=10 A=-5.89522705 B=-0.59092442
frec=11 A=-5.89538029 B=-0.59084229
frec=12 A=-5.89471252 B=-0.59120018
frec=13 A=-5.89436350 B=-0.59138723
frec=14 A=-5.89231190 B=-0.59248677
frec=15 A=-5.89099980 B=-0.59318999
frec=16 A=-5.88738687 B=-0.59512631

------------------------------------------------
INFORME DE IDEALIZADO DE IMAGEN
------------------------------------------------
Comienza
nivel=0 media=  58.571 +-  0.623 maxdev= 1.429
frec= 3 media= 431.857 +-  0.350 maxdev= 0.857
frec= 5 media= 727.071 +-  0.457 maxdev= 1.071
frec= 7 media= 954.286 +-  0.452 maxdev= 0.714
frec= 9 media=1154.286 +-  0.452 maxdev= 0.714
frec=10 media=1337.286 +-  0.452 maxdev= 0.714
frec=11 media=1514.286 +-  0.795 maxdev= 1.714
frec=12 media=1688.857 +-  0.350 maxdev= 0.857
```

```
frec=13 media=1858.000 +-  0.000 maxdev= 0.000
frec=14 media=2024.143 +-  0.515 maxdev= 1.143
frec=15 media=2186.857 +-  0.639 maxdev= 1.143
frec=16 media=2347.857 +-  0.350 maxdev= 0.857

Acaba
nivel=0 media= 301.214 +-  0.558 maxdev= 1.214
frec= 3 media= 600.857 +-  0.350 maxdev= 0.857
frec= 5 media= 828.571 +-  0.623 maxdev= 1.571
frec= 7 media=1027.929 +-  0.593 maxdev= 1.071
frec= 9 media=1211.357 +-  0.610 maxdev= 1.357
frec=10 media=1388.500 +-  0.500 maxdev= 0.500
frec=11 media=1561.571 +-  0.495 maxdev= 0.571
frec=12 media=1730.929 +-  0.457 maxdev= 1.071
frec=13 media=1896.500 +-  0.500 maxdev= 0.500
frec=14 media=2060.071 +-  0.457 maxdev= 1.071
frec=15 media=2220.286 +-  0.700 maxdev= 1.286
frec=16 media=2378.214 +-  0.674 maxdev= 1.786

Longitud de patrón
nivel=0 media= 243.643 +-  0.610 maxdev= 1.357
frec= 3 media= 170.000 +-  0.000 maxdev= 0.000
frec= 5 media= 102.500 +-  0.500 maxdev= 0.500
frec= 7 media=  74.643 +-  0.610 maxdev= 1.357
frec= 9 media=  58.071 +-  0.703 maxdev= 1.071
frec=10 media=  52.214 +-  0.410 maxdev= 0.786
frec=11 media=  48.286 +-  0.881 maxdev= 1.714
frec=12 media=  43.071 +-  0.457 maxdev= 1.071
frec=13 media=  39.500 +-  0.500 maxdev= 0.500
frec=14 media=  36.929 +-  0.457 maxdev= 1.071
frec=15 media=  34.429 +-  0.728 maxdev= 1.571
frec=16 media=  31.357 +-  0.610 maxdev= 1.643

--------------------------------------------------
INFORME DE FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA
--------------------------------------------------
Coeficiente de correlación = -0.979
Interpolación= exp(0.32465832+(-4.78922567)*w)

H( 3)=0.67079918 +- 0.00441282
H( 5)=0.42230477 +- 0.00430451
H( 7)=0.26405974 +- 0.00444764
H( 9)=0.14725084 +- 0.00420070
H(10)=0.09475607 +- 0.00409005
H(11)=0.05899356 +- 0.00460065
H(12)=0.04310323 +- 0.00383262
H(13)=0.04331724 +- 0.00348822
H(14)=0.03610321 +- 0.00366108
H(15)=0.03233874 +- 0.00363813
H(16)=0.03148506 +- 0.00359869
```





APÉNDICE D. COMPARACIÓN ENTRE CLASIFICACIÓN GLOBAL Y POR FTM BIBLIOGRAFÍA

[1] Charles W. Therrien: *Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing*, Prentice-Hall International, Inc.

[2] L. Ljung (1987): *System Identification - Theory for the user*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.

[3] L. Ljung (1988): *System Identification ToolBox for use with MATLAB*, The MathWorks, Inc.

[4] F. Rius Díaz et al.(1993): *Bioestadística: Métodos y aplicaciones*, Universidad de Málaga, Manuales

[5] F.J. Carrasco Otero (1996): *Control de calidad en instalaciones de rayos X. Películas mamográficas*. Universidad de Málaga

[6] Steven M. Kay: *Modern Spectral Estimation: Theroy and Application*, PTR Prentice Hall, N.J.

[7] Oppenheim, Schafer (1989): *Discrete-Time Signal Processing*, Prentice-Hall International, Inc.

[8] Gopala U. Rao (1984): *Measurement of modulation transfer functions*. CRC Handbook of medical physics, Vol II. CRC Press, Inc.

[9] Beekmans (1982): *Image quality aspects of X-ray image intensifiers*

[10] Ji et al. (1994): *Adaptative Image Constrast Enhancement Based on Human Visual Properties*. IEEE Transactions on medical imaging, Vol. 13, No. 4

[11] Ruth Onn, Allan D. Steinhardt (1993): *Multi-Window Spectrum Estimation - A linear algebraic approach*. International journal of adaptative control and signal processing, Vol. 7, pgs. 103-116

[12] Mats Cedervall, Petre Stoica (1996): *System identification from noisy measurements by using instrumental variables and subspace fitting*. Circuits systems signal process, Vol. 15, No. 42

[13] Chong-Yung Chi et al. (1992): *An improved inverse filtering method for parametric spectral estimation*. IEEE Transactions on signal processing, Vol. 40, No. 7

[14] Raymond H. Kwong (1992): *A variable step size LMS Algorithm*. IEEE Transactions on signal processing, Vol. 40, No. 7

[15] Joseph M. Pimbley (1992): *Recursive Autoregressive Spectral Estimation by Minimization of the Free Energy*. IEEE Transactions on signal processing, Vol. 40, No. 6

[16] Hui-Min Zhang (1992): *On the methods for solving the Yule-Walker equations*. IEEE Transactions on signal processing, Vol. 40, No. 12

[17] Beliczynski et al.(1992): *Approximation of FIR by IIR Digital Filters: An Algorithm based on Balanced Model Reduction*. IEEE Transactions on signal processing, Vol. 40, No. 3

[18] Fahmy et al. (1994): *Design of Linear-Phase IIR Filters from FIR Specifications*. IEEE Transactions on signal processing, Vol. 42, No. 2

[19] M. Rudko (1995): *A Note on the "Approximation of FIR by IIR Digital Filters: An Algorithm based on Balanced Model Reduction"*. IEEE Transactions on signal processing, Vol. 43, No. 1

[20] Sreeram et al. (1992): *Design of Linear-Phase IIR Filters via Impulse-Response Gramians*. IEEE Transactions on signal processing, Vol. 40, No. 2

[21] P. Kiernan (1995): *Two-dimensional minimum free energy spectral estimation*. IEEE Proceedings on Image Signal Processing, Vol. 142, No. 3

[22] E. Junceda Avello (1988): *Cáncer de mama*. Servicio de publicaciones de la Universidad de Oviedo.